

АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ И ИХ СЛЕДСТВИЯ



Вспомним:

Геометрия – это наука, которая изучает свойства геометрических фигур.

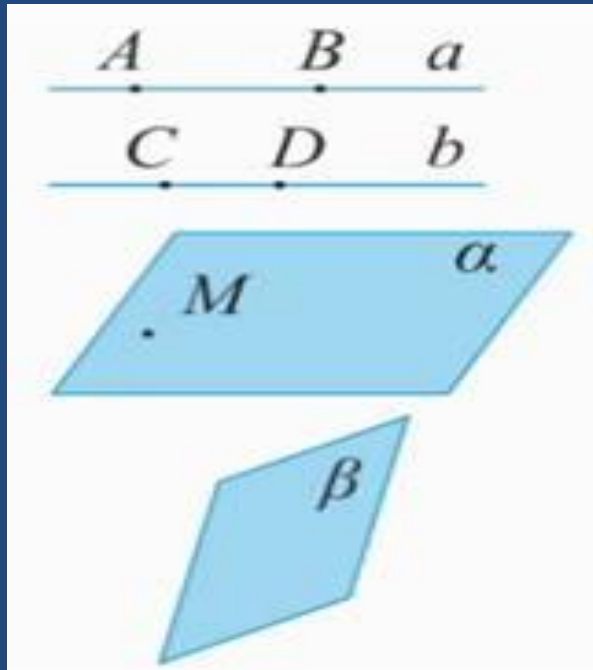
Геометрическая фигура – это любая совокупность точек.

Геометрия подразделяется на планиметрию и на стереометрию, которую мы начинаем изучать.

Основные фигуры стереометрии, примеры фигур

- ⦿ *Основными фигурами стереометрии являются точка, прямая, плоскость.*
- ⦿ *Примеры стереометрических фигур: шар, сфера, конус, цилиндр, параллелепипед и т.д.*

Обозначение основных фигур стереометрии

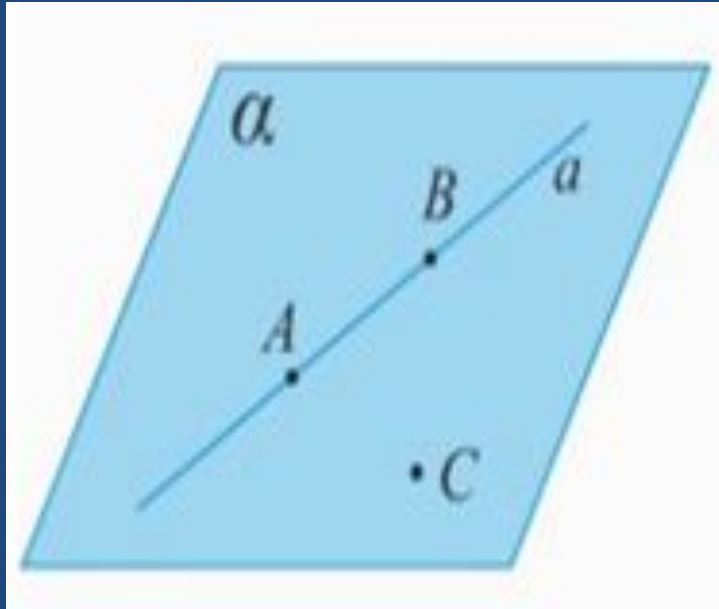


A, B, C, D – точки. Точки обозначаются прописными латинскими буквами.

$AB = a, CD = b$ – прямые. Прямые обозначаются строчными латинскими буквами.

α, β – плоскости. Плоскости обозначаются греческими буквами.

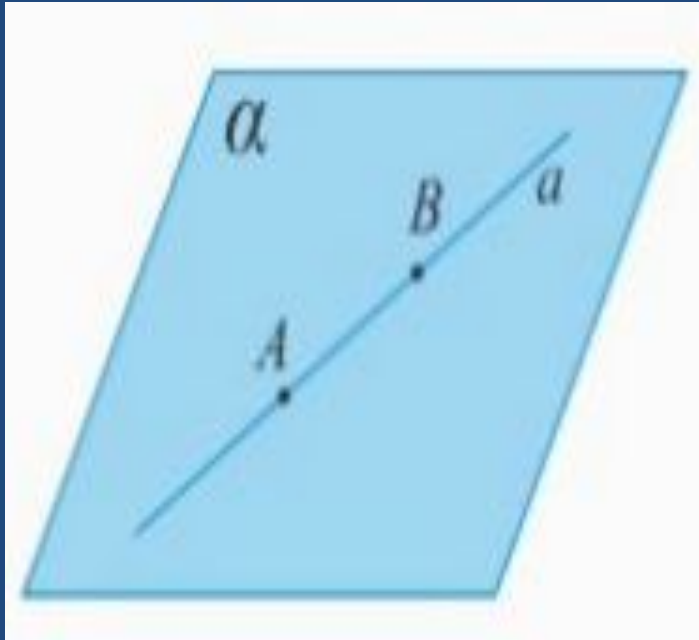
Первая аксиома стереометрии



Аксиома 1 (A1)

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

Вторая аксиома стереометрии



Аксиома 2 (А2)

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

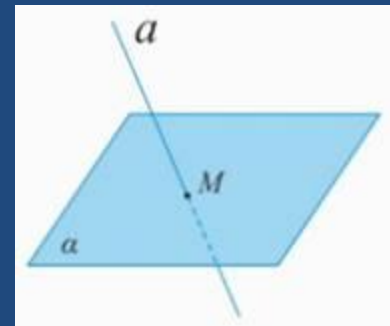
По-иному говорят, что прямая лежит в плоскости или что плоскость проходит через прямую.

- ⦿ Аксиома утверждает – все точки прямой (прямой AB) принадлежат плоскости, т.е. вся прямая лежит в плоскости или плоскость проходит через прямую.
- ⦿ Смысл заключается в следующем: из того, что только две точки принадлежат плоскости, вытекает, что бесчисленное множество точек прямой лежат в этой плоскости.

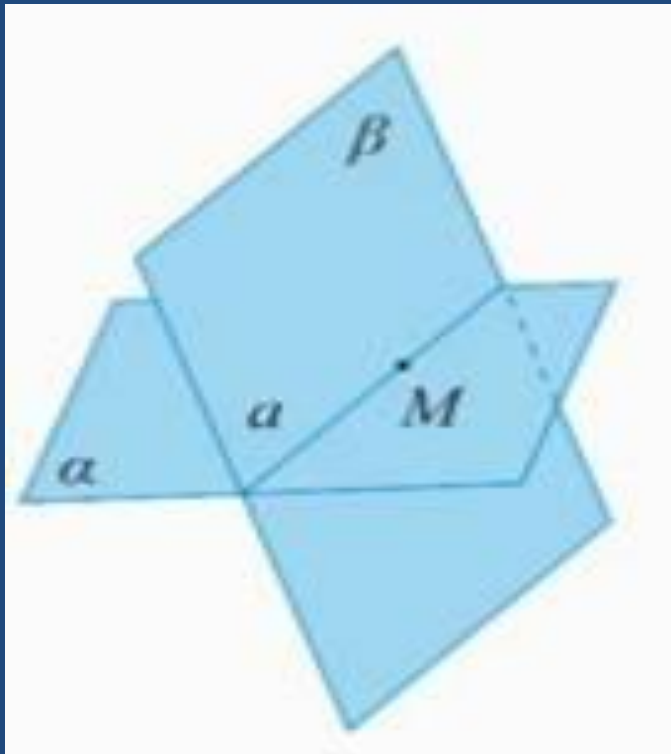
Может ли быть только три общие точки у прямой и плоскости?

Нет, не может быть. Может быть две точки, и тогда вся прямая лежит в плоскости.

- Если у прямой и плоскости одна общая точка M , то тогда говорят, что прямая и плоскость пересекаются в точке M . Этот факт записывается следующим образом: $a \cap \alpha = M$.



Третья аксиома стереометрии

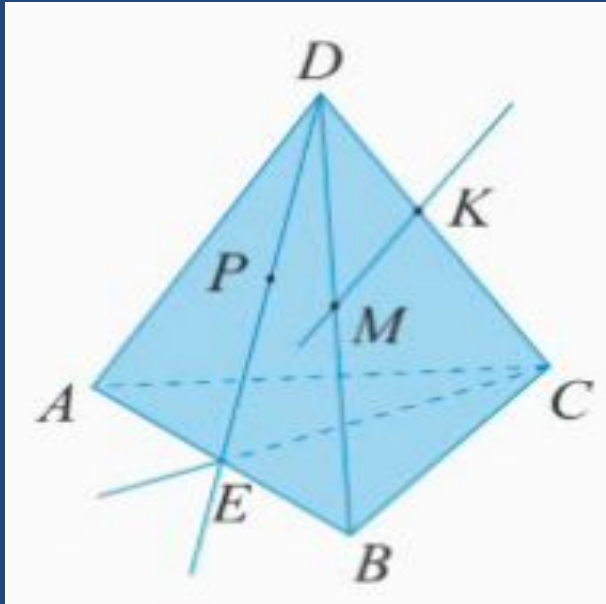


Аксиома 3 (А3)

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Говорят, что плоскости пересекаются по прямой.

Решение задач



Дан тетраэдр $ABCD$. Даны следующие точки: точка E – внутренняя точка ребра AB , точка P – внутренняя точка отрезка ED , точки M и K , соответственно, на ребрах BD и DC .

- а) В какой плоскости лежит прямая PE ?
- б) В какой плоскости лежит прямая MK ?
- в) В каких плоскостях лежит прямая BD ?
- г) В каких гранях лежит прямая AB ?
- д) В каких гранях лежит прямая EC ?

- а) Ответ: $PE \in ABD$. Прямая PE лежит в плоскости ABD , так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой. Точка E лежит в плоскости ABD и точка P лежит в этой же плоскости. Значит, по второй аксиоме все точки прямой PE лежат в плоскости ABD .
- б) Ответ: $MK \in DBC$. Прямая MK лежит в плоскости DBC , так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой. Точка M лежит в плоскости DBC и точка P лежит в плоскости DBC . По второй аксиоме все точки прямой MK лежат в плоскости DBC .
- в) Ответ: $BD \in BDA$. Прямая BD лежит в плоскости BDA и в плоскости BDC . Значит, прямая BD одновременно лежит в двух плоскостях. Прямая BD есть линия пересечения двух плоскостей. Говорят, что грани ABD , BDC пересекаются по прямой BD .
- г) Ответ: Прямая AB лежит в грани ABC и в грани ABD . Значит, прямая AB есть линия пересечения двух этих граней.
- д) Ответ: Прямая EC лежит в плоскости ABC и в плоскости ECD , так как точки E и C лежат одновременно в плоскости ABC и в плоскости ECD . Значит, прямая EC есть линия пересечения этих плоскостей.

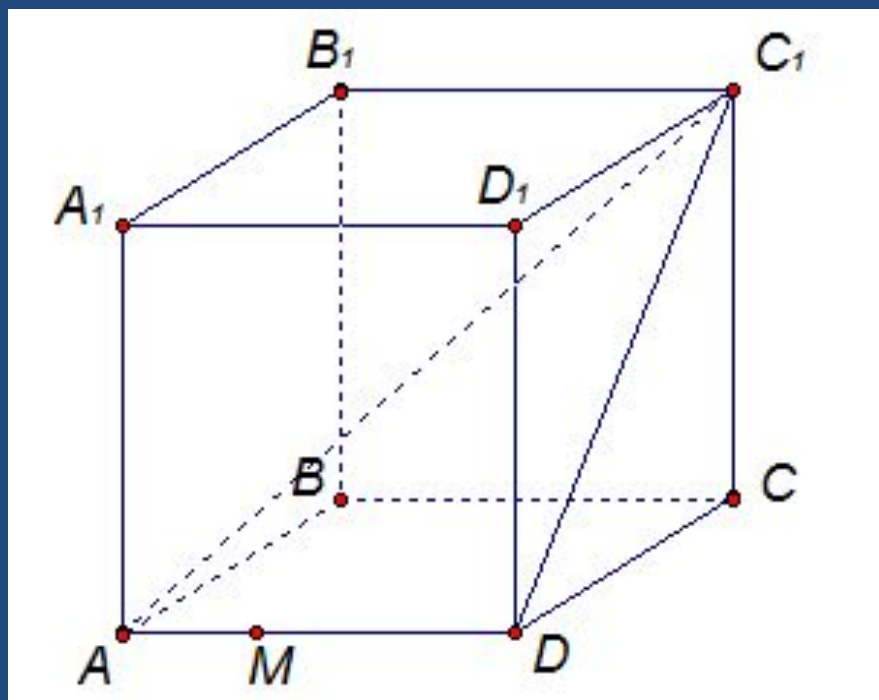
Задача 2.

- ⦿ а) Найдите точку пересечения прямой DK с плоскостью ABC .
- ⦿ б) Найдите точку пересечения прямой CE с плоскостью ADB .

Задача 3.

- ⦿ а) Найдите точки, лежащие одновременно в плоскостях ADB и DBC .
- ⦿ б) Найдите прямые, по которым пересекаются плоскость ADB и DBC .
- ⦿ в) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости ADB и CDA .
- ⦿ г) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости PDC и ABC .

Задача 4.



Дан куб $ABCA_1B_1C_1D_1$.

1. В каких плоскостях лежат

прямые:

а) AB

б) AC_1

в) DC

2. Назовите прямые, по которым пересекаются

плоскости

а) ABC и ABB_1

б) DCC_1 и BB_1C_1 .