Пирамида. Решение задач.

Выполнил: Выходцев Денис

302

Дано:

ABCDS- пирамида

O – точка пересечения диагоналей параллелограмма

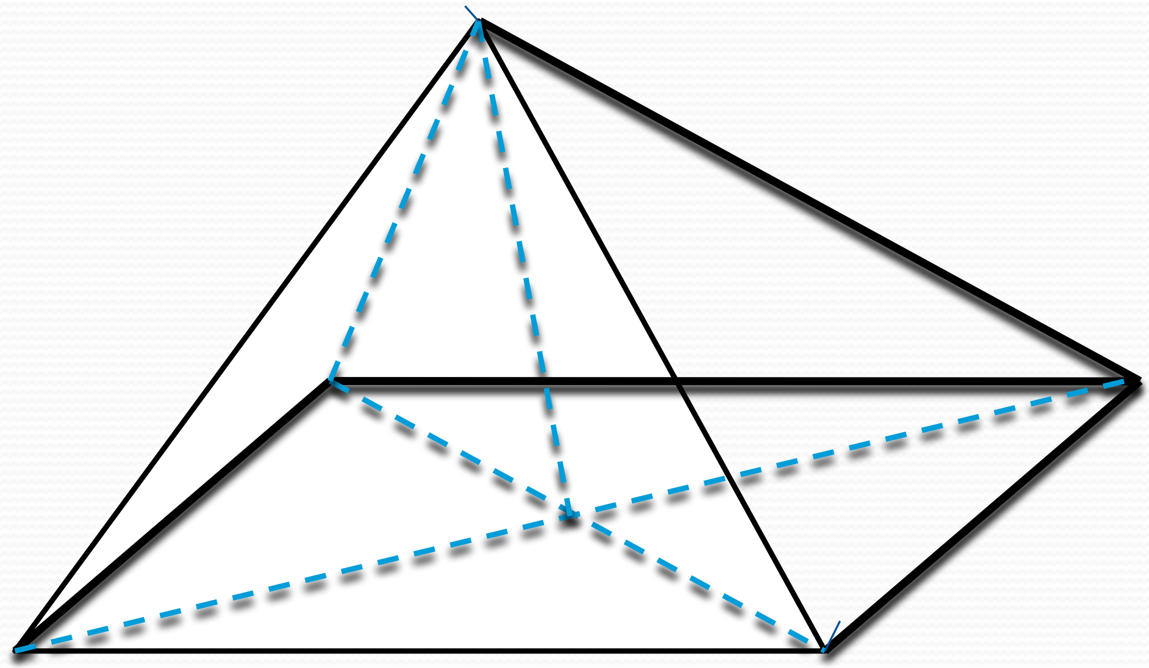
AB = 3 см

AD = 7 см

AC = 6 см

SO = 4 см

Найдите боковые ребра пирамиды.



Решение:

По свойству параллелограмма найдем:

BO = OD и AO = OC

BO $\perp$ пл.ABC, SO = 4 см

$\triangle$OSB = $\triangle$OSD (по двум катетам), тогда SB = SD;

$\triangle$AOS = $\triangle$ COS (по двум катетам), тогда SB = SC;

Пусть AO = OC = ½ AC = 3 см, BO = OD = x

Из $\triangle$ ACD по теореме косинусов имеем:

$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2\, AC * CD * \cos A$

$7^2 = 6^2 + 3^2 - 2 * 6 * 3 * \cos A$, $49 = 36 + 9 - 36 * \cos A$, $36\cos A = -4$;

$\cos A = -4/36 = -1/9$

Из $\triangle$COD по теореме косинусов имеем:

$X^2 = 9 + 9 + 2 * 9 * 1/9 = 18 + 2 = 20$, $x = 2\sqrt{5}$ (см)

Из прямоугольного $\triangle$ SOB по теореме Пифагора имеем:

$SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = \sqrt{4^2 + 20} = \sqrt{36} = 6$ (см)

Из прямоугольного $\triangle$SOC по теореме Пифагора имеем:

$SC = \sqrt{SO^2 + OC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ (см) , SC = SA = 5 (см)

Ответ: 5см 5 см 6 см 6см

310

Дано:

DABC – пирамида,

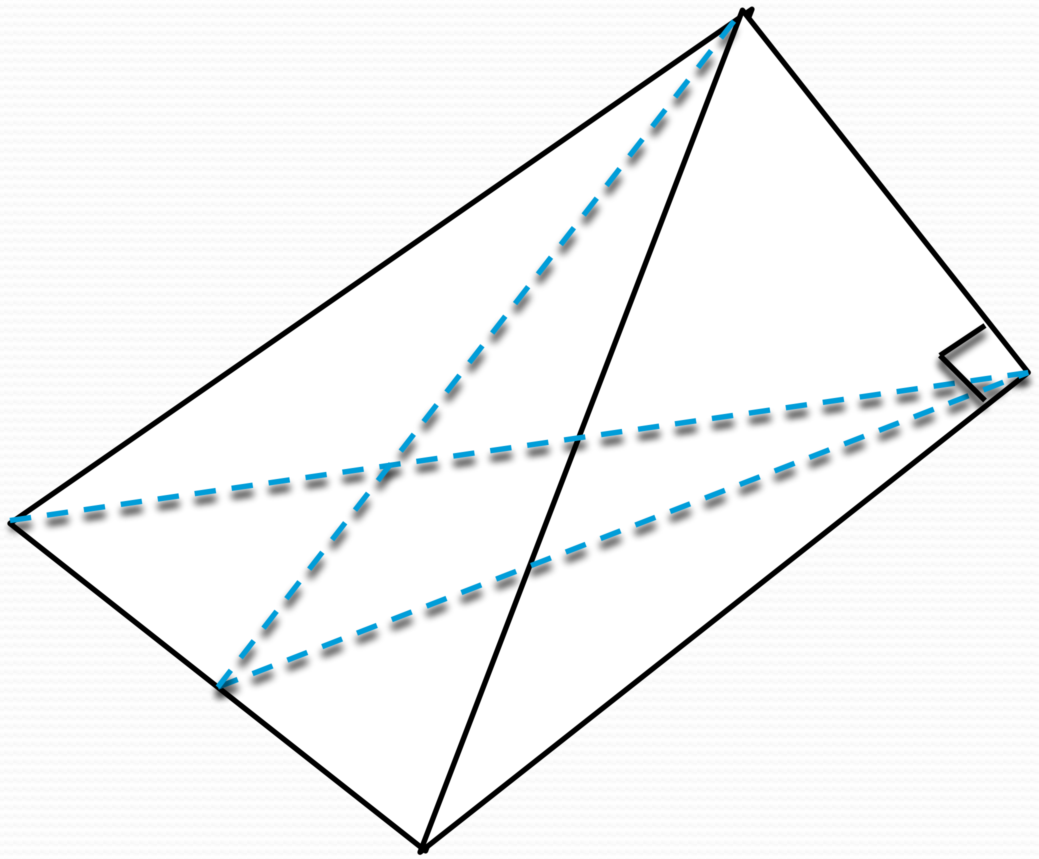
DA $\perp$ ABC,

AB =AC=25см,

BC = 40см,

DA = 8см.

Найти $S_{бок}$



Решение:

$S_{бок} = S_{ABD} + S_{ADC} + S_{BDC};$
$S_{бок} = S_{ADC} = DH*AC/2 = 8*25/2 = 100(см^2)$
Из$\triangle$ ABD по т. Пифагора имеем:
$BD = \sqrt{AB^2+DA^2} = \sqrt{25^2+8^2} = \sqrt{689}$ (см).
Из $\triangle$BDM по т. Пифагора имеем:
$AB^2+DA^2 = \sqrt{25^2+8^2} = \sqrt{689}$ (см).
$DM^2 = BD^2 - BM^2 = 689 - 400 = 289,$
$DM = 17$
$S_{BDC} = (DM*BM)* ½*2 = 17*20 = 340$ (см²)
$S_{бок} = 100+100+340 = 540$(см²)
Ответ: 540 см²

311

Дано:

DABC = пирамида,

ADC – основание,

AC=13см,

AB=15 см,

CB=14 см,

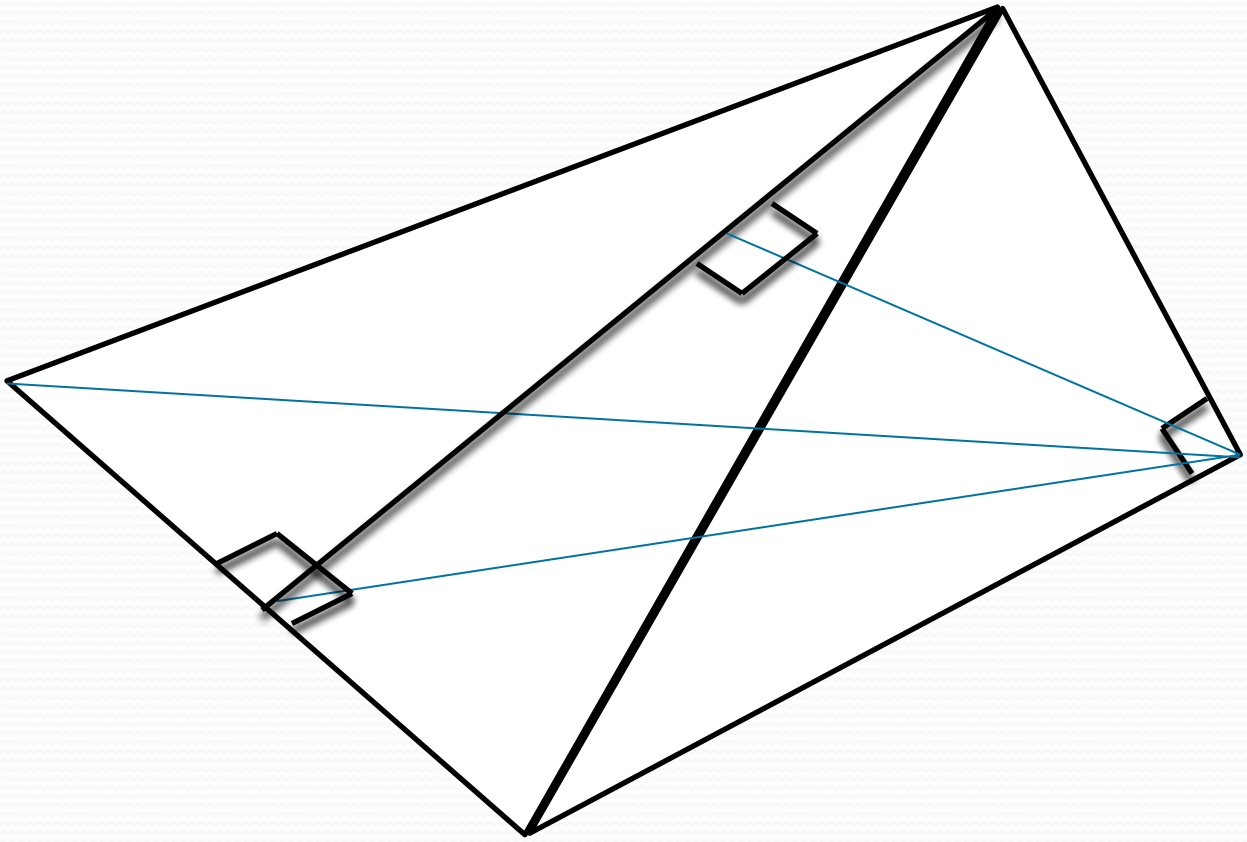
AD $\perp$ ABC,

AD=9 см.

---

a) найти $S_{п.п.}$

b) AK



Решение:

$\triangle DAB$ и $\triangle DAC$ – прямоугольники;

S_{BDA} = ½ DA * BA = ½ * 9 * 15 (см²), S_{CDA}= ½ DA * CA = ½ * 9 * 13 (см²).

По формуле Герона имеем:

$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где a = 14, b = 15, c = 13, а p = (AB + AC +CB) /2 = (13 + 14 + 15) /2= 21 (см);

Построим АК $\perp$ ВС и отрезок DK. По теореме о 3-х перпендикулярах имеем DK $\perp$ BC. Проведем в плоскости ADK отрезок AH $\perp$ DK

AH $\perp$ DK – по построению, и AH $\perp$ BC, т.к AH принадлежит пл.ADK то пл.ADK $\perp$ BC.

AH перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости BCD, а значит AH $\perp$ пл.BCD.

Итак, точка H принадлежит, а DK - высота грани DBC.

$S_{DBC} = \frac{1}{2} BS * DK$.

Из ΔADK по т. Пифагора имеем $DK = \sqrt{DA^2 + AK^2} = \sqrt{81 + AK^2}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AK * BC = \frac{1}{2} AK * 14$, следовательно, $\frac{1}{2} AK * 14 = 84$, $AK = 12$ (см), тогда $DK = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$(см),

$S_{DBC} = \frac{1}{2} * 14 * 15 = 7 * 15 = 105$ (см²).

Итак, $S_{п.п.} = 9 * 15 /2 + 9 * 13 /2 + 84 + 105 = 9 * 28/ 2 + 189 = 315$ (см²).

$KD = \sqrt{AK^2 + DA^2} = \sqrt{144+81} = \sqrt{225} = 15$ (см), $\sin A = DA/KD = 9/15 = 3/5$ Из $\triangle KHA$ $AH = KA * \sin A = 12 * 3/5 = 36/5 = 7{,}2$ (см)

Ответ: а) 315 см^2 ; б) 7.2 (см);