Статистические величины

Лекция 3

Вопросы лекции:

- Назначение и виды статистических величин.
- Абсолютные величины, единицы измерения.
- Относительные величины: понятие, правила расчета. Виды и взаимосвязи относительных величин: относительные величины динамики, планового задания и выполнения плана, структуры, координации, сравнения, интенсивности.
- Средние величины, общие принципы их применения. Виды средних величин, особенности исчисления. Степенные средние: средняя арифметическая, средняя геометрическая, средняя гармоническая. Выбор формы средних величин.

1 Назначение и виды статистических величин. Абсолютные величины, единицы измерения

- Под статистическим показателем понимается количественная характеристика изучаемого объекта или его свойства. На этапе статистической сводки от индивидуальных значений признаков совокупности путем суммирования переходят к показателям совокупности, которые называются **обобщающими**.

Система статистических показателей продукции промышленного предприятия включает следующие показатели:

- товарная продукция;
- отгруженная продукция;
- реализованная продукция;
- чистая продукция;
- добавленная стоимость и др.

!!!Раньше учитывали товарную продукцию, а в новых условиях – чистую и добавленную стоимость.

Система экономико-статистических показателей в управлении предприятиями призвана выполнять четыре функции:

- директивную (плановые показатели, нормативы, разряды, ставка);
- учетную (фактические результаты деятельности);
- стимулирующую (зарплата, средняя численность, развитие производства);
- познавательную (сведения о налогах, трудоустройстройстве, среднем возрасте и т.д.).

В зависимости от методов расчета обобщающие статистические показатели могут быть:

- абсолютными;
- относительными;
- средними величинами.

2 Абсолютными

- в статистике называются суммарные обобщающие показатели, характеризующие размеры, объемы, уровни, мощности, темпы и др. изменения величин. Абсолютные показатели являются **именованными числами**, т.е. измеримы.

Существуют:

- натуральные, стоимостные и условно-натуральные (условное топливо, эталонные лошадиные силы) измерители. Они служат для описания фактического состояния объекта, установления плановых и прогнозных значений. Абсолютные показатели могут быть сравнимы в разные периоды времени (прошлый, настоящий, будущий).
- Абсолютные показатели позволяют точно характеризовать объект в данный момент времени, но должны уточняться в динамике (сопоставимые цены, инвестиции с учетом инфляции и т.д.).

3 Относительные статистические величины –

- это показатели в виде коэффициентов, характеризующих долю отдельных частей, изучаемой совокупности во всем ее объеме.
- Относительные показатели при исследовании экономических явлений и процессов изучаются совместно с абсолютными показателями и обеспечивают сопоставимость сравниваемой и базовой величин.

Относительный показатель динамики

- (ОПД) представляет собой отношение уровня исследуемого процесса или явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) к уровню этого же процесса или явления в прошлом:

$$\text{ОПД} = \frac{x_i}{x_0} \quad \text{или} \quad \text{ОПД} = \frac{x_i}{x_{i-1}}.$$

Относительный показатель структуры

(ОПС) представляет собой отношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

$$\text{ОПС} = \frac{x_i}{\sum x_i}.$$

Выражается относительный показатель структуры в долях единицы или в процентах. Рассчитанные величины, соответственно называемые долями или удельными весами, показывают, какой долей обладает или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге.

Относительный показатель координации

- (ОПК) представляет собой отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности:

$$\text{ОПК} = \frac{x_i}{x_k}.$$

- При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения.
- В результате получают величину, отражающую во сколько раз данная часть больше базисной или сколько процентов от нее составляет, или сколько единиц данной структурной части приходится на 1 единицу (иногда – на 100, 1000 и т.д. единиц) базисной структурной части.

Относительный показатель сравнения

- (ОПСр) представляет собой отношение одноименных абсолютных показателей, характеризующих разные объекты (предприятия, фирмы, районы, области, страны и т.п.):

$$\text{ОПСр} = \frac{x_i}{z_i}.$$

Относительный показатель интенсивности

- (ОПИ) характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления и представляет собой отношение исследуемого показателя к размеру присущей ему среды:

$$\text{ОПИ} = \frac{x_A}{Y_A},$$

- где x_A – показатель, характеризующий явление А;
- Y_A – показатель, характеризующий среду распространения явления А.

- Данный показатель получают сопоставлением уровней двух взаимосвязанных в своем развитии явлений. Поэтому, наиболее часто он представляет собой именованную величину, но может быть выражен и в процентах и т.п.
- Обычно ОПИ рассчитывается в тех случаях, когда абсолютная величина оказывается недостаточной для формулировки обоснованных выводов о масштабах явления, его размерах, насыщенности, плотности распространения. Так, например, для определения уровня обеспеченности населения легковыми автомобилями рассчитывается число автомашин, приходящихся на 100 семей, для определения плотности населения рассчитывается число людей, приходящихся на 1 $км^2$.

Относительные показатели уровня экономического развития

- характеризующие производство продукции в расчете на душу населения и играющие важную роль в оценке развития экономики государства. Так как объемные показатели производства продукции по своей природе являются интервальными, а показатель численности населения – моментным, в расчетах используют среднюю за период численность населения.

Относительные показатели плана и реализации плана

- используются для целей планирования и сравнения реально достигнутых результатов с ранее намеченными.

$$\text{ОПП} = \frac{x_{i+1}^{\text{пл}}}{x_i},$$

- где ОПП – относительный показатель плана;
- Х пл i+1 – уровень, планируемый на *i*+1 период;
- x_i – уровень, достигнутый в *i*-м периоде.

$$\text{ОПРП} = \frac{x_{i+1}}{x_{i+1}^{\text{пл}}},$$

- где ОПРП – относительный показатель реализации плана;
- x_i – уровень, достигнутый в (*i*+1)-м периоде.

ОПП характеризует

- напряженность плана, т.е. во сколько раз намечаемый объем производства превысит достигнутый уровень или сколько процентов от этого уровня составит.
- ОПРП отражает фактический объем производства в процентах или коэффициентах по сравнению с плановым уровнем.

Относительные величины

- выполнения плана и динамики связаны между собой следующими соотношениями:

$$\text{ОПД} = \text{ОПП} \cdot \text{ОПРП} = \frac{x_{i+1}^{\text{пл}}}{x_i} \cdot \frac{x_{i+1}}{x_{i+1}^{\text{пл}}} = \frac{x_{i+1}}{x_i}.$$

4 Средняя величина

- является обобщающей характеристикой совокупности однотипных явлений по изучаемому признаку. Средняя величина должна вычисляться с учетом экономического содержания определяемого показателя.

/ 3

Среднее значение $\bar{x}$

Все виды средних делятся на:

- **степенные** (аналитические, порядковые) средние (арифметическая, гармоническая, геометрическая, квадратическая);
- **структурные** (позиционные) средние (мода и медиана) – применяются для изучения структуры рядов распределения.

Средние степенные величины

Средняя степенная *(при различной величине k) определяется*

$$\overline{X} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

Виды средних степенных величин

k	Наименование средней	Формула средней	Когда используется
1	Средняя арифметическая простая (невзвешенная)	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ где x_i – i-й вариант осредняемого признака $(i = \overline{1,n})$; n – число вариант	Используется, когда расчет осуществляется по несгруппированным данным
1	Средняя арифметическая взвешенная	$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$ где f_i – частота повторяемости i-го варианта	Используется, когда данные представлены в виде рядов распределения или группировок
-1	Средняя гармоническая взвешенная	$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}}$,где $w_i = x_i f_i$.	Используется, когда известны индивидуальные значения признака и веса W за ряд временных интервалов
-1	Средняя гармоническая невзвешенная	$\bar{x} = \frac{n}{\sum 1/x_i}$	Используется в случае, когда веса равны

k	Наименование средней	Формула средней	Когда используется
0	Средняя геометрическая невзвешенная	$\bar{x} = \sqrt[k]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots \cdot x_k} = \sqrt[k]{\prod x_i}$ (1.6)	Используется в анализе динамики для определения среднего темпа роста
0	Средняя геометрическая взвешенная	$\bar{x} = \sqrt[\sum m]{x_1^{m_1} \cdot x_2^{m_2} \cdot \ldots \cdot x_k^{m_k}} = \sqrt[\sum m]{\prod x_i^{m_i}}$ (1.7)	
2	Средняя квадратическая невзвешенная	$\bar{x} = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2}{n}}$ (1.8)	Используется при расчете показателей вариации

Правило мажорантности средних:

- с ростом показателя степени значения средних возрастают.

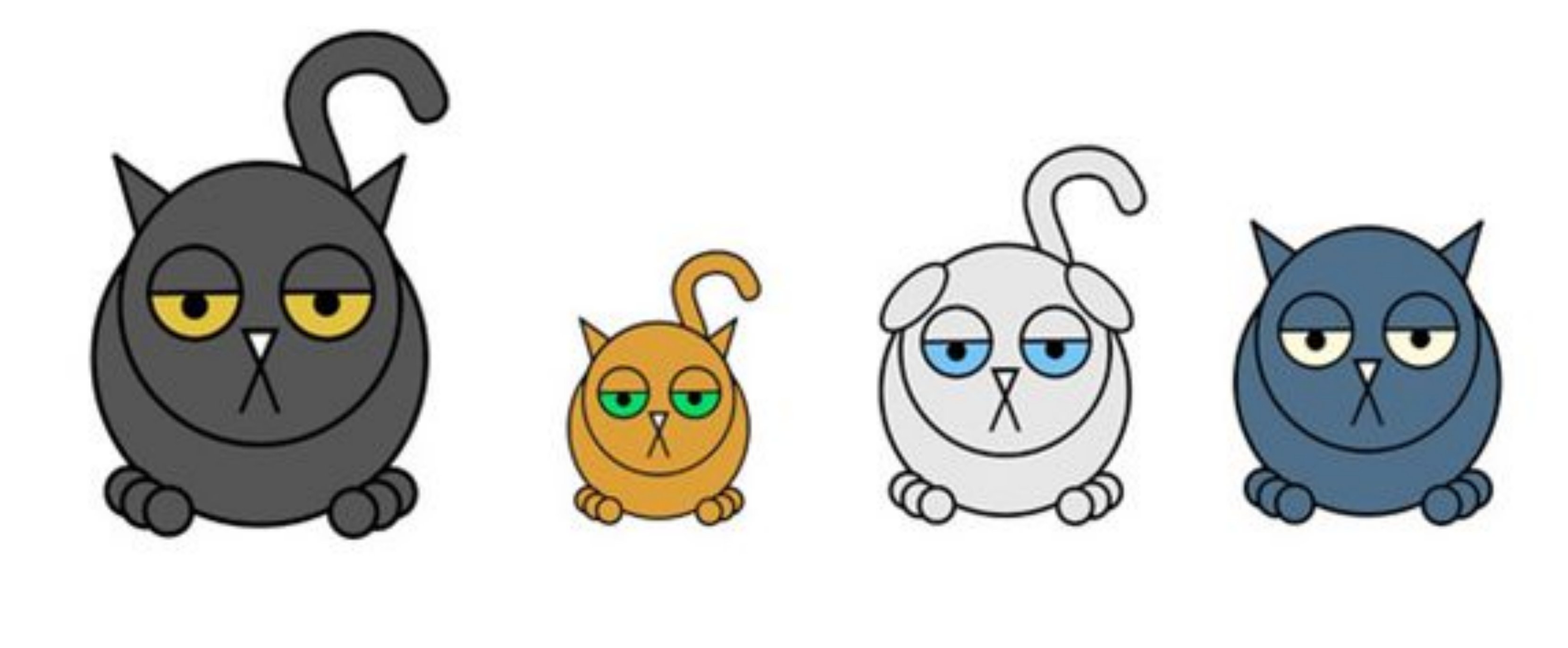
$$\bar{x}_{\text{гарм}} < \bar{x}_{\text{геом}} < \bar{x}_{\text{а}} < \bar{x}_{\text{кв}} < \bar{x}_{\text{куб}}$$

Средние структурные величины

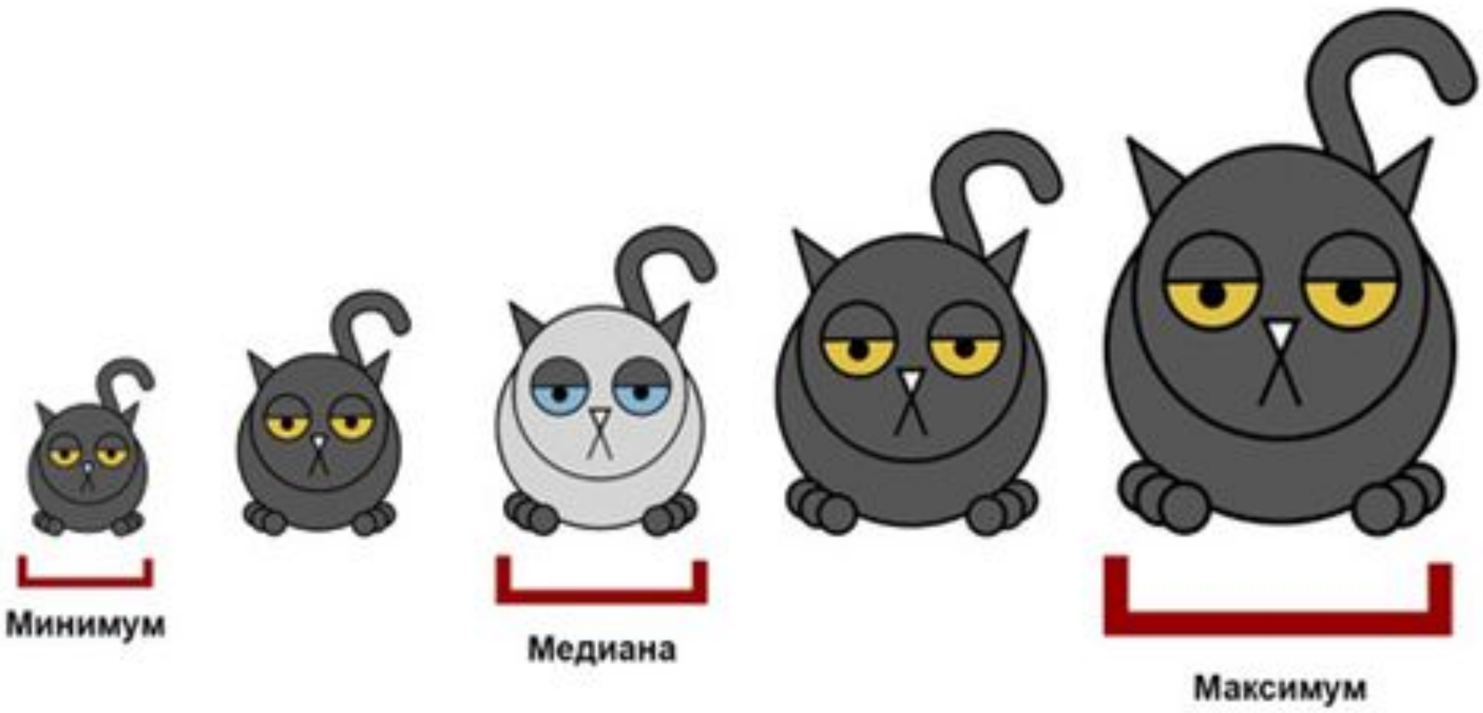
В условиях недостаточности средних используют структурные средние величины – моду и медиану.

- **Медиана** (*Ме*) – это вариант, который находится в середине вариационного ряда. Медиана делит ряд на две равные (по числу наблюдений) части. В ранжированных рядах не сгруппированных данных нахождение медианы сводится к отысканию порядкового номера и значения варианта у этого номера.

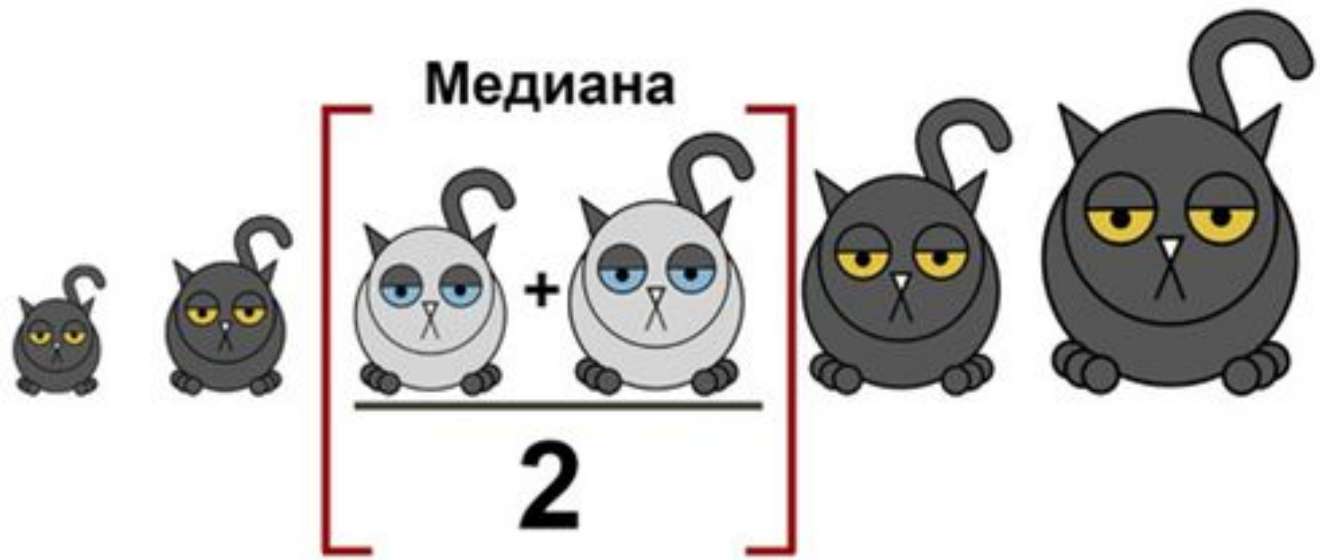
Котики бывают разные. Есть большие котики, а есть маленькие. Есть котики с длинными хвостами, а есть и вовсе без хвостов. Есть котики с висячими ушками, а есть котики с короткими лапками. Как же нам понять, как выглядит типичный котик?



мы можем упорядочить всех котиков от самого маленького до самого крупного, а затем посмотреть на середину этого ряда. Как правило, там находится котик, который обладает самым типичным размером. И этот размер называется *медианой*


Минимум
Медиана
Максимум

Если же посередине находятся сразу два котика (что бывает, когда их четное количество), то чтобы найти медиану, нужно сложить их размеры и поделить это число пополам.



Медиана в **интервальных** вариационных рядах рассчитывается по формуле:

$$Me = x_0 + h_{Me}\,\frac{\frac{1}{2}\sum n_i - S_{Me-1}}{n_{Me}}$$

- где x_0 – нижняя граница медианного интервала (накопленная частота которого превышает половину общей суммы частот);
- h_{Me} – величина медианного интервала;
- S_{Me-1} – накопленная частота интервала, предшествующего медианному;
- n_{Me} – частота медианного интервала.

- Главное **свойство медианы** заключается в том, что сумма абсолютных отклонений значений признака от медианы меньше, чем от любой другой велинины:

$$\sum \left| x_i - Me \right| = \min$$

Модой (*Mo*)

- вариационного ряда называется вариант, которому соответствует наибольшая частота.
- Для вычисления моды в **интервальном** ряду сначала находится модальный интервал, имеющий наибольшую частоту (или наибольшую плотность распределения – отношение частоты интервала к его величине n_i/h_i – в интервальном ряду с неравными интервалами), а значение моды определяется линейной интерполяцией:

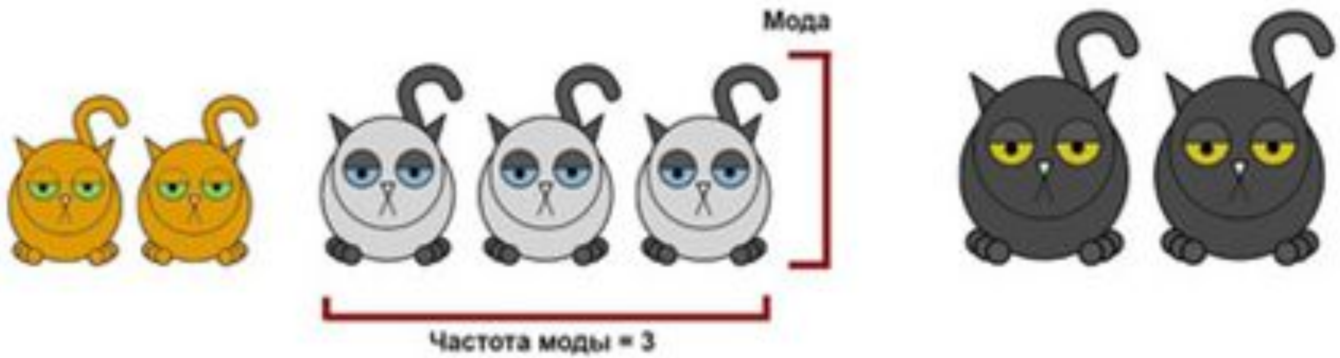
$$Mo = x_0 + h_{Mo} \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})}$$

где x_o – нижняя граница модального интервала;

h_{Me} – величина модального интервала;

f_{M_0}, f_{Mo-1}, f_{Mo+1} – частота n_i (в интервальном ряду с равными интервалами) или плотность распределения n_i/h_i (в интервальном ряду с неравными интервалами) модального, до и послемодального интервала.

- Для простоты мы возьмем такое котиковое свойство, как размер.
- Первый и наиболее очевидный способ – посмотреть, какой размер котиков встречается чаще всего. Такой показатель называется *модой*.


Мода
Частота моды = 3

- Мода так же, как и медиана обладает определенной устойчивостью к вариации признака. Если в совокупности первичных признаков нет повторяющихся значений, то для определения моды проводят группировку.

В симметричных рядах имеет место следующее соотношение моды, медианы и средней арифметической $\bar{x} = Me = Mo$.

В случае, если $\bar{x} < Me < Mo$, имеет место левосторонняя асимметрия ряда.

В случае, если $Mo < Me < \bar{x}$, имеет место правосторонняя асимметрия ряда.

Мода и медиана, в отличие от степенных средних, являются конкретными характеристиками ряда. Медиана – характеризует центр, вычисляется проще и не чувствительна к концам интервала. Мода – наиболее вероятное значение в изучаемой совокупности (например, наиболее возможные результаты).