«Теорема о трех перпендикулярах, ее применение при решении задач»

Преподаватель математики Медицинского лицея СГМУ им. В.И. Разумовского Т.В. Маловичкина

ЦЕЛЬ УРОКА

ОБУЧАЮЩАЯ :

- обосновать необходимость теоремы о трех перпендикулярах
- сформировать видение изученной закономерности в различных ситуациях: при решении задач на доказательство или задач, требующих найти численное (или буквенное значение) какого-либо элемента .
- учиться умению читать чертеж,
- учить умению объяснять, комментировать выполняемое упражнение в виде цельного связного рассказа.

РАЗВИВАЮЩАЯ :

- способствовать развитию общения как метода научного познания, аналитико-синтетического мышления, смысловой памяти и произвольного внимания,
- развитие навыков исследовательской деятельности (планирование, выдвижение гипотез, анализ, обобщение).

ВОСПИТАТЕЛЬНАЯ :

- развивать у учащихся коммуникативные компетенции,
- способствовать развитию творческой деятельности учащихся, потребности к самообразованию.

ПЛАН УРОКА

I. Организационный момент.

II. Проверка домашнего задания.

III. Актуализация знаний.

IY. Применение теории на практике.

Y. Осмысление содержания и последовательности применения практических действий при выполнении предстоящих заданий

YI. Самостоятельное выполнение учащимися заданий под контролем учителя

YII. Подведение итогов.

YIII. Домашнее задание.

Дерзай !!!

Denis Diderot

1713 – 1784

ЭПИГРАФ К УРОКУ

«***НАЧИНАТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ МОЖНО ПО-РАЗНОМУ...*** **Все равно начало почти всегда оказывается весьма несовершенной, нередко безуспешной попыткой.** ***ЕСТЬ ИСТИНЫ*****, как страны,** ***НАИБОЛЕЕ УДОБНЫЙ ПУТЬ К КОТОРЫМ СТАНОВИТСЯ ИЗВЕСТНЫМ ЛИШЬ ПОСЛЕ ТОГО, КАК МЫ ИСПРОБУЕМ ВСЕ ПУТИ.*** **Кому-то приходится, рискуя собой, сходить с проторенной дороги, чтобы указать другим правильный путь...** ***НА ПУТИ К ИСТИНЕ МЫ ПОЧТИ ВСЕГДА ОБРЕЧЕНЫ СОВЕРШАТЬ ОШИБКИ***»

ени Дидро).

Екатерина II

Акцентируем теорию по теме.

1. Угол между прямыми равен 90˚. Как называются такие прямые?

Ответ: перпендикулярные.

2. Верно ли утверждение: «прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна некоторой прямой, лежащей этой плоскости»

Ответ: да.

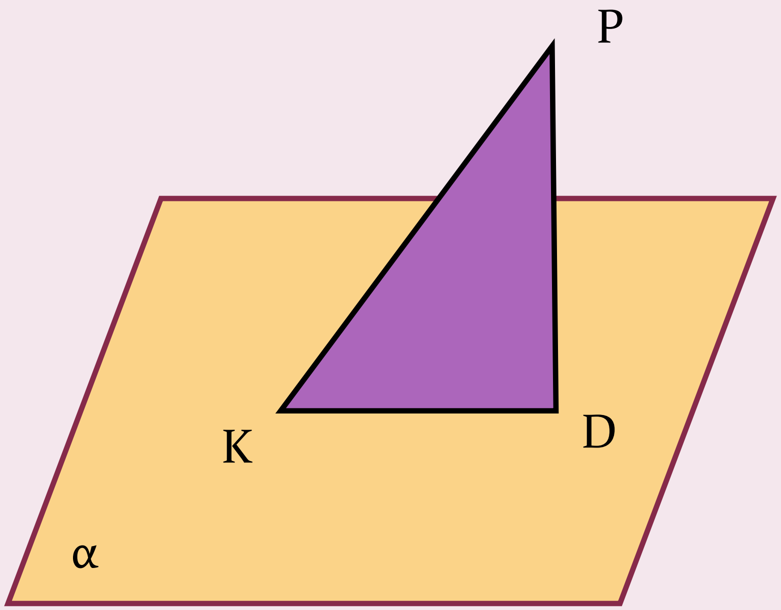
3. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Ответ: если пряма перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

4. Как определяется расстояние от точки до прямой на плоскости?

Ответ: как длина перпендикуляра, проведённого из точки к данной прямой.

5. По рисунку назовите: перпендикуляр, основание перпендикуляра, наклонную к плоскости α, основание наклонной и её проекцию на плоскость α.

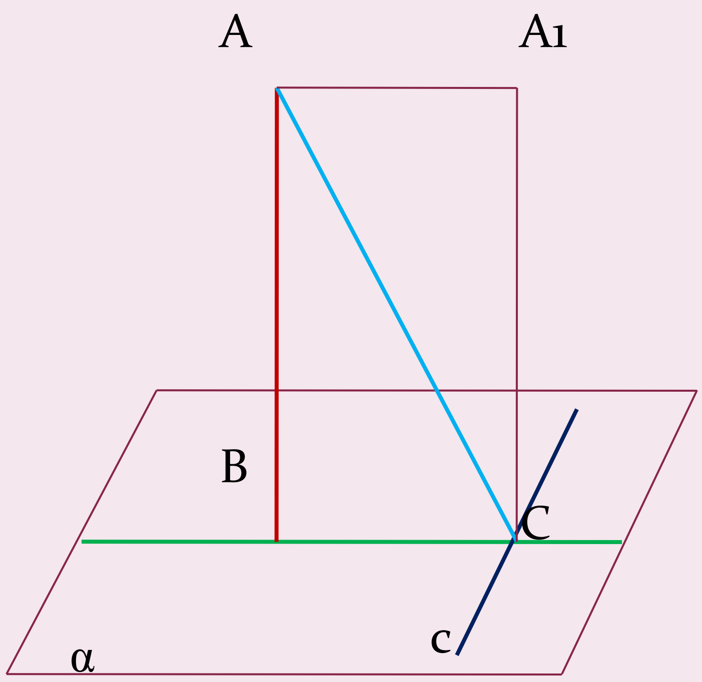


6. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах.

Теорема о трёх перпендикулярах.

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной

Обратно: прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней перпендикулярна и к её проекции.



Дано: α, AC – наклонная,

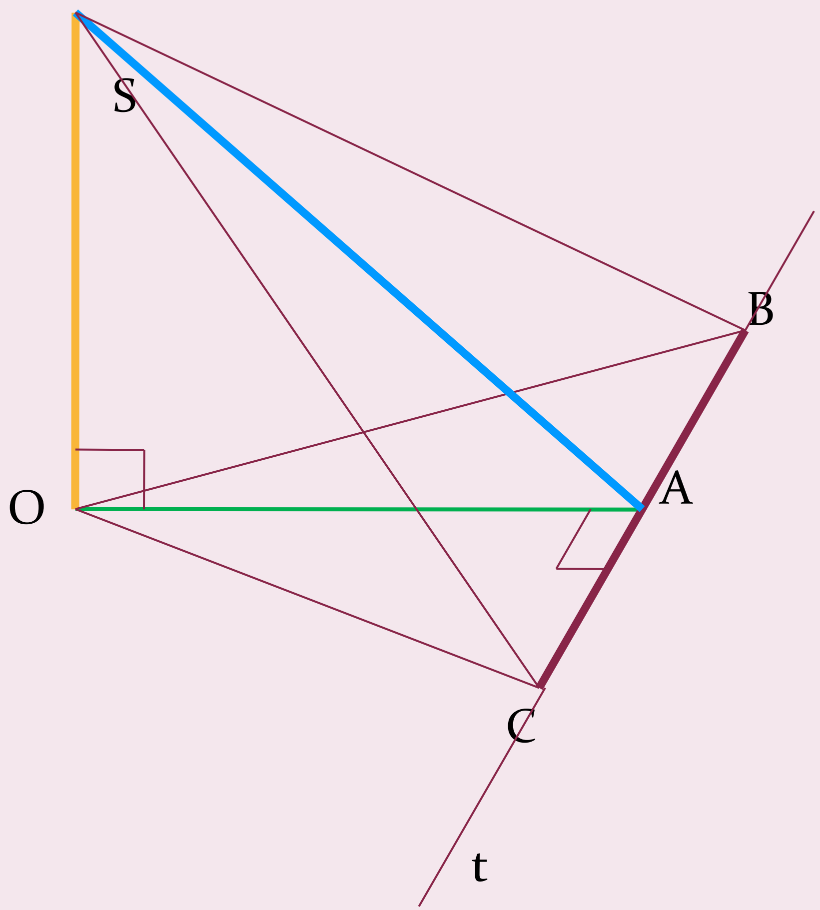
BC – проекция, BC ⊥ c , AB ⊥ α.

Доказать: AC ⊥ c.

Доказательство.

1.Проведем *CA1* ⊥ *c* .
2.*CA1*||*AB* по теореме.(Теорема: *Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны*).
3.Проведем через *AB* и *CA1* плоскость β.
4.c ⊥ CA, c ⊥ BC (по Теореме: «*Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости*».),c ⊥ β, значит, c ⊥AC.

Iспособ (от противного)



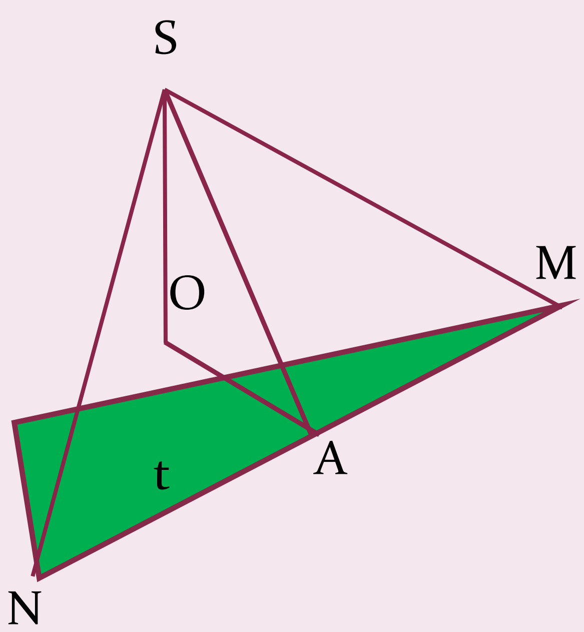
Теорема: Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она перпендикулярна и самой наклонной.

Доказательство:

Пусть t ⊥ OA. Допустим, что SA не перпендикулярна прямой t. Проведем SB ⊥ t, тогда SA> SB. Из прямоугольных треугольников SOA и SOB: $OA^2 = SA^2 - SO^2, OB^2 = SB^2 - SO^2 /$

Получаем: OA>OB. Между тем OA < OB, так как OA ⊥ t по условию. К данному противоречию нас привело предположение, что SA не перпендикулярна прямой t. Значит, SA⊥ t.

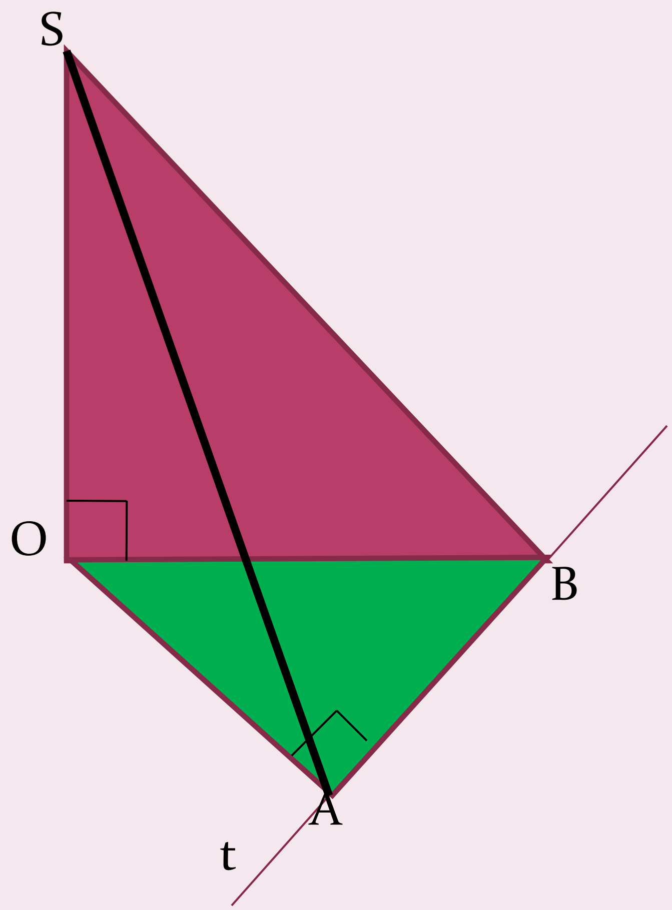
II способ (свойства равнобедренного треугольника)



Доказательство:

От точки A отложим равные отрезки: AM= AN. Точки M и N соединим с точками O и S. В ΔMON OA есть одновременно высота и медиана, этот треугольник равнобедренный: OM = ON. Прямоугольные треугольники OSM и OSN равны (по двум катетам). Из их равенства следует, что SM= SN и SA- медиана равнобедренного треугольника MSN. Значит, SA одновременно и высота этого треугольника, т. е. SA$\perp$MN.

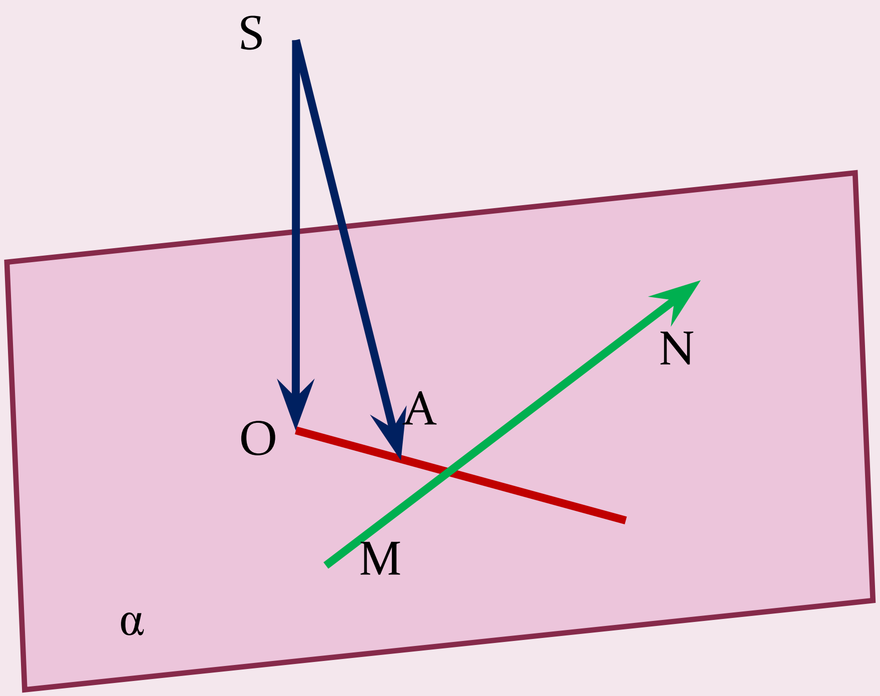
III способ (теорема Пифагора)



Доказательство:

На прямой t возьмем произвольную точку B и соединим ее с точками O и S. Из прямоугольных треугольников SOB, SOA и AOB: $SB^2 = SO^2 + OB^2$, $SA^2 = SO^2 + OA^2$, $OB^2 - OA^2 = AB^2$. Вычтя из первого равенства второе, получим: $SB^2 - SA^2 = OB^2 - OA^2$. Приняв во внимание третье равенство, будем иметь: $SB^2 - SA^2 = AB^2$, $SB^2 = SA^2 + AB^2$. Согласно теореме, обратной теореме Пифагора, $SA \perp AB$, т. е. $t \perp SA$.

IV способ (векторный)



Доказательство:

Зададим векторы $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{SO}, \overrightarrow{SA}.$

$$\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OA}$$

Умножим обе части на $\overrightarrow{MN}$

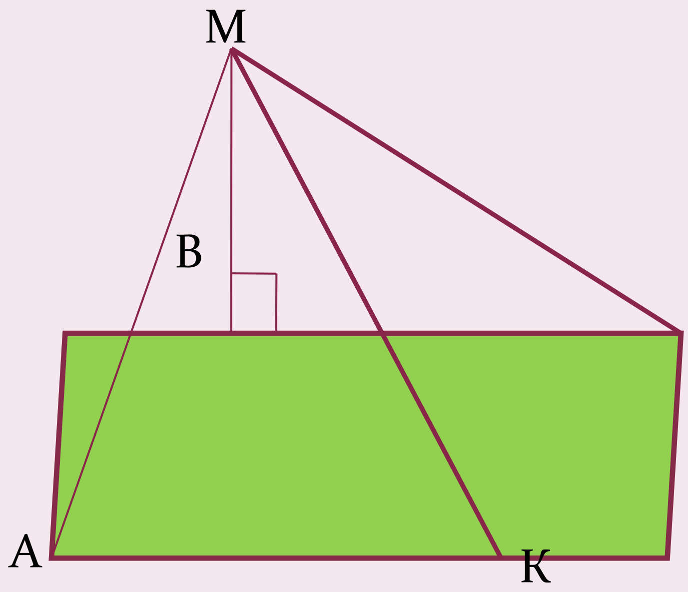
$$\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{SO} \cdot \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{MN}$$

Скалярное произведение двух перпендикулярных векторов равно нулю:

$$\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$$

Но $\overrightarrow{SA}$ и $\overrightarrow{MN}$ не нулевые векторы, значит, $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{SA}$, прямая оказалась перпендикулярной наклонной, что и требовалось доказать.

Задача № 1



Дано:

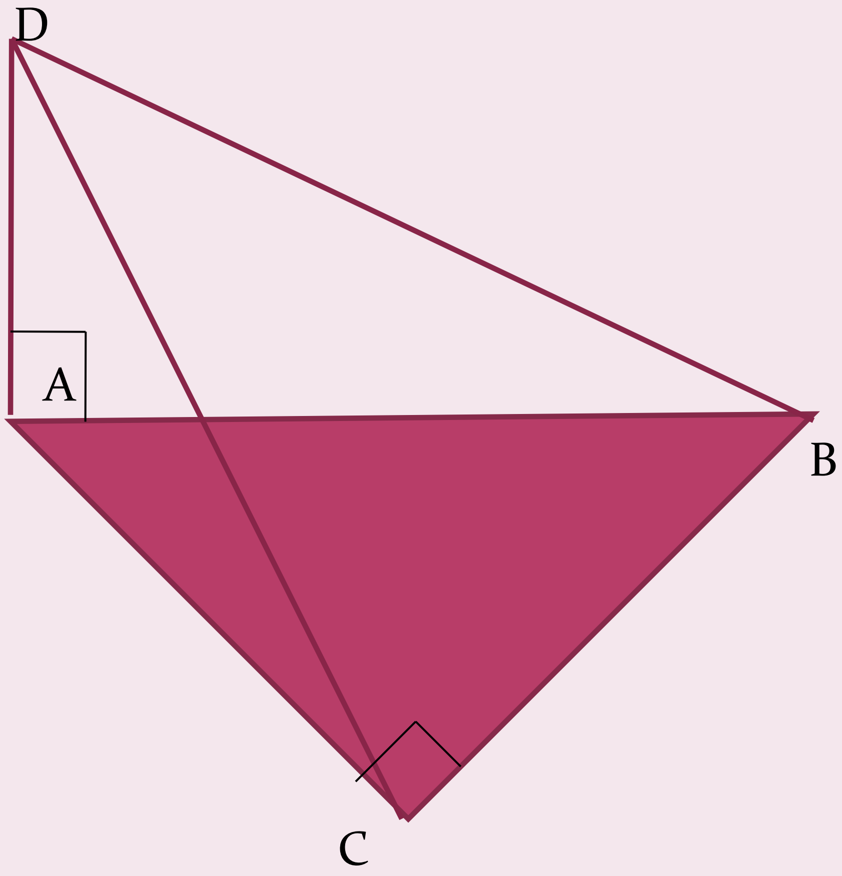
$$MB \perp ABCK$$

АВСК –прямоугольник.

Доказать:

$$\angle MCK = 90^0$$

Задача № 2



Дано:

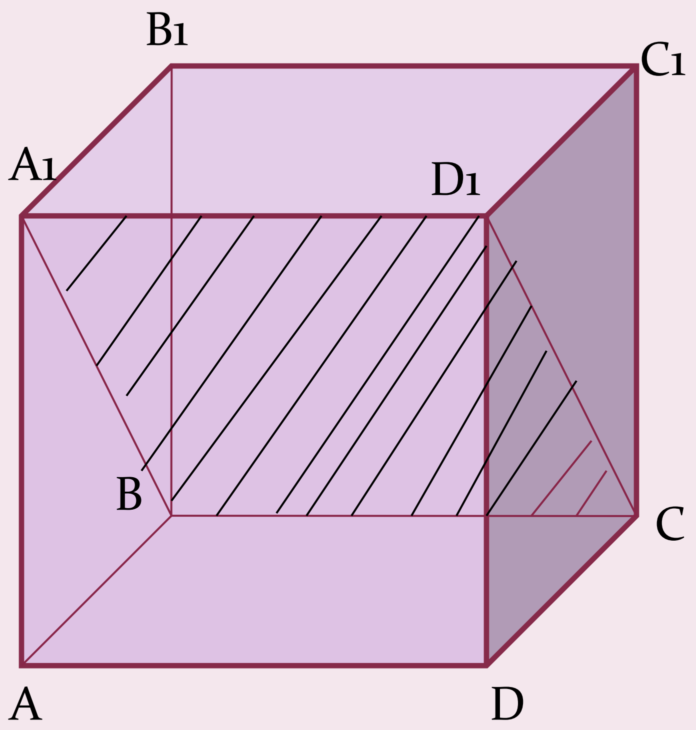
$\Delta ABC, \angle C = 90^0, AD \perp (ABC)$

Доказать:

$\Delta DCB - прямоугольный.$

Задача № 3

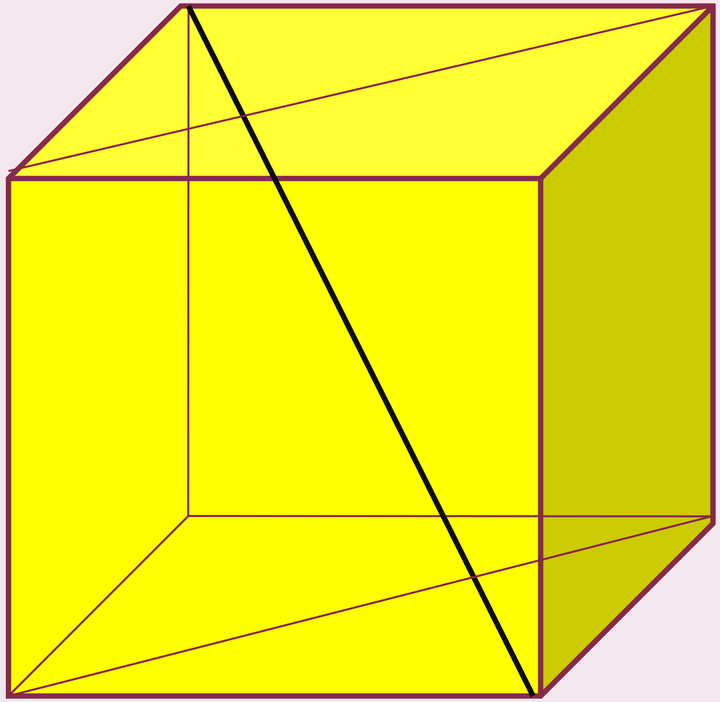
Как определить вид диагонального сечения куба, проведенного через диагонали параллельных граней?



Ответ: **A1BCD1 - прямоугольник**

Задача №4

На изображении куба построить несколько прямых перпендикулярных диагонали куба.



Задача №154 (Атанасян)

Прямая BD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC. Известно, что BD = 9 см,

AC = 10 см, BC = BA = 13 см.

Найдите: а) расстояние от точки D до прямой AC; б) площадь треугольника ACD.

Задача № 158

Через вершину В ромба ABCD проведена прямая ВМ, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки М до прямы, содержащих стороны ромба, если АВ = 25 см, угол BAD равен 60 градусам, ВМ = 12,5 см.

Задача №161

Луч ВА не лежит в плоскости неразвернутого угла CBD. Докажите, что если угол ABC равен углу ABD, причем угол ABC меньше 90 градусов, то проекцией луча BA на плоскость CBD является биссектриса угла CBD.

1. **Верно ли, что** две прямые, параллельные одной плоскости, перпендикулярны (две прямые, перпендикулярные к одной плоскости, параллельны).
2. **Может ли** прямая, перпендикулярная к плоскости, скрещиваться с прямой, лежащей в этой плоскости (прямая, перпендикулярная к плоскости, быть параллельна прямой, лежащей в этой плоскости)?
3. **Верно ли, что прямая перпендикулярна к плоскости, если** она перпендикулярна к двум прямым этой плоскости (она перпендикулярна к двум прямым, параллельным этой плоскости)?
4. **Могут ли** две скрещивающиеся прямые быть перпендикулярными к одной плоскости (две пересекающиеся прямые быть перпендикулярными к одной плоскости)?

5. **Верно ли, что** любая из трех взаимно перпендикулярных прямых перпендикулярна к плоскости двух других прямых (две прямые в пространстве, перпендикулярные к третьей прямой, параллельны)?
6. **Могут ли пересекаться** две плоскости, перпендикулярные к одной прямой (прямая а и плоскость, перпендикулярные к одной прямой с)?
7. **Верно ли,** что длина перпендикуляра меньше длины наклонной, проведенной из той же точки (длина перпендикуляра меньше длины проекции наклонной, проведенной из той же точки)?

Критерии оценок

7 правильных ответов – «5»

6 правильных ответов – «4»

5 правильных ответов – «3»

	1	2	3	4	5	6	7
I вариант	-	+	-	-	+	-	-
II вариант	+	-	-	-	-	-	+

I уровень.(на «3»)

Дано:, AC $\perp$ BC, SA = SB = SC =10 см; CM =5 см –медиана.

Найти: SM (расстояние от точки S до плоскости (ABC)).

II уровень (на «4»)

Дано: ABCD – прямоугольник; AK $\perp$ (ABC), KD= 6 см, KB = = 7 см, KC = 9 см.

Найти: расстояние от точки К до (ABC).

III уровень.(на «5»)

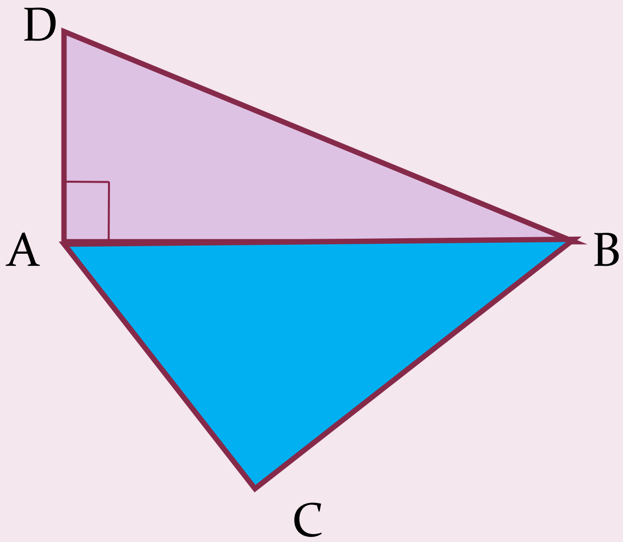
Дано: AB = 17 см, AC = 15 см, BC = 8 см, AM $\perp$ (ABC),

<A – меньший,

AM = 20 см.

Найти: ME.

Подведение итогов.



Дано: AD$\perp$ (ABC),

$$\angle BAC = 62^0, \angle ACB = 28^0.$$

Каково взаимное расположение прямых CB и BD ?

Ответ обоснуйте.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. № 145, 143, 140.
2. Ответить на вопросы пп 19, 20.
3. Дополнительная задача: Через сторону AD ромба ABCD проведена плоскость α. Найдите расстояние от прямой BC до плоскости α, если площадь ромба равна 80 $см^2$,высота – 8 см, а угол между проекцией стороны CD и прямой AD равен 45 градусов.

Дальнейших успехов !!!

СПАСИБО!