

Золотое сечение

Авторы: учащиеся 10
класса МБОУ СОШ№6 г.
Павлова

Мочалин Р.
Родионов С.

Учитель: Клепикова Е.И

Январь 2012

**«...Геометрия владеет двумя
сокровищами – теоремой
Пифагора и золотым сечением,
и если первое из них можно
сравнить с мерой золота, то
второе – с драгоценным
камнем...»**

Иоганн Кеплер



Содержание презентации

1. Определение золотого сечения
2. Золотое сечение и гармония в искусстве
3. Примеры сознательного использования
4. Работы Фидия
5. Математические свойства



Определение золотого сечения

Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении) — деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.

Отношение большей части к меньшей в этой пропорции выражается квадратичной иррациональностью

$$\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1,6180339887\dots$$

и, наоборот, отношение меньшей части к большей

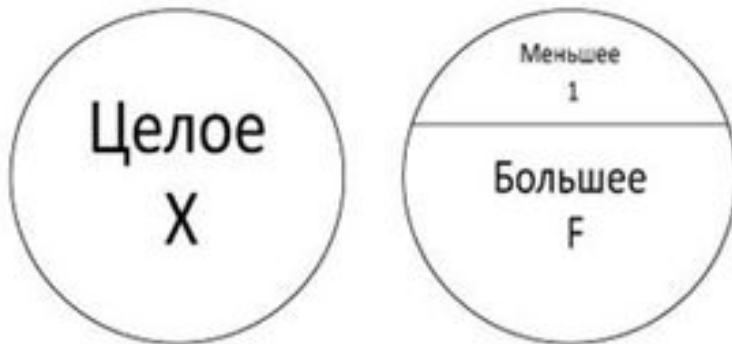
$$\frac{1}{\varphi} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0,6180339887\dots$$

В дошедшей до нас античной литературе деление отрезка в крайнем и среднем отношении впервые встречается в «Началах» Евклида (ок. 300 лет до н. э.), где оно применяется для построения правильного пятиугольника.

Лука Пачоли, современник и друг Леонардо да Винчи, называл это отношение «божественной пропорцией». Термин «золотое сечение» (goldener Schnitt) был введён в обиход Мартином Омом в 1835 году.

Золотое сечение имеет множество замечательных свойств, но ещё больше свойств вымышленных. Многие люди «стремятся найти» золотое сечение во всём что между полутора и двумя.

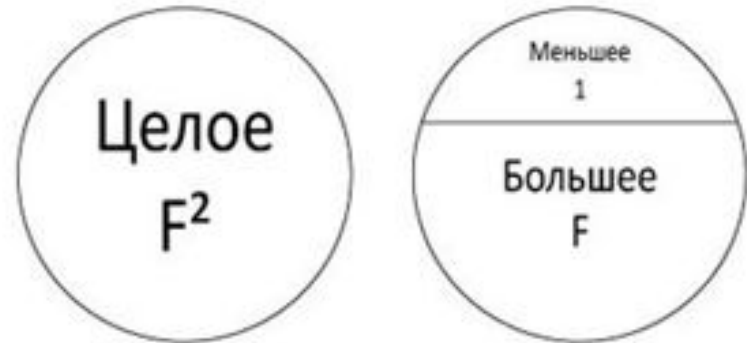
«**Золотое сечение** , это такое деление целого на 2 части, при котором отношение большего к меньшему, равно отношению целого к большему».



$$\frac{\text{Целое}}{\text{Большее}} = \frac{\text{Большее}}{\text{Меньшее}}$$

$$\text{Целое} = \frac{\text{Большее}^2}{\text{Меньшее}}$$

$$X = F^2$$



Мы получили последовательность - 1; F; F²
 Её можно продлить ...1/F³; 1/F²; 1/F; 1; F; F²; F³...

К особенностям этого ряда относится то , что **каждый следующий член ряда равен сумме двух предыдущих** , а так же каждый следующий член ряда равен предыдущему , умноженному на F.

$$F^2 = F + 1 \Rightarrow F^2 - F - 1 = 0$$

Его дискриминант 5 . А корни равны :

$$F1 = 1.618$$

$$F2 = -0.618$$

Золотое сечение и гармония в искусстве

Под «правилом золотого сечения» в архитектуре и искусстве обычно понимаются асимметричные композиции, не обязательно содержащие золотое сечение математически.

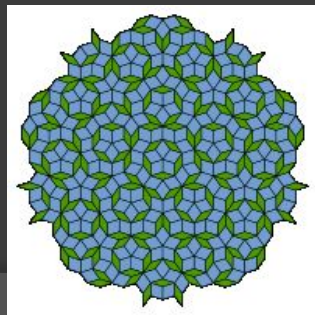
Многие утверждают, что объекты, содержащие в себе «золотое сечение», воспринимаются людьми как наиболее гармоничные. Обычно такие исследования не выдерживают строгой критики. В любом случае ко всем этим утверждениям следует относиться с осторожностью, поскольку во многих случаях это может оказаться результатом подгонки или совпадения. Есть основание считать, что значимость золотого сечения в искусстве преувеличена и основывается на ошибочных расчётах. Некоторые из таких утверждений:

Пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона якобы свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого сечения при их создании.

Согласно Ле Корбюзье, в рельефе из храма фараона Сети I в Абидосе и в рельефе, изображающем фараона Рамзеса, пропорции фигур соответствуют золотому сечению. В фасаде древнегреческого храма Парфенона также присутствуют золотые пропорции. В циркуле из древнеримского города Помпеи (музей в Неаполе) также заложены пропорции золотого деления, и т. д. и т. п.

Результаты исследования золотого сечения в музыке впервые изложены в докладе Эмилия Розенова (1903) и позднее развиты в его статье «Закон золотого сечения в поэзии и музыке» (1925). Розенов показал действие данной пропорции в музыкальных формах эпохи Барокко и классицизма на примере произведений Баха, Моцарта, Бетховена.

При обсуждении оптимальных соотношений сторон прямоугольников (размеры листов бумаги А0 и кратные, размеры фотопластинок (6:9, 9:12) или кадров фотоплёнки (часто 2:3), размеры кино- и телевизионных экранов — например, 3:4 или 9:16) были испытаны самые разные варианты. Оказалось, что большинство людей не воспринимает золотое сечение как оптимальное и считает его пропорции «слишком вытянутыми»



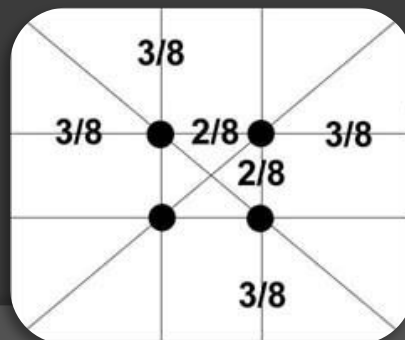
МОЗАИКА ПЕНРОУЗА

Примеры сознательного использования

Начиная с Леонардо да Винчи, многие художники сознательно использовали пропорции «золотого сечения». Российский зодчий Жолтовский также использовал золотое сечение в своих проектах.

Известно, что Сергей Эйзенштейн искусственно построил фильм «Броненосец Потёмкин» по правилам золотого сечения. Он разбил ленту на пять частей. В первых трёх действие развивается на корабле. В двух последних — в Одессе, где разворачивается восстание. Этот переход в город происходит точно в точке золотого сечения. Да и в каждой части есть свой перелом, происходящий по закону золотого сечения. В кадре, сцене, эпизоде происходит некий скачок в развитии темы: сюжета, настроения. Эйзенштейн считал, что, так как такой переход близок к точке золотого сечения, он воспринимается как наиболее закономерный и естественный.

Другим примером использования правила «золотого сечения» в киноискусстве служит расположение основных компонентов кадра в особых точках — «зрительных центрах». Часто используются четыре точки, расположенные на расстоянии $3/8$ и $5/8$ от соответствующих краёв плоскости



ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ И ЗРИТЕЛЬНЫЕ ЦЕНТРЫ

Работы Фидия



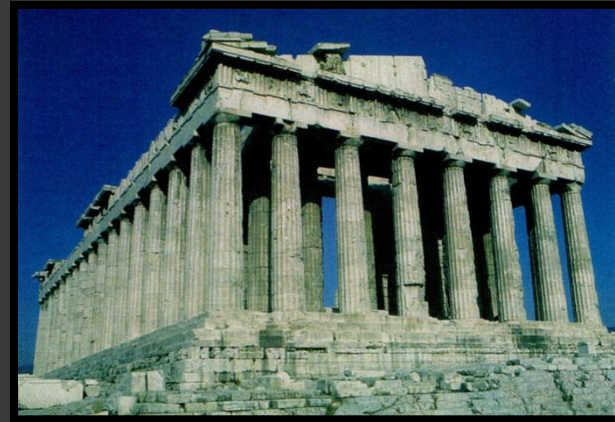
АФИНА ПАРФЕНОС

Скульптор Фидий часто использовал золотую пропорцию в своих произведениях. Самыми знаменитыми из них были статуя Зевса Олимпийского, которая считалась одним из семи чудес света, и статуя Афины Парфенос.



ЗЕВС ОЛИМПИЙСКИЙ

Парфенон



Фидий руководил строительством храма Парфенон в Афинах.

Парфенон – это одно из красивейших произведений древнегреческой архитектуры. Он и сейчас, несмотря на то, что со времени его постройки прошло более 2,5 тысячелетий, производит огромное впечатление. Некогда белоснежный мрамор стал от времени золотисто-розовым. Величественное здание, стоящее на холме из известняка, возвышается над Афинами и их окрестностями. Но поражает оно не своими размерами, а гармоническим совершенством пропорций.

Здание не вдавливается своей тяжестью в землю, а как бы парит над нею, кажется очень лёгким. Многие искусствоведы стремились раскрыть секрет того могучего эмоционального воздействия, которое это здание оказывает на зрителя.

Разгадку они увидели в том, что в соотношениях многих частей храма присутствует золотая пропорция. Так, отношение высоты здания к его длине равно $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Отношения целого ряда частей Парфенона дают число $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Говорят, что «...у греческого храма нет размеров, у него есть пропорции ...»

Математические свойства

- иррациональное алгебраическое число, положительное решение квадратного уравнения $x^2 - x - 1 = 0$, откуда, в частности, следуют соотношения:

$$\varphi^2 = \varphi + 1,$$

$$\varphi \cdot (\varphi - 1) = 1,$$

$$\varphi = \frac{1}{\varphi} + 1.$$

- φ представляется через тригонометрические функции:

$$\varphi = 2 \cdot \cos \frac{\pi}{5}.$$

- φ представляется в виде бесконечной цепочки квадратных корней:

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

- φ представляется в виде бесконечной цепной дроби

$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

подходящими дробями которой служат отношения последовательных чисел Фибоначчи

$$\frac{F_{n+1}}{F_n}$$

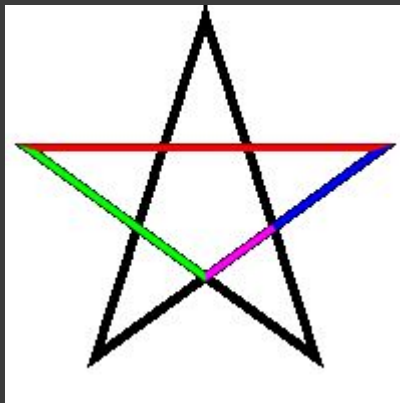
Таким образом,

$$\varphi = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}$$

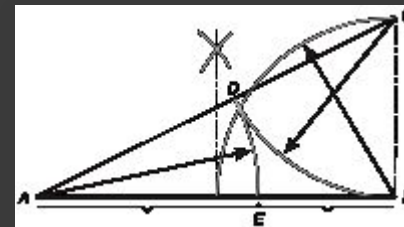
В правильной пятиконечной звезде каждый отрезок делится пересекающим его отрезком в золотом сечении (на приведённом рисунке отношение красного отрезка к зелёному, так же как зелёного к синему, так же как синего к фиолетовому, равны)

Геометрическое построение. Золотое сечение отрезка АВ можно построить следующим образом: в точке В восстанавливают перпендикуляр к АВ, откладывают на нём отрезок ВС, равный половине АВ, на отрезке АС откладывают отрезок CD, равный ВС, и наконец, на отрезке АВ откладывают отрезок АЕ, равный AD. Тогда

$$\varphi = \frac{|AB|}{|AE|} = \frac{|AE|}{|EB|}$$



Золотое сечение в пятиконечной звезде



Построение золотого сечения

Пентаграмма

Пентаграмма представляет собой
вместилище золотых пропорций!
Интересно, что внутри
пятиугольника можно продолжить
строить пятиугольники и золотые
отношения будут сохраняться.

