

Скрещивающиеся

прямые

Пересечение двух миров
В какой произойдет момент?
А вдруг на стыке двух орбит
Нет обозначенных планет?!

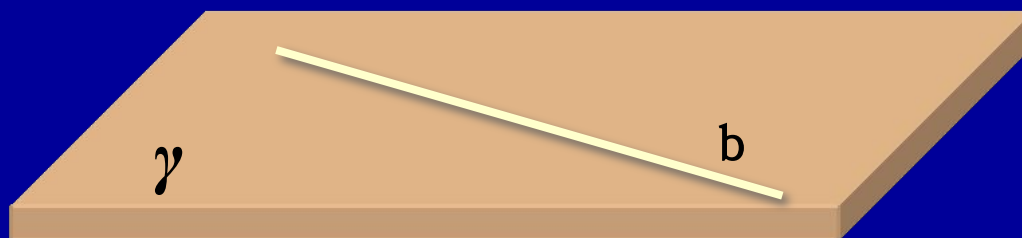
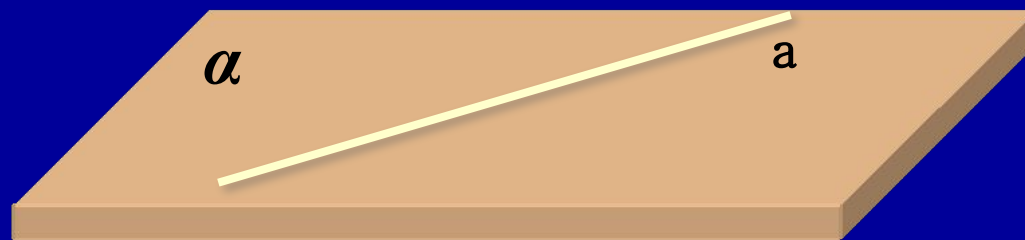


Ребята! Сегодня мы с вами выходим в открытое пространство. Объект изучения – скрещивающиеся прямые.

Вы конечно помните, что две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

Давайте посмотрим какими еще интересными свойствами обладают скрещивающиеся прямые.

1 СВОЙСТВО

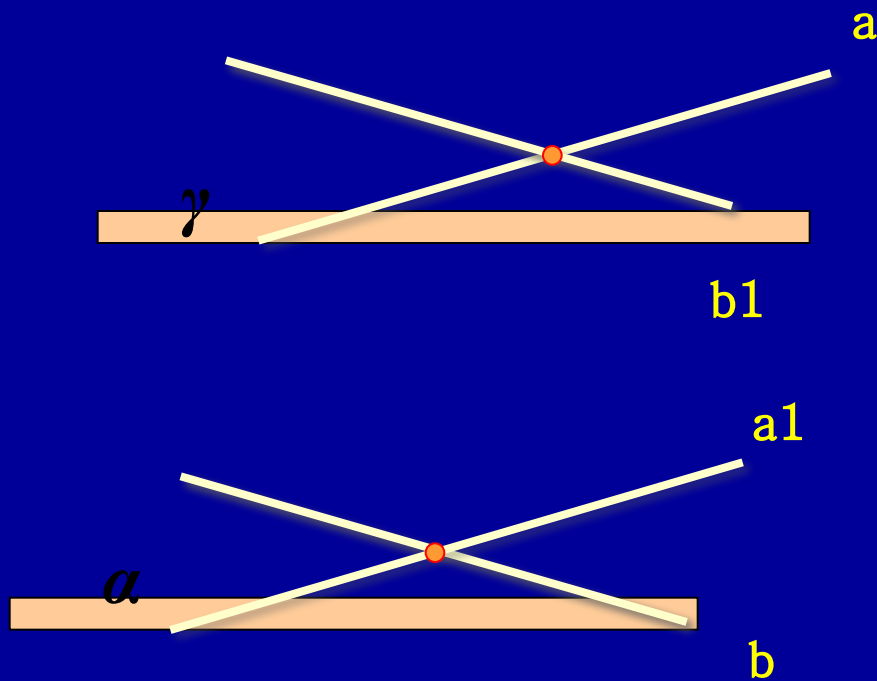


Скрещивающиеся
прямые лежат в
параллельных
плоскостях.

Вопрос №1: Как доказать, что прямые скрещиваются?

Вопрос №2: Как построить эти параллельные плоскости?

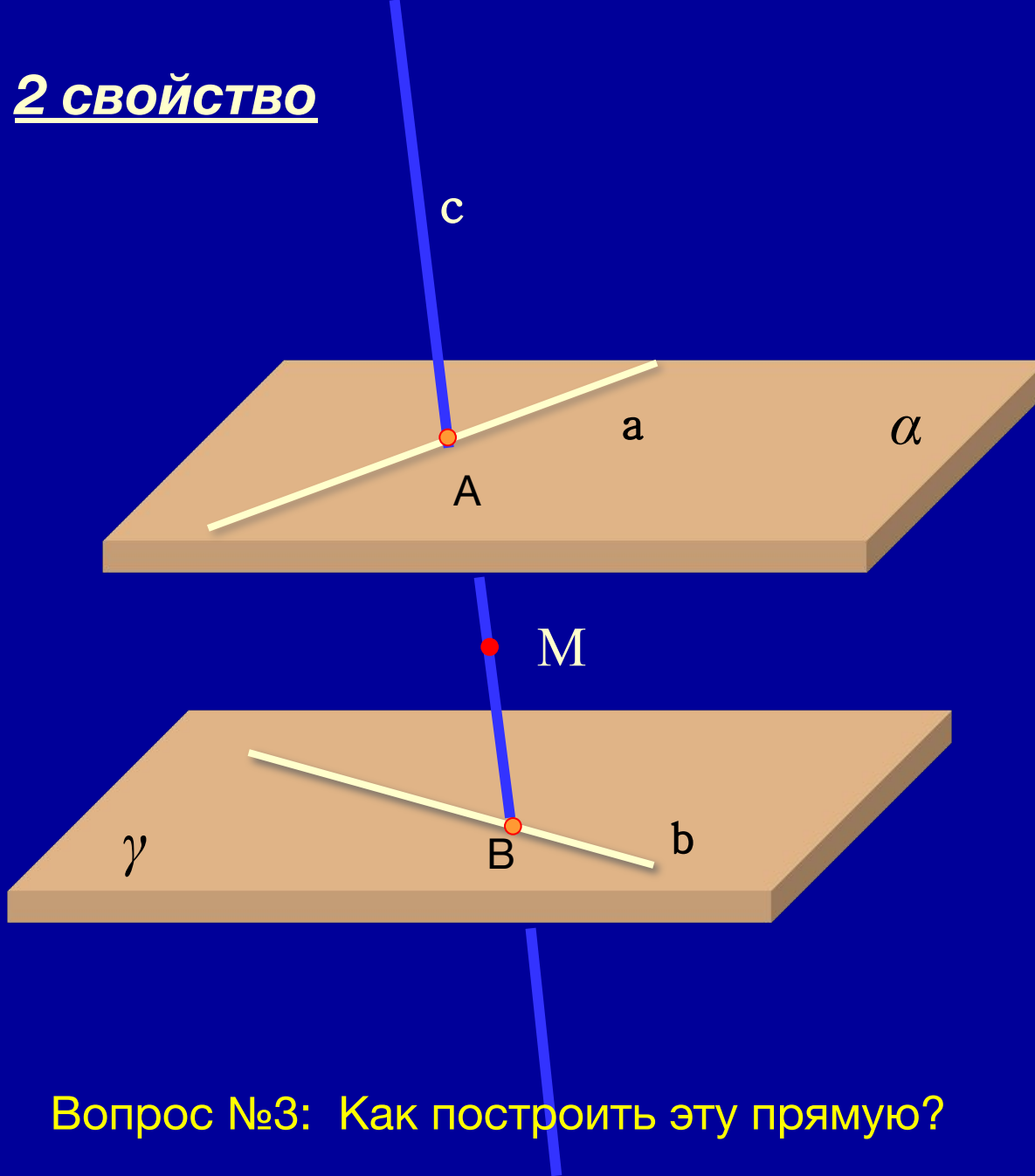
1 СВОЙСТВО



Скрещивающиеся
прямые лежат в
параллельных
плоскостях.

Вопрос №2: Как построить эти параллельные плоскости?

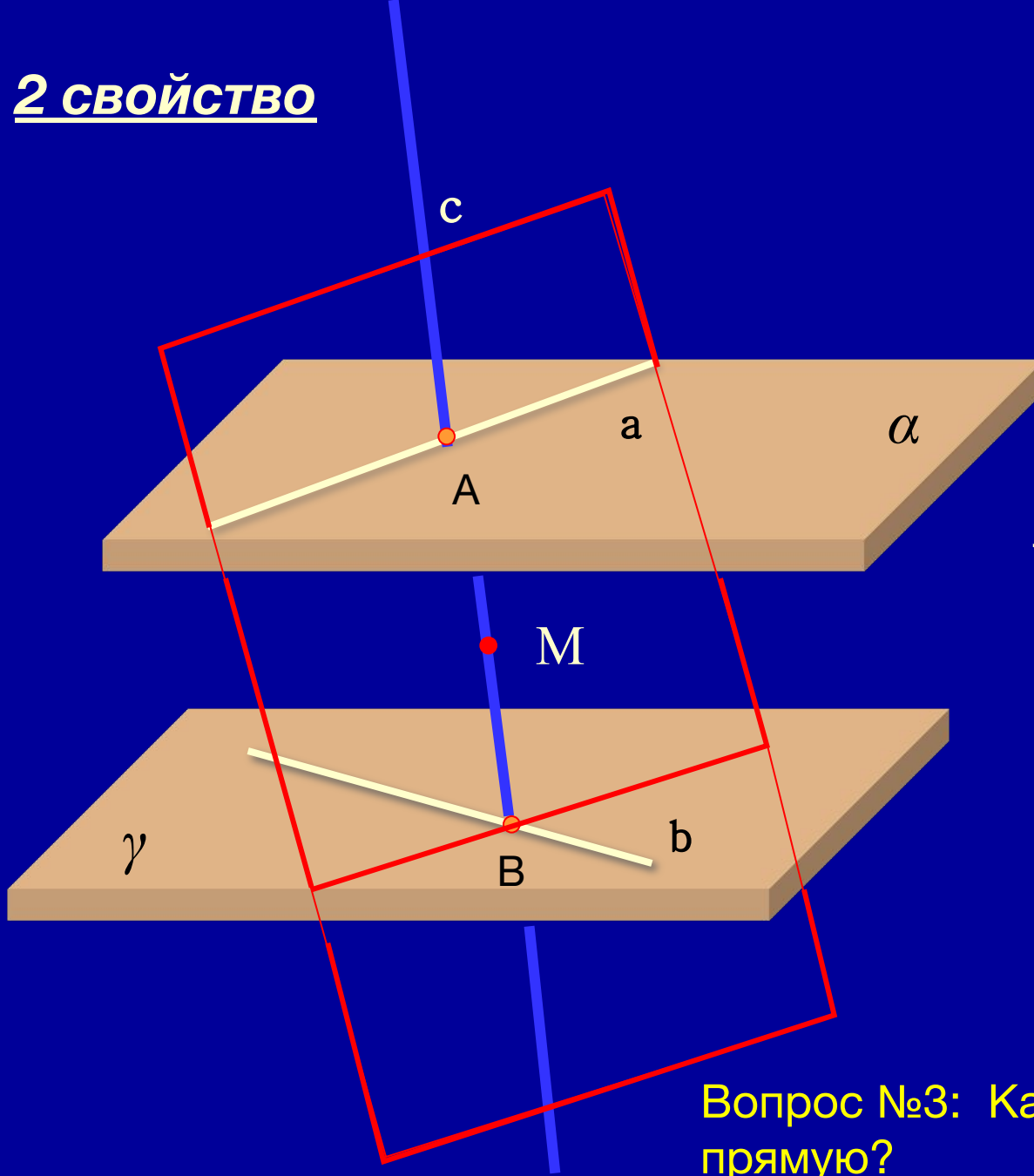
2 СВОЙСТВО



Через точку, не лежащую на данных параллельных плоскостях, проходит прямая, и притом, единственная, пересекающая обе скрещивающиеся прямые.

Вопрос №3: Как построить эту прямую?

2 СВОЙСТВО



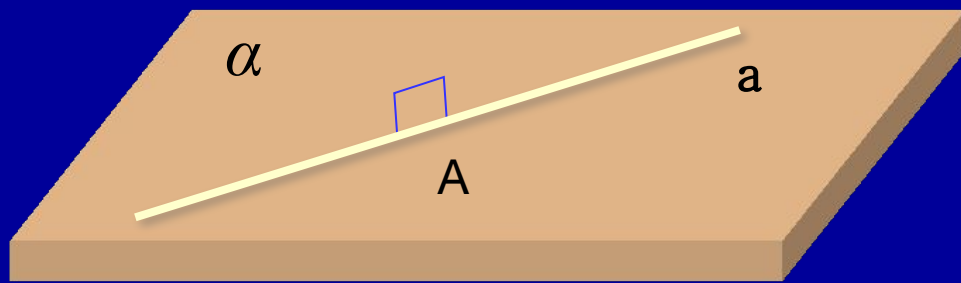
Через точку, не лежащую на данных параллельных плоскостях, проходит прямая, и притом, единственная, пересекающая обе скрещивающиеся прямые.

Вопрос №3: Как построить эту прямую?

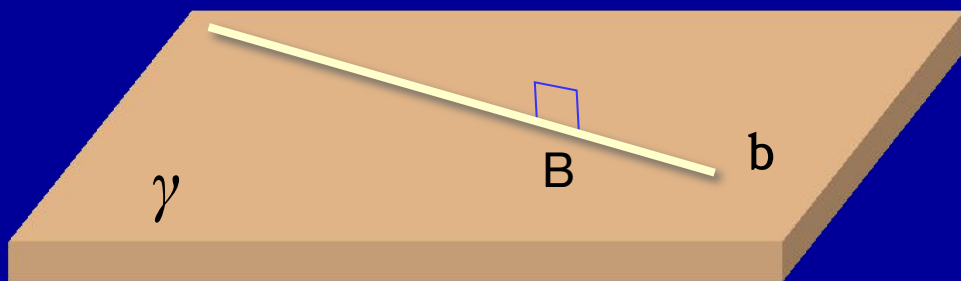
3 СВОЙСТВО



с

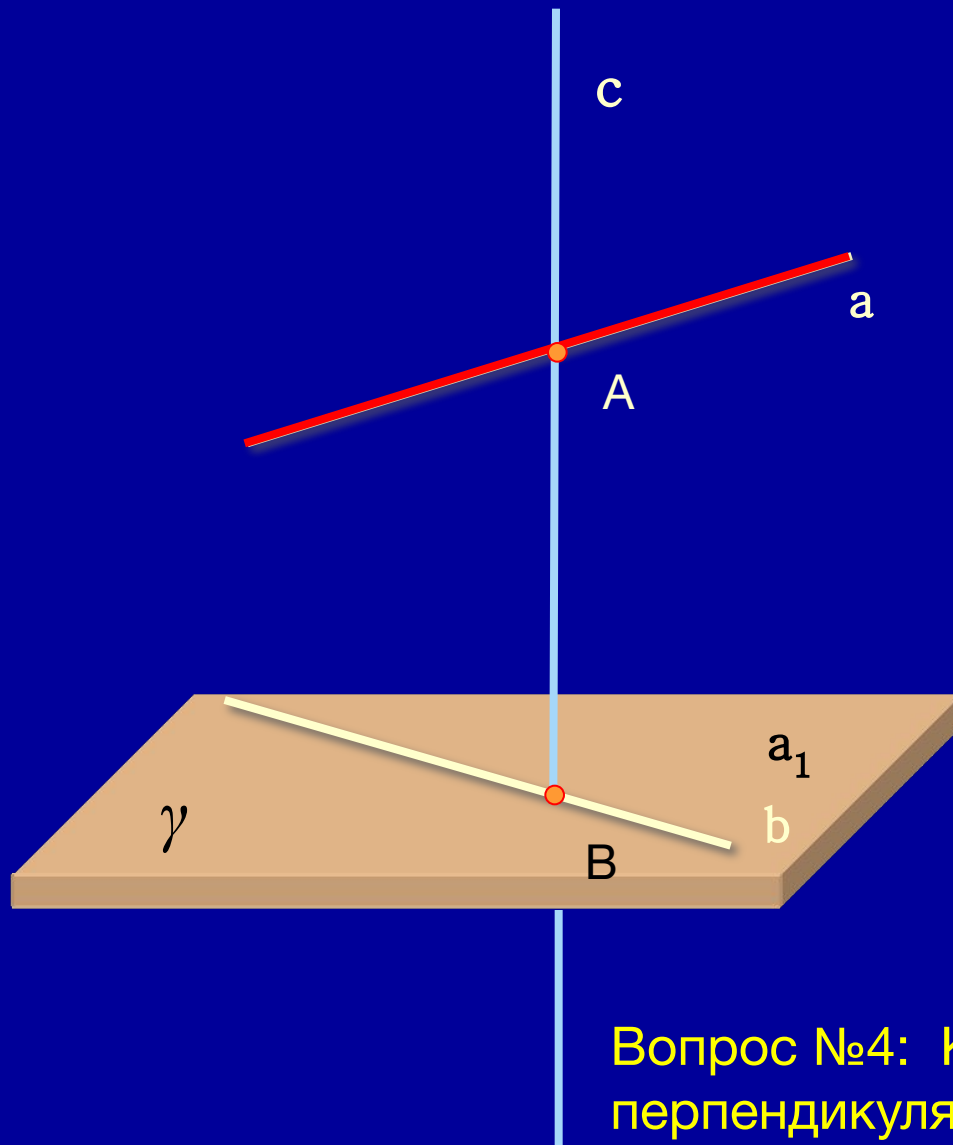


У всяких двух скрещивающихся прямых имеется один общий перпендикуляр.



Вопрос №4: Как построить этот перпендикуляр?

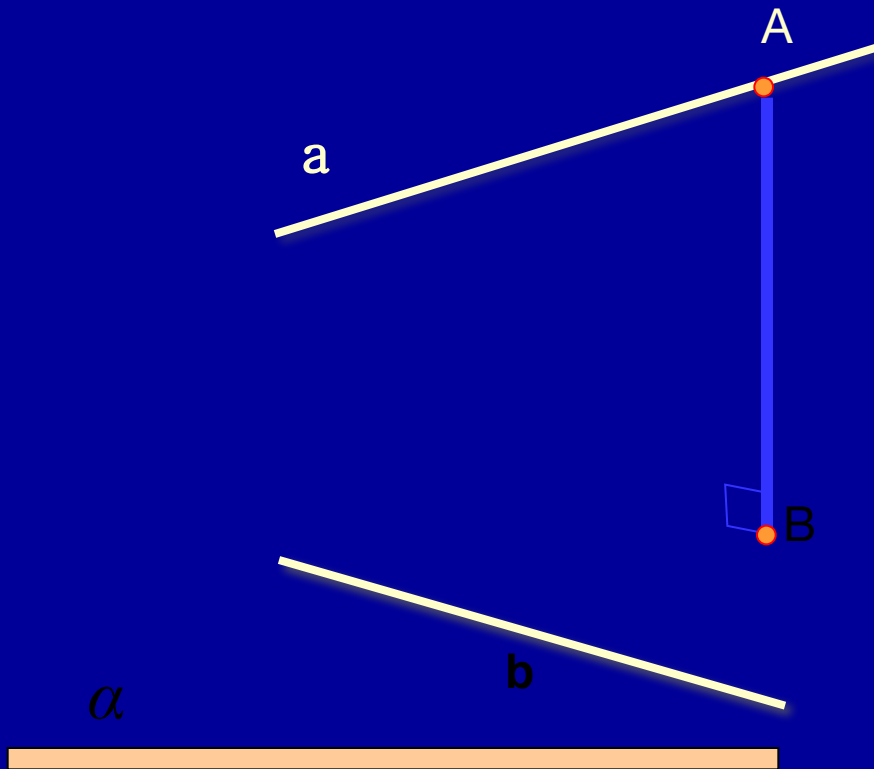
3 СВОЙСТВО



У всяких двух скрещивающихся прямых имеется один общий перпендикуляр.

Вопрос №4: Как построить этот перпендикуляр?

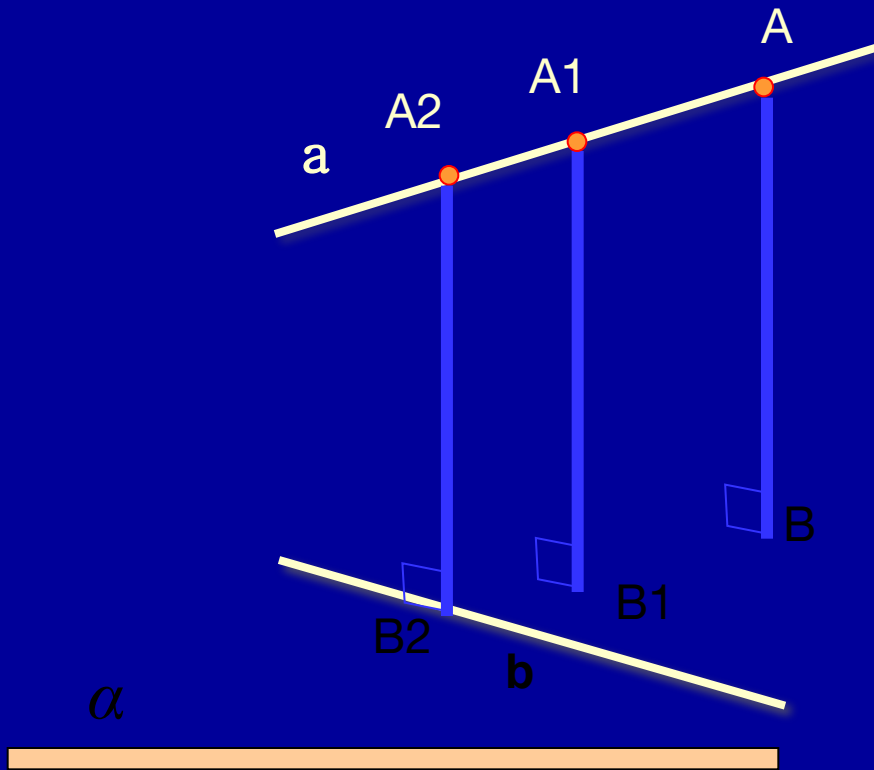
4 СВОЙСТВО



Если одна из двух скрещивающихся прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая параллельна этой плоскости, то длина перпендикуляра, опущенного из любой точки второй прямой на эту плоскость есть расстояние между скрещивающимися прямыми.

Вопрос №4: Зависит ли расстояние между скрещивающимися прямыми от выбора точки A?

4 СВОЙСТВО



Если одна из двух скрещивающихся прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая параллельна этой плоскости, то длина перпендикуляра, опущенного из любой точки второй прямой на эту плоскость есть расстояние между скрещивающимися прямыми.

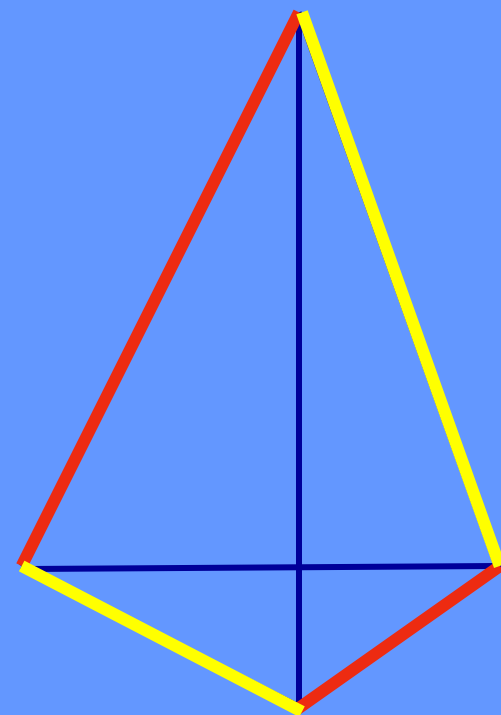
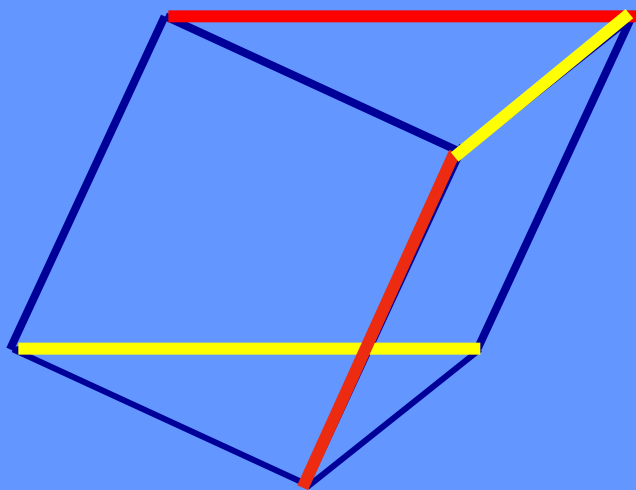
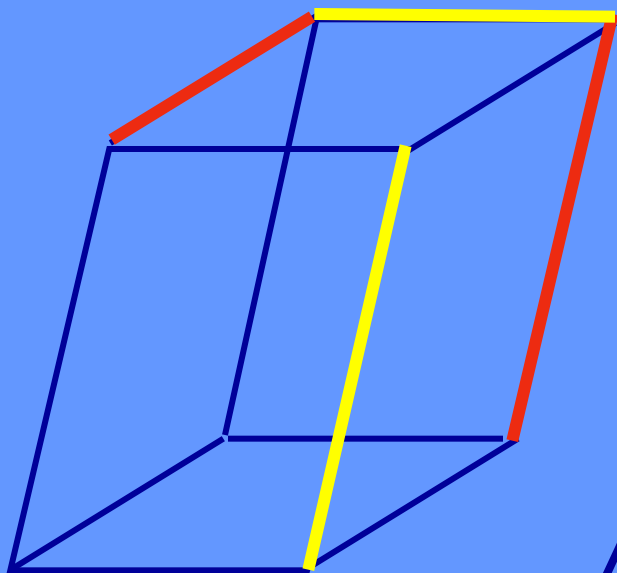
Вопрос №5: Зависит ли расстояние между скрещивающимися прямыми от выбора точки A ?

Теперь вы догадываетесь, какие интересные конструкции можно составлять из скрещивающихся прямых.



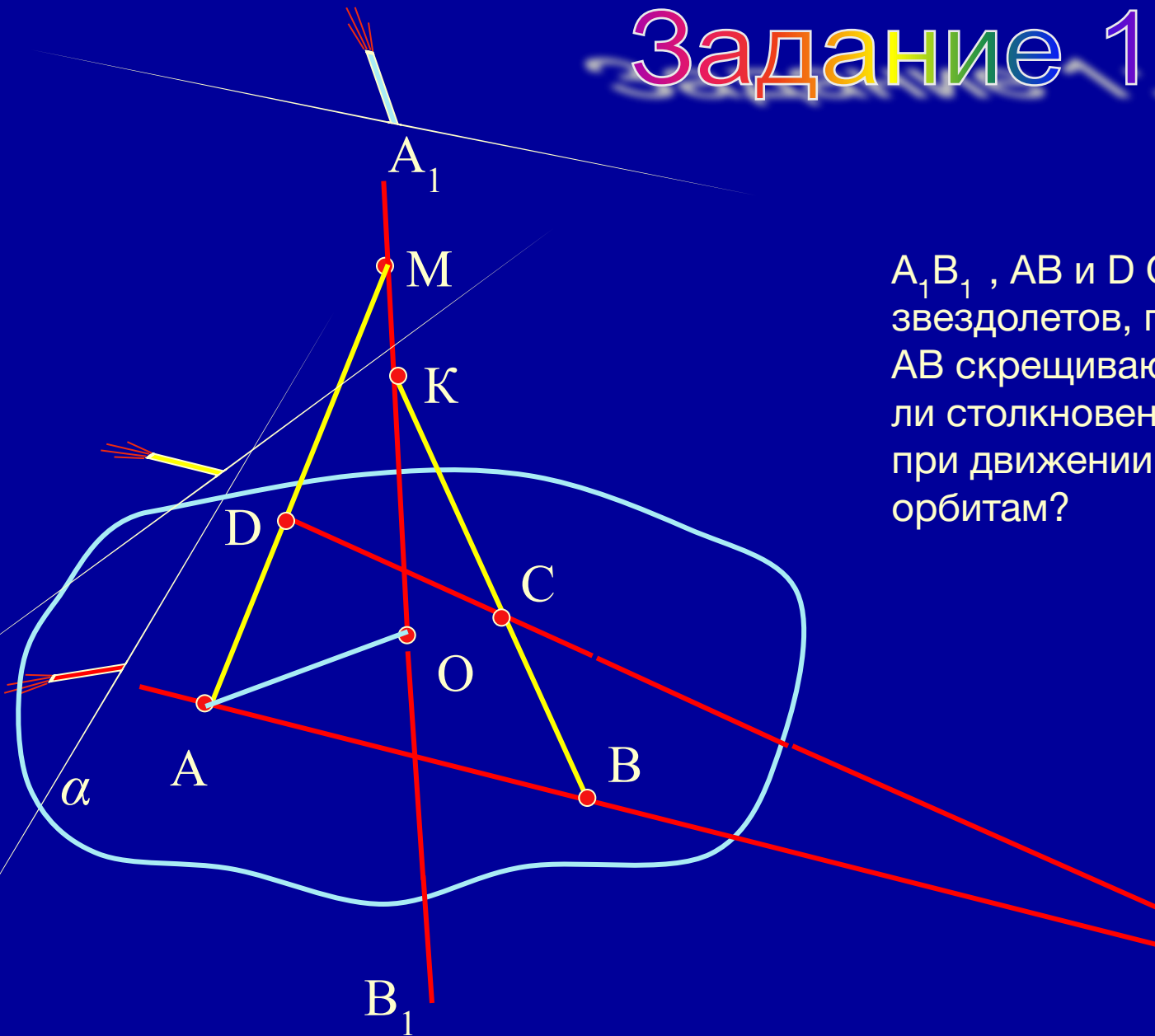
Без скрещивающихся ребер нет и многогранника.

Рассмотрим несколько моделей различных многогранников.



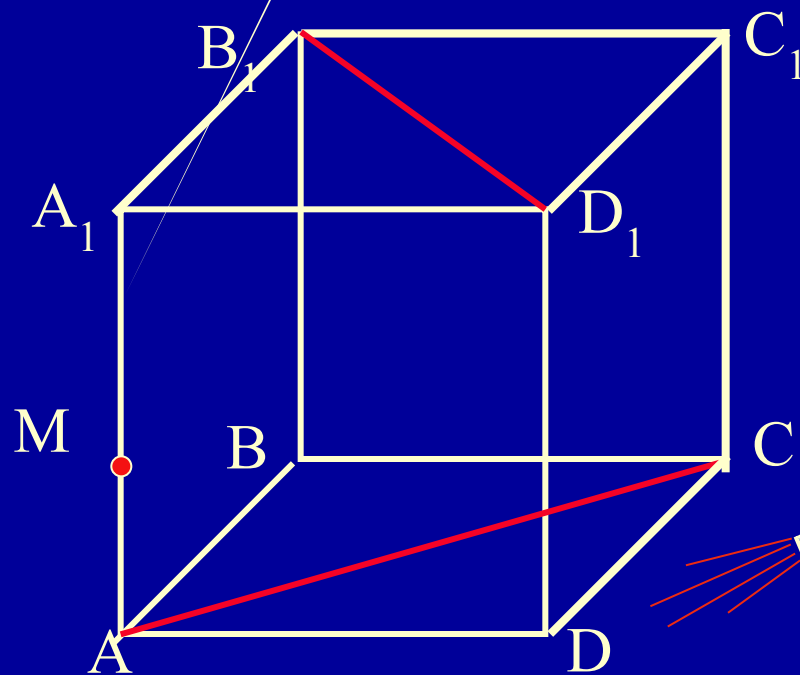
Вы видите пары скрещивающихся ребер.

Задание 1:



A_1B_1 , AB и DC – орбиты звездолетов, при этом A_1B_1 и AB скрещиваются. Возможно ли столкновение спутников при движении их по этим орбитам?

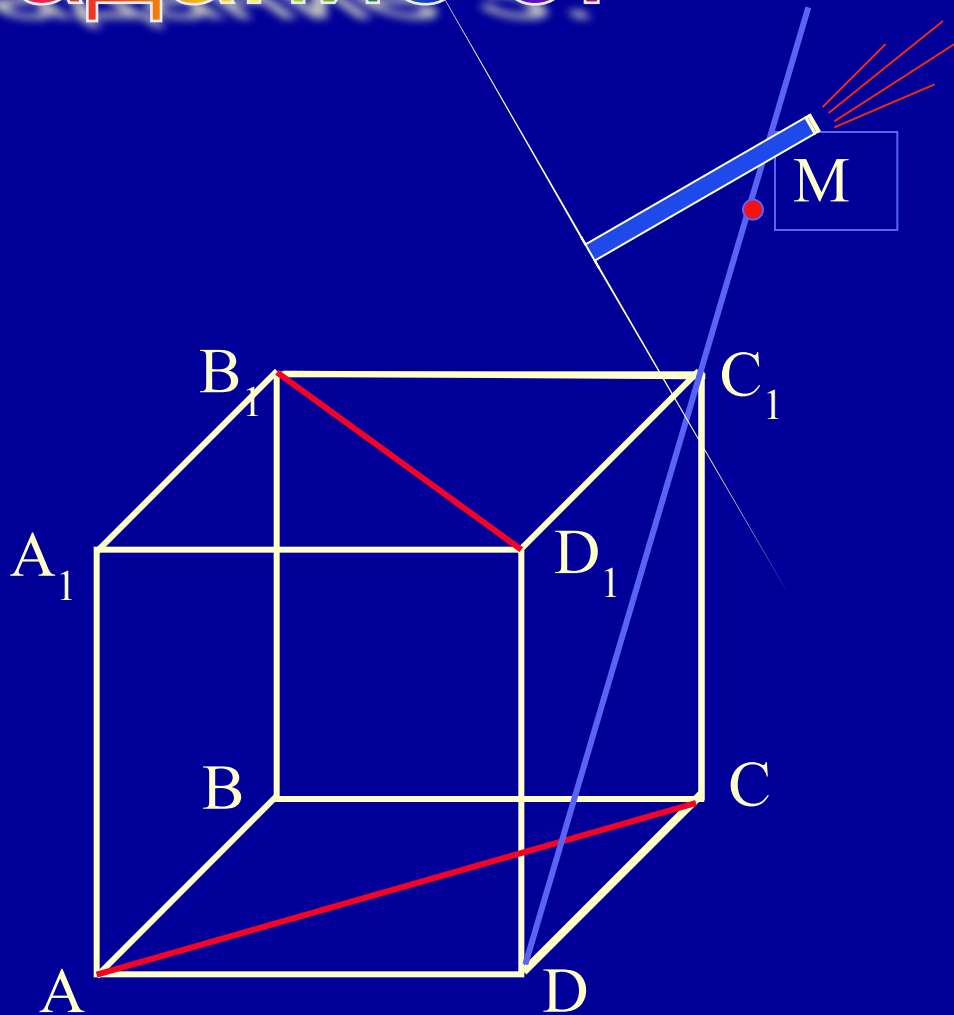
Задание 2:



AC и B_1D_1 – орбиты звездолетов, а точка M – это межпланетная станция. Надо произвести запуск звездолета по космическому тоннелю так, что бы тоннель проходил через точку M и пересекал орбиты.*

*Требуется построить прямую линию, пересекающую две скрещивающиеся прямые и проходящую через точку M.

Задание 3:



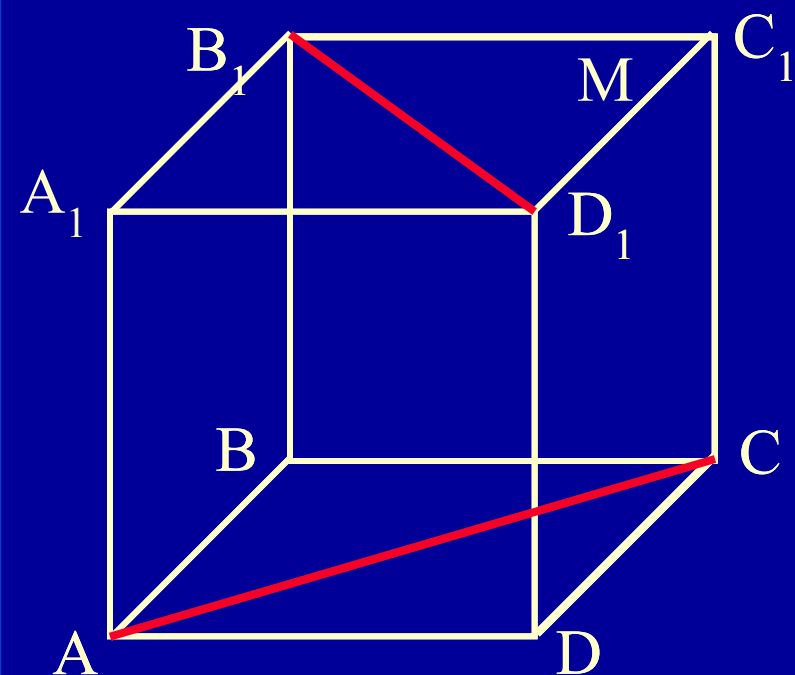
Надо произвести запуск космического звездолета с межпланетной станции (точка M), таким образом, что бы он пересек орбиты B_1D_1 и AC за минимально короткое время. Постройте траекторию движения звездолета.*

*Требуется построить прямую линию, проходящую через точку M и пересекающую две скрещивающиеся прямые.

А теперь попробуйте выполнить следующие задания.

Задание 4:

Дан куб.



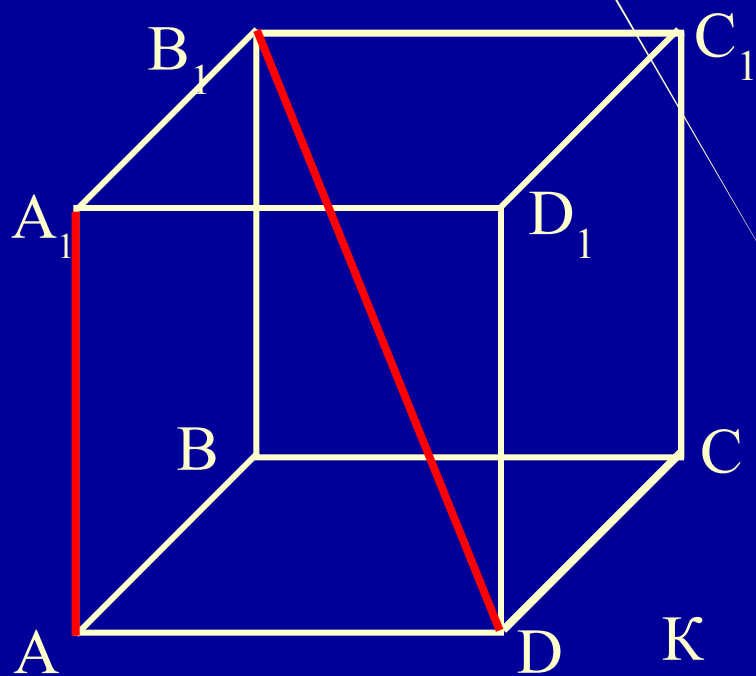
1. Докажите, что прямые AC и B_1D_1 скрещивающиеся.

2. Пусть дана точка M , не лежащая ни на одной из скрещивающихся прямых и лежащая в плоскости $A_1B_1C_1D_1$. Можно ли построить прямую, проходящую через эту точку и пересекающую обе скрещивающиеся прямые?

3. Постройте общий перпендикуляр для прямых AC и B_1D_1 .

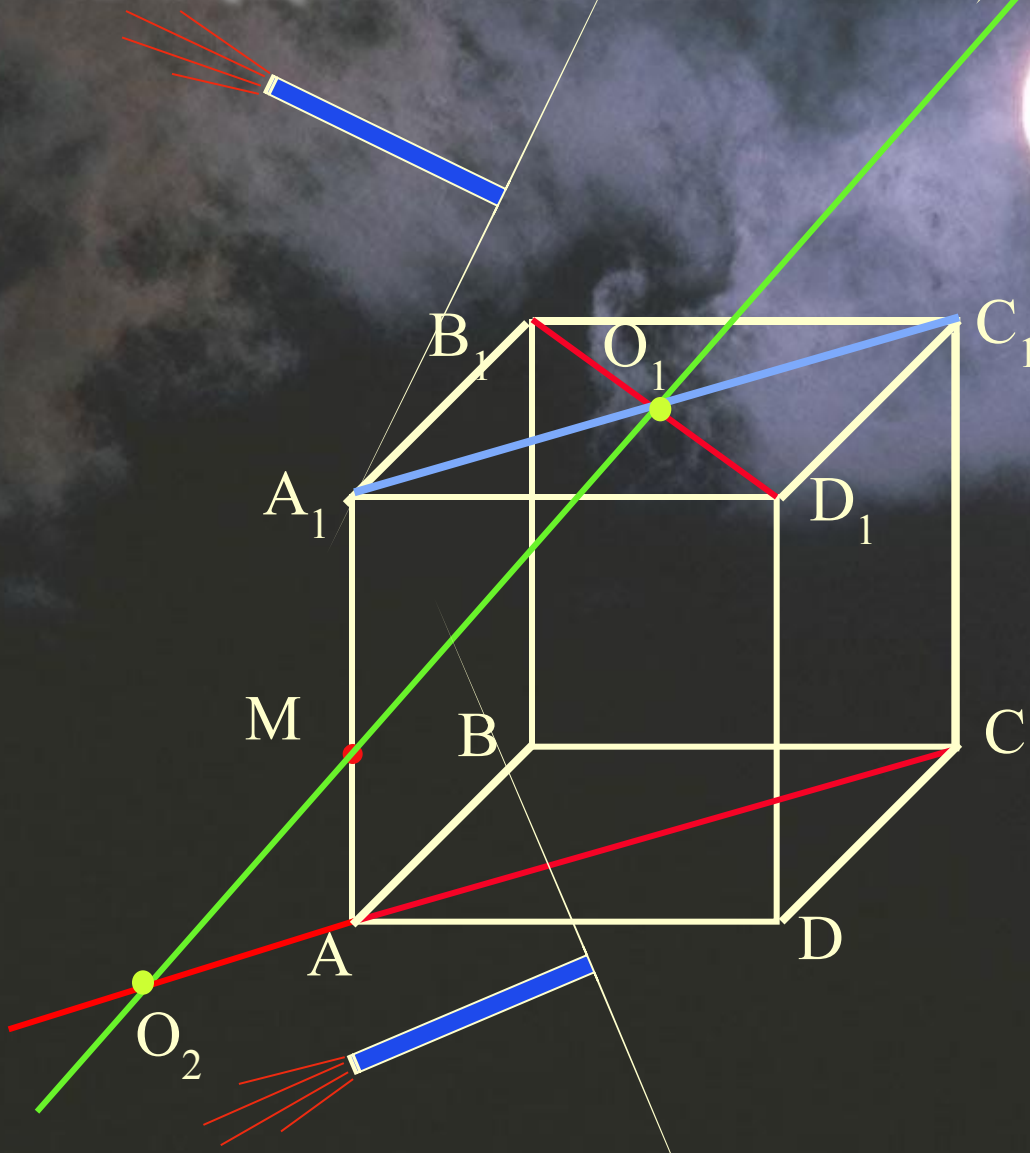
4. Каково расстояние между прямыми AC и B_1D_1 , если ребро куба равно a ?

Задание 5:



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ –
космическая станция,
имеющая форму куба.
Требуется найти
расстояние между AA_1 и
 $B_1 D$, если ребро куба
равно a .

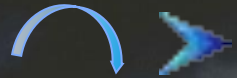
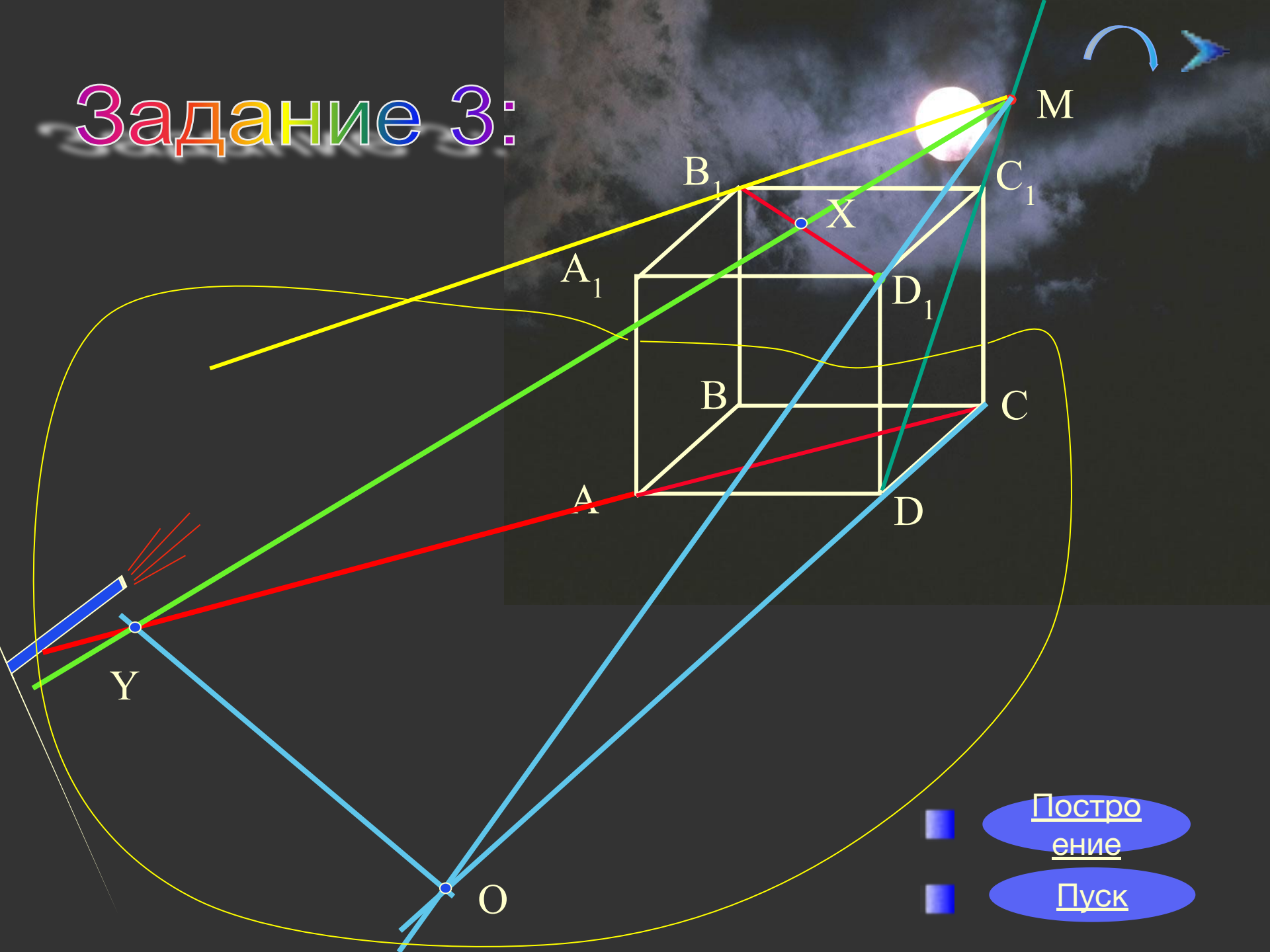
Задание 2:



Искомая прямая проходит через точку M и прямую AC , поэтому она принадлежит плоскости AA_1C_1C . Прямая B_1D_1 параллельна прямой AC , следовательно, искомая прямая должна принадлежать плоскости AA_1C_1C . Если искомая прямая принадлежит плоскости AA_1C_1C , то она должна пересекать прямые B_1D_1 и AA_1C_1C в одной точке. Следовательно, задача сводится к построению точки пересечения прямой B_1D_1 и плоскости AA_1C_1C . Строим сечение AA_1C_1C .

-  Построение
-  Пуск

Задание 3:

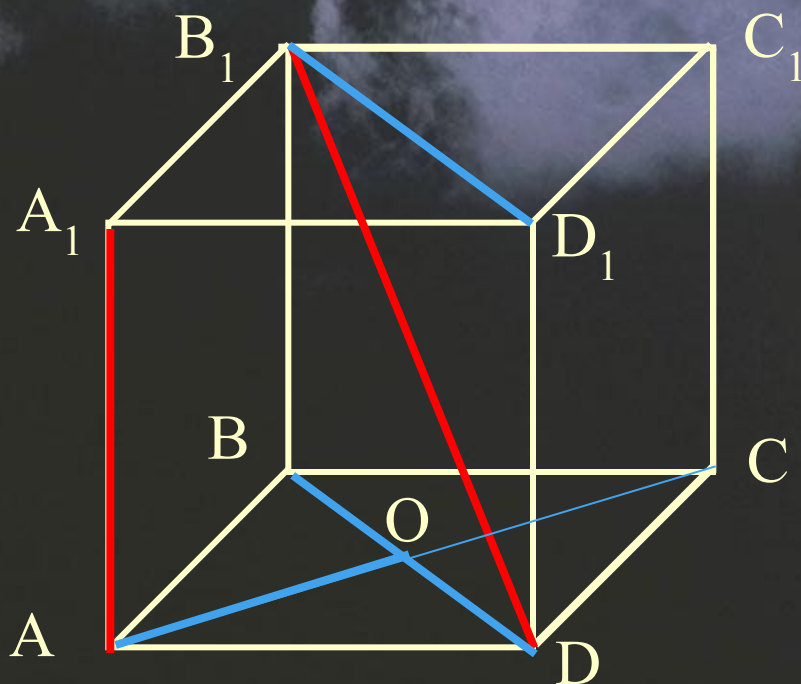


Построение



Пуск

Задание 5:

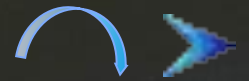


Замечаем, что прямая B_1D лежит в плоскости сечения BB_1D_1D , а прямая AA_1 параллельна этой плоскости. Следовательно, чтобы найти расстояние между прямыми AA_1 и B_1D , опустим перпендикуляр AO на плоскость BB_1D (объясни как). Тогда AO и будет искомым расстоянием.

перпендикуляр AO опущен из точки A на прямую B_1D .

$$AO = a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ОТВЕТЫ:



1. Т.к. прямые лежат в параллельных плоскостях, то они не пересекаются, а т.к. они не параллельны. Следовательно они скрещиваются.
2. Надо на одной из скрещивающихся прямых отметить произвольную точку и построить через эту точку прямую, параллельную второй скрещивающейся прямой. Затем через две пересекающиеся прямые построить 1-ю плоскость. Аналогичным образом поступить со второй плоскостью. (признак параллельности двух плоскостей).
3. Надо через одну из скрещивающихся прямых и данную точку построить плоскость. Вторая из скрещивающихся прямых будет пересекать эту плоскость в некоторой точке. Через эту точку и данную точку провести искомую прямую.
4. Надо через одну из скрещивающихся прямых провести плоскость, параллельную второй прямой и затем параллельным переносом опустить вторую прямую на эту плоскость, что бы найти точку пересечения прямых. Из этой точки восстановить перпендикуляр на вторую прямую.
5. Нет.

Наше путешествие закончилось,

но никогда не кончатся удивительные

открытия, которые вам предстоят

при дальнейшем изучении

стереометрии.

