Проверка статистических гипотез

Версия 2

Определение

- Статистическая гипотеза – утверждение о свойствах распределения вероятностей случайной величины *(или случайного вектора).*

- Гипотеза нуждается в проверке.
- Проверка основывается на результатах эксперимента, на наблюдениях.

Напоминание

- Что такое функция распределения?
- Что такое плотность распределения?

Раздел 1

Зачем проверяют статистические гипотезы

- Обсудим наиболее важные статистические гипотезы.

1. Гипотеза согласия.

- Обозначим функцию распределения случайной величины X.
- Пусть - некоторая заданная функция распределения.
- Гипотеза : функции распределения совпадают, то есть =
- Кому и когда приходится проверять гипотезу согласия?

Пример гипотезы согласия

- Гипотеза о нормальности распределения
- В этом случае


GD9674175N9
DEUTSCHE BUNDESBANK
Banknote
10
ZEHN DEUTSCHE MARK
1777–1855 Carl Friedr. Gauß
GD9674175N9
Deutsche Bundesbank
Frankfurt am Main
1.Oktober 1993

Почему гипотеза нормальности важна?

- 1. Нормальное распределение часто встречается

  (вспомним центральную предельную теорему).

Почему гипотеза нормальности важна?

- 2. Когда распределение нормальное, экономим деньги: если
- А) распределение можно считать нормальным и
- Б) задана необходимая погрешность результата,
- то при проведении анализа можно обойтись меньшим числом наблюдений.
- Например, опросить меньше покупателей.

Пример гипотезы согласия 2

- Гипотеза об экспоненциальности распределения.
- В этом случае функция распределения

Почему важна гипотеза экспоненциальности?

- Экспоненциальное распределение часто встречается, когда изучается «время ожидания».

Например,

- Время до аварии (нужно для расчета страховой премии).
- Время обслуживания покупателя кассиром (нужно для определения числа касс в супермаркете).
- Время до поломки изделия (нужно для планирования расходов на гарантийный ремонт).

2. Гипотеза однородности.

- Обозначим  функцию распределения случайной величины X.
- Обозначим  функцию распределения случайной величины Y
- Гипотеза : функции распределения совпадают
- 
- Кому и когда приходится проверять гипотезу согласия?

Например,

- Распределение продаж до рекламной акции и после нее.
- Если распределение продаж не изменилось, то улучшения нет.

- Может сравниваться распределение покупателей по возрасту. Например, если реклама была нацелена на конкретный сегмент, например, на молодых мам.

3. Гипотеза независимости.

- Гипотеза : случайные величины X и Y независимы

- Кому и когда приходится проверять гипотезу независимости?

Например,

- Если возраст покупателей и объем покупки зависимы, то возраст надо учитывать при сегментации покупателей.

- Иногда зависимость бывает неочевидной.
- Длина волос и рост людей – зависимые переменные.

Вопрос:

- наличие балкона влияет на цену квартиры?

На шаг дальше…

- В эконометрике редко интересен сам факт зависимости. Обычно идут дальше, пытаются описать зависимость.
- Подобные задачи решаются, в частности, методами регрессионного анализа.
- Регрессионный анализ – сдедующая тема.

4. Гипотезы о параметре распределения.

- Очень часто не так важно распределение случайной величины. Интересна лишь одна характеристика распределения.

Если анализируются продажи магазина, то в первую очередь интересно…

- Математическое ожидание

- Так как математическое ожидание – вероятностная модель для среднего значения.
- В данном случае для средних продаж.

- Гипотеза. Математические ожидания случайных величин X и Y одинаковы.

  - $EX = EY$

Если сравниваются медианы:

- Гипотеза. Медианы случайных величин X и Y одинаковы.
  - Med(X) = med(Y)

Основные условия применения статистических тестов

- Вопрос должен касаться какой-либо характеристики массового явления.
- Характеристика меняется случайным образом от наблюдения к наблюдению.
- Вопрос должен быть относительно простым и четко сформулированным

Пример 1

- В обычных условиях зафиксирован некоторый уровень продаж. Затем была проведена рекламная акция.
- Руководству фирмы надо оценить результат.
- Для этого нужно выяснить, было ли существенное увеличение продаж. В частности, окупились ли затраты на рекламу.

Основная проблема:

Увеличение продаж могло быть вызвано случайными факторами.

- Продажи все время меняются, случайным образом отклоняются от заданного значения.
- Статистически значимое отклонение должно превышать эти случайные отклонения.

Пример 2

- Разработан новый варианта упаковки товара.
- Требуется проверить предположение, что товар в новой упаковке имеет в данном регионе больший уровень продаж, чем вариант в старой упаковке.

Пример 3

- Верно ли, что основной конкурент действует на том же сегменте рынка, что и фирма «X»?
- При ответе на этот вопрос может потребоваться проверить, одинаково ли распределение по возрасту у покупателей товаров фирмы «X» и ее основного конкурента.

Пример 4

- Фирма изучает постоянных покупателей своей продукции, чтобы увеличить их лояльность и количество.
- В рамках этой задачи аналитик проверяет, зависит ли лояльность потребителя от его пола, возраста, уровня образования.

Пример 4. Часть 2

- Статистическая формулировка: проверить гипотезы о независимости уровня лояльности и
- а) пола покупателя;
- б) возраста покупателя;
- в) уровня образования покупателя.
- Далее, можно проверить, различаются ли средние значения изучаемых показателей у лояльных и не лояльных покупателей.

Раздел 2

Технологии проверки статистических гипотез

Основные понятия

Выбираем из двух гипотез!

- Гипотеза принимается или отвергается
- Так неудобно
-
- Надо: выбираем между двумя статистическими гипотезами.
-

Определение

- Проверку гипотез на основе выборочных статистических данных называют статистической проверкой гипотез.

Основная и альтернативная гипотезы

- Одну из гипотез называют основной и обозначают, как правило, Н, а другую — альтернативной (конкурирующей) и обозначают К.
- Если не уточняется, о какой гипотеза идет речь, то имеется в виду основная гипотеза.
- Чаще всего (но не всегда) одна гипотеза утверждает, что предположение верно, другая – что нет.

- Неточно говорить «…выбрана основная гипотеза…» или «…выбрана альтернативная гипотеза…»,
-
- Неточно говорить
- «…основная гипотеза принята…» или «основная гипотеза отвергнута…».

Важное уточнение.

- Правильно говорить
- «основная гипотеза отвергнута…» и
- «основная гипотеза не отвергнута…».

- Так как обычно проверяют лишь достаточное условие.

Комментарий 1:

- Гипотеза: число делится на 6 нацело.
- Фактически проверяем, делится ли число на 2 нацело.

Комментарий 2:

Часто случается, что у аналитика недостаточно данных, чтобы проявился изучаемый эффект.

- Например,
- фармацевтическая компания выпускает лекарство, аналогичное уже существующему, так называемый "дженерик" (generic) вместо оригинального, производимого разработчиком ("brand-named").
- Компания проводит исследование, проверяющее, что лекарство-аналог эквивалентно уже существующему.

Отвергнуть гипотезу недостаточно

- Основная гипотеза при анализе: отличия между лекарствами нет.
- Дело касается здоровья людей, и не отвергнуть гипотезу недостаточно.
- Необходимы более жесткие требования к процедуре. Надо проверить еще и побочные эффекты у лиц страдающих заболеванием «х1», «х2», и так далее…

Вывод

- Хотя часто можно услышать, что (основная) гипотеза принята, такое выражение неточно.
- Точнее говорить, что (основная) гипотеза не отвергнута

Ошибки первого и второго рода

- Ошибка первого рода состоит в том, что отвергается основная гипотеза, когда на самом деле она верна.
- Ошибка второго рода состоит в том, что отвергается конкурирующая гипотеза, когда она верна.

Аналогия

- В больнице врач принимает решение, направлять пациента на операцию, или нет.

- Когда врач делает ошибку первого рода?
- Когда врач делает ошибку второго рода?

Гипотеза: нужна срочная операция

	Гипотеза верна	Гипотеза не верна
Гипотеза принята	+	Ошибка 2 рода
Гипотеза отвергнута	Ошибка 1 рода	+

- Может ли врач свести частоту (вероятность) ошибок первого рода к нулю?
- Может ли врач свести частоту (вероятность) ошибок второго рода к нулю?

Есть исключения

- Например,
- если мы будем вакцинацию считать операцией,
- то получается, что врачи предпочитают делать маленькую "превентивную" операцию всем, чтобы исключить ошибки первого рода.

Последствия ошибок могут быть различными

- Ошибка первого рода (обычно) опаснее, но полностью избежать ее не удастся.

- При проверке статистических гипотез исходят именно из этой предпосылки

Уровень значимости

- Долю ошибок первого рода ограничивают сверху числом, называемым уровень значимости.
- Исторически сложилось так, что в качестве уровня значимости чаще всего выбирают одно из чисел 0.005, 0.01, 0.05.
- То есть аналитик допускает, что (в среднем) одна проверка из 200, 100, 20 будет давать неверный результат.

Для новичков!

- Чаще всего уровень значимости равен 0,05
- На самом деле выбор уровня значимости – большая проблема! Зависит, например, от числа наблюдений!
- Смотрите литературу

- «медицинский» пример
- На что влияет выбор уровня значимости?

- Проектирование атомной электростанции
- Трелевочный трактор

Ошибка второго рода и мощность

- Как добиться того, чтобы вероятность ошибки второго рода была малой?
- Очень сложно.
- Состоятельные критерии.
- Ошибку можно уменьшить, если увеличить число анализируемых наблюдений.
- Необходимы большие выборки.

Дополнительно

- Если выборка маленькая (часто границей между большой и маленькой выборкой рекомендуют считать 30 наблюдений), проверить гипотезу по малой выборке удастся.
- Но
- Платой за малый размер будет неприемлемо большая вероятность ошибки второго рода.
- Большинство практиков игнорируют ошибку второго рода.
- Это неверно.
- Профессиональные статистики в таких ситуациях часто увеличивают уровень значимости (например до 0.15 или 0.2), чтобы сделать вероятности ошибок сопоставимыми.

Задача.

- Вместо врача рассмотрим банковского служащего, принимающего решение, выдавать заем или нет.
-
- Как будут интерпретироваться статистические понятия в этом случае?

Алгоритм проверки статистических гипотез

- 1. Имеются n наблюдений , то есть n чисел, полученных, например, в результате опроса.

- 2. Заранее задан уровень значимости α. Обычно это одно из чисел 0.005, 0.01, 0.05.

- 3. Задан статистический критерий, то есть функция от наблюдений .
-
- 4. Найдено p-значение (p-value).
- Иногда переводится как значимость (Significance).

- 5. Проверяются все условия, при которых критерий будет работать.
- Условия – Из учебника или справочника.
- Несколько важных критериев будет рассмотрено далее

- 6.
- Если p< α - гипотезу отвергаем,   если p> α - не отвергаем.
-
- Напомним:
  - α – уровень значимости
  - p - p-value.

Комментарии

- Наблюдения не обязательно являются числами.
- Выбор того статистического критерия, который подходит для задачи – важная и сложная задача

Проверка условий применимости

- Например, для применения t – критерия Стьюдента или для проверка гипотезы независимости с помощью критерия Пирсона надо проверить близость распределения переменных к нормальному.

Статистика критерия или тестовая статистикой

- Иногда используют статистику критерия или тестовую статистику.
- Изредка она важна сама по себе (например, коэффициент корреляции), в таких конкретных случаях мы будем ее указывать.

Интерпретация статистики критерия

- Значение статистики критерия (обычно) измеряет, насколько данные согласуются с гипотезой.

- "Маленькие" значения статистики критерия указывают, что данные «ведут себя» в соответствии с гипотезой.
- В этом случае гипотеза не отвергается.

- "Большие" значения статистики критерия указывают, что данные не соответствуют гипотезе, противоречат ей.
- Гипотеза отвергается.

Пример

- Нормальное распределение с дисперсией 1
- Имеется n наблюдений
- Основная гипотеза: математическое ожидание равно 11
- Альтернативная гипотеза: математическое ожидание равно 12

Напоминание из теории вероятностей

- Среднее арифметическое n независимых одинаково распределенных случайных величин с общим нормальным распределением N(a, b) имеет нормальное распределение N(a, b/n)

Вопрос:

- Где на графике ошибка первого рода, где ошибка второго рода?

Интерпретация статистики критерия

- В статистике существует традиция, что именно задавать в качестве основной гипотезы.
- Примеры.

Раздел 3

Важные частные случаи

Проверка гипотезы о нормальности распределения случайной величины

Статистическая формулировка

- Гипотеза: Случайная величина имеет нормальное распределение, значения параметров распределения заранее не известны.
- Конкурирующая гипотеза: Распределение случайной величины отличается от нормального.

Критерий Шапиро-Уилка

- Критерий Шапиро-Уилка.
- shapiro.test(data)
- От 3 до 5000 наблюдений

Package "nortest"

Критерий Anderson-Darling

```
library(nortest)
ad.test(data)
```

Критерий Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov)

```
library(nortest)
lillie.test(x)
```

Число наблюдений

Если анализируется меньше 60 (2000) наблюдений, рекомендуется использовать критерий Шапиро-Уилка

если больше 60, то критерий Колмогорова-Смирнова.

- А нужно ли проверять гипотезу нормальности?

- Как оказалось, для тех методов, которые рассматриваются в курсе, требование нормальности распределения можно заметно ослабить.
- Эти методы работают не только когда переменные имеют нормальное распределение, но и когда, как говорят, «распределение данных несущественно отличается от нормального».

- допустим известно, что распределение случайной величины не нормальное.
- В каком случае отклонение от нормальности не существенное?

Итак,

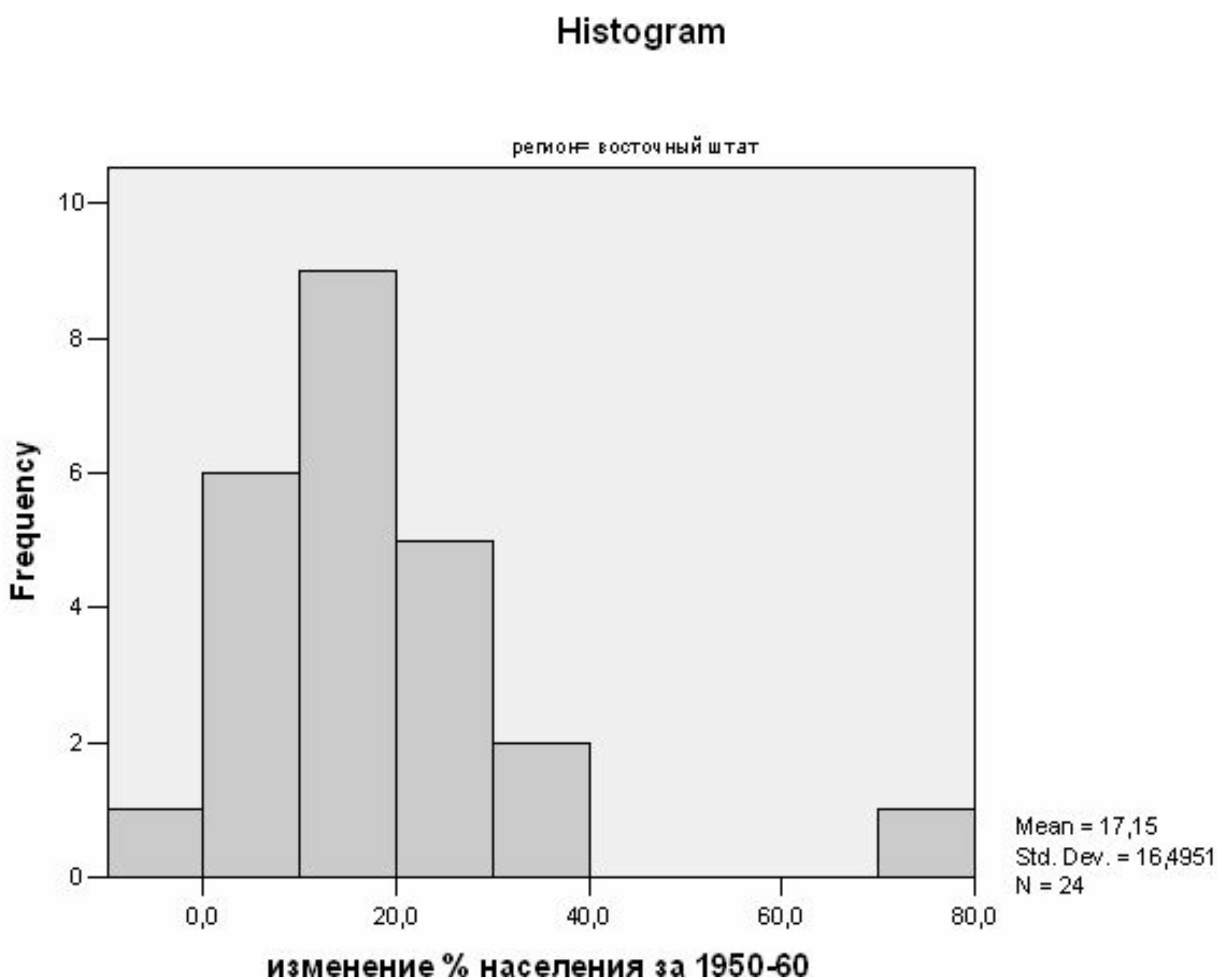
- гипотеза о нормальности распределения изучаемой переменной уже отвергнута.

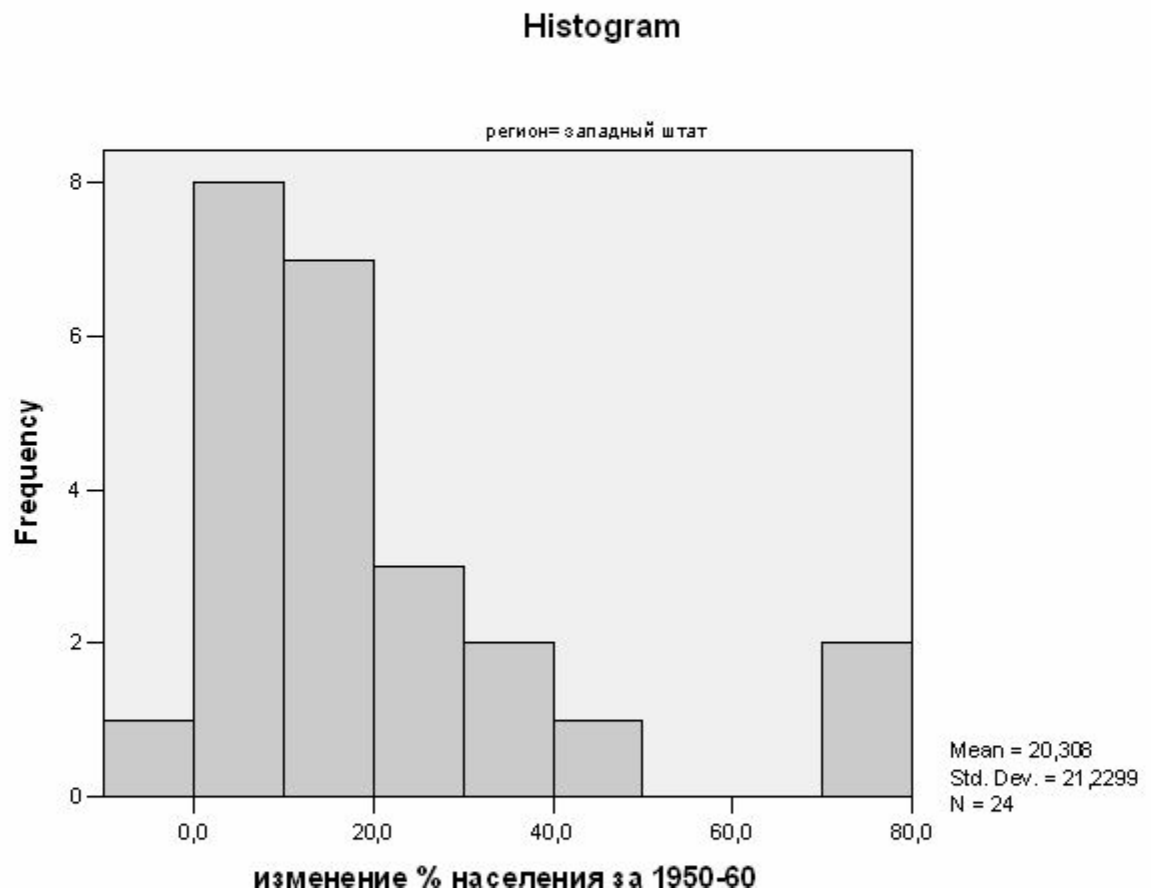
Существенные отклонения

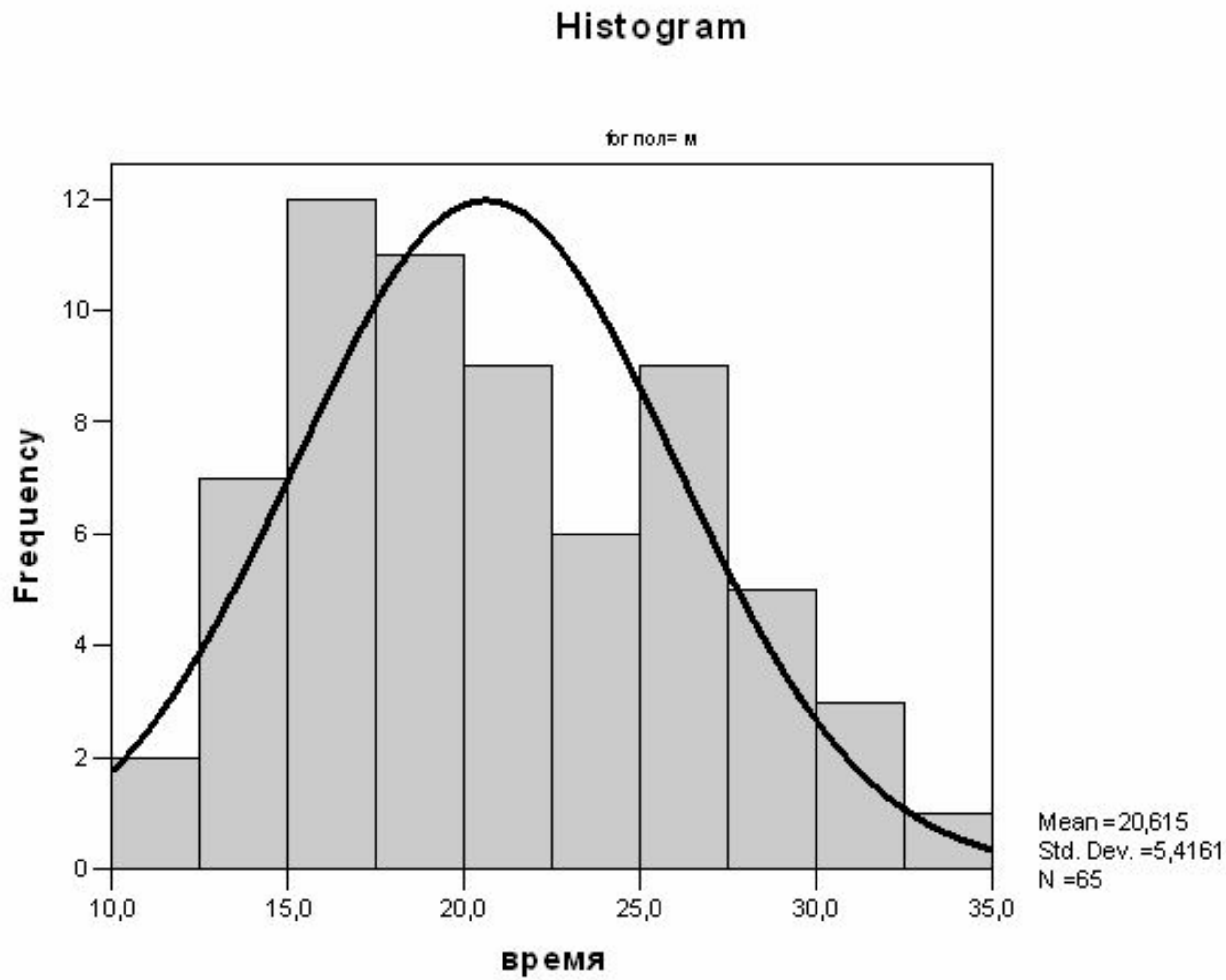
- 1. Наличие выбросов в данных.
- 2. Явная асимметрия гистограммы.
- 3. Очень сильное отклонение формы гистограммы от колоколообразной формы.

Рекомендуется

- строго относиться к присутствию выбросов,
- снисходительно к отклонениям от симметрии.
- Наше отношение к колоколообразной форме гистограммы зависит от числа наблюдений. Если имеется меньше 30 наблюдений, наше отношение в высшей степени либерально, если число наблюдений находится между 30 и 150, мы относимся к отклонениям снисходительно, если имеется больше 150 наблюдений – строго.


Histogram
регион= восточный штат
Frequency
10
8
6
4
2
0
0,0
20,0
40,0
60,0
80,0
Mean = 17,15
Std. Dev. = 16,4951
N = 24
изменение % населения за 1950-60


Histogram
регион= западный штат
Frequency
0
2
4
6
8
0,0
20,0
40,0
60,0
80,0
Mean = 20,308
Std. Dev. = 21,2299
N = 24
изменение % населения за 1950-60


Histogram
for пол= м
Frequency
12
10
8
6
4
2
0
10,0
15,0
20,0
25,0
30,0
35,0
время
Mean =20,615
Std. Dev. =5,4161
N =65

Лекарство
Иногда оно опаснее болезни…

Выбросы — удаляем (осторожно!)
Асимметрия — преобразуем данные (например, логарифмируем, или преобразование Бокса-Кокса)
Бимодальность — разбиваем выборку на подвыборки

Пример 1

- Население городов России в 1959 году

- Исходные данные
- Логарифм населения

Пример 2

- Альбукерк – продажи домов

Сравнение центров распределений

Сравнение центров распределений

- *Центр распределения* - то одно единственное число, которое описывало, характеризовало бы выборку.
- В качестве центра чаще всего используют среднее арифметическое, медиану или усеченное среднее.

Другие методы оценки центра распределения

Andrews; Bickel; Hampel; Huber; Rogers, Tukey.

Robust estimates of location: survey and advances.

1972 Princeton University Press

Среднее арифметическое или медиана?

- Если распределение хотя бы одной из выборок существенно отличается от нормального, в качестве центра предлагается использовать медиану.
- В остальных случаях, то есть если распределение каждой выборки можно считать нормальным или несущественно отличающимся от нормального, в качестве центра предлагается использовать среднее арифметическое.

Выбор центра распределения

- Если центром распределения выбрана медиана, центры сравниваются с помощью критерия Манна – Уитни-Вилкоксона.
- Если центром распределения выбрано среднее арифметическое, центры сравниваются с помощью одной из версий критерия Стьюдента.

Примеры

- Обучение менеджеров
- Магазины

Парные и независимые выборки

- В случае парных выборок имеются пары наблюдений (измерений) одного и того же объекта.
- Вариант: пары измерений делались в один и тот же момент.

Независимые выборки

- В случае *независимых выборок* каждое наблюдение соответствует отдельному объекту, т.е. измеряются разные объекты.

Принадлежность объектов выборкам определяется по значениям дополнительной группирующей переменной.

Независимые и парные выборки

- Если выборки парные, используется опция paired = TRUE.
- Если выборки независимые, используется опция paired = FALSE.

Примеры

- Время в магазинах
- Альбукерк

Сравнение медиан выборок

- Гипотеза: Медианы равны.
- Альтернативная гипотеза: Медианы различаются.

Статистика критерия Манна-Уитни U

$U1 = n1 * n2 + \{n1 * (n1 + 1)/2\} — T1$

$U2 = n1 * n2 + \{n2 * (n2 + 1)/2\} — T2$

$U = \min(U1, U2)$

Ti — сумма рангов в объединенной выборке наблюдений из выборки i

n1 и n2 — размеры выборок

Статистика критерия Манна-Уитни идея метода

Обозначим одну выборку x, другую y.

Для каждого наблюдения из выборки x сосчитаем число тех наблюдений в выборке y, которые меньше его. (Для нагладности, пока считаем, что совпадений нет).

Сложим все полученные числа.

Важно!

- Критерий Манна-Уитни проверяет не равенство медиан, а другое утверждение.
- Имеются две выборки наблюдений случайных величин X и Y.
- Гипотеза: Случайные величины X и Y таковы, что $P\{X>Y\}=1/2$.
- Альтернативная гипотеза: Случайные величины X и Y таковы, что $P\{X>Y\}\neq 1/2$.
- Для практических целей различие, тем не менее, несущественно

Under more strict assumptions than those above, e.g., if the responses are assumed to be continuous and the alternative is restricted to a shift in location (i.e. $F1(x) = F2(x + \delta)$), we can interpret a significant MWW test as showing a difference in medians.

Критерий Манна-Уитни-Вилкоксона

```
wilcox.test(x, y,
    alternative = "two.sided",
    paired = FALSE,
    exact = TRUE,
    correct = FALSE)
```

Примеры

- Время в магазинах
- Альбукерк

Сравнение средних значений выборок

- Гипотеза: Математические ожидания равны.
- Альтернативная гипотеза: Математические ожидания различны.

Т-критерий Стьюдента

t.test(x, y, alternative = "two.sided", paired = FALSE, var.equal = FALSE)

Выбор статистического критерия

- Если выборки парные, рекомендуется использовать парный t-критерий Стьюдента.
- Если выборки независимые, рекомендуется использовать t-критерий Стьюдента для 2-х независимых выборок.

Надо еще сравнить дисперсии - 1

<u>Метод 1</u>

F-test of equality of variances

Не рекомендуется, слишком чувствителен к отклонениям от нормальности. См.

http://en.wikipedia.org/wiki/F-test_of_equality_of_variances

```
var.test(x, y)
```

Надо еще сравнить дисперсии - 2

Метод 2

Bartlett's test

Если данные нормально распределены, лучший вариант.

Не рекомендуется: чувствителен к отклонениям от нормальности;

Если данные не нормальны, часто дает "false positive" результат.

Надо еще сравнить дисперсии - 2

Метод 2

Bartlett's test

```
bartlett.test(x, g, data=data.table)
```

```
bartlett.test(x~g, data=data.table)
```

Надо еще сравнить дисперсии - 3

- Levene's test
- Критерий Ливиня/Левена
- Содержится в пакете car

Надо еще сравнить дисперсии - 3

- Levene's test

```
library(car)

leveneTest(x~g, data=data.table)
```

Надо еще сравнить дисперсии - 4

Fligner-Killeen test

Робастный, рекомендуется.

Хотя есть еще Brown-Forsythe test, возможно он еще лучше...

Надо еще сравнить дисперсии - 4

Fligner-Killeen test

```
fligner.test(x~g, data=data.table)
```

Примеры

- Время в магазинах
- Альбукерк

Гипотеза независимости

- Основная гипотеза:
- Случайные величины X и Y независимы

- Альтернативная гипотеза:
- Случайные величины X и Y зависимы

На практике:

- Отвечаем на вопрос: переменная X влияет на переменную Y?

Комментарий

- Если неизвестно, что на что влияет:
- X на Y или
- Y на X
- статистический критерий не поможет!

- Пример Бернарда Шоу

Диаграмма рассеивания

- Иногда пишут - диаграмма рассеяния
- Пример – швейцарские банкноты.

Зависимость -1

- X – в количественной шкале
- Y – в количественной шкале

- Применяется коэффициент корреляции Пирсона
- Или Спирмена
- Иногда - Кендалла

Функциональная зависимость

Статистическая зависимость двух переменных

- Обобщение функциональной зависимости.
- Одному и тому же значению *x* могут соответствовать разные значения *y*.
- Например, один и тот же товар (например, телефон) может продаваться в разных магазинах по разной цене, то есть одному и тому же товару соответствуют разные цены.

статистическая зависимость

- Определение статистическая зависимость – это функциональная зависимость СРЕДНЕГО значения переменной *y* от значения переменной *x*.
- Откуда появляется среднее значение? Проводятся эксперименты (или наблюдается явление) при одном и том же значении *x*, при этом регистрируются разные значения *y*, затем эти значения усредняются.
- На практике не всегда заметно, что одному и тому же значению переменной *x* может соответствовать много значений *y*, например когда повторные наблюдения при одном значении *x* не делались.

среднее значение переменной у равно натуральному логарифму значения х.

среднее значение переменной y равно натуральному логарифму значения x.

- Коэффициент корреляции как «градусник», измеряющий степень зависимости

- Формула для коэффициента корреляции

Выбор коэффициента

- Если распределение каждой переменной несущественно отличается от нормального, применяется коэффициент корреляции Пирсона
- В остальных случаях - коэффициент корреляции Спирмена
- Вместо коэффициента корреляции Спирмена используют коэффициент корреляции Кендалла

Интервал значений коэффициента корреляции	Интерпретация
0 – 0,2	Очень слабая корреляция
0,2 - 0,5	Слабая корреляция
0,5 – 0,7	Средняя корреляция
0,7 – 0,9	Высокая корреляция
0,9 - 1	Очень высокая корреляция

- Как проявляется зависимость на диаграмме рассеивания

Коэффициент корреляции равен 1

Коэффициент корреляции равен 0.9

Коэффициент корреляции равен 0.8

Коэффициент корреляции равен 0.6

Коэффициент корреляции равен 0.4

Коэффициент корреляции равен 0.2

Коэффициент корреляции равен 0.

- Проблемы и ошибки при использовании коэффициента корреляции

Данные без выброса

коэффициент корреляции равен -0.81

Добавлен выброс в точке (10,10).

Коэффициент корреляции упал до -0,55.

Выброс сдвинут в точку (18,5, 18,5)
Коэффициент равен 0

Выброс сдвинут в точку (53, 53).
Корреляция равна +0,81

- Ложная корреляция

Зависимость -2

- X – в количественной шкале
- Y – в номинальной шкале

- Сравниваем средние или медианы в группах
- Или перекодируем количественную переменную, переводим ее в номинальную шкалу

Зависимость -3

- X – в порядковой шкале
- Y – в порядковой шкале

- Используем коэффициент корреляции Спирмена
- Или Кендалла

Зависимость -4

- X – в номинальной шкале
- Y – в номинальной шкале

- Таблица сопряженности и критерий χ^2

- Критерий хи-квадрат
- Формула для статистики

Статистика хи-квадрат как коэффициент корреляции

- Коэффициент Пирсона
- Коэффициент Чупрова

- Примеры типичных ошибок при использовании критерия хи-квадрат

Пример 1

- Действительно ли использование Internet связано с полом?
- Все опрошенные пользуются Интернетом. Тех из них, кто использует Интернет пять часов в месяц или меньше, отнесли к мало пользующимся, остальных – к активным пользователям.

Пример 1

- sex = пол.
- Кодировка: "1" – мужчина, "0" – женщина.
- internet = использование Internet.
- Кодировка: "0" – использует мало, "1" – использует активно.
-
- Имеется 30 наблюдений (опрошенных).

Пример 1

Пример 2

- В результате изучения связи между покупкой модной одежды и семейным положением получены, среди прочих, следующие данные.

- Имеется 1000 наблюдений (опрошенных).

Пример 2

- Переменные.
- sex = пол.
- Кодировка: "1" – мужчина, "0" – женщина.
- marriage = семейное положение.
- Кодировка: "1" – женат/замужем, "0" – не женат/не замужем.
- fashion = покупка модной одежды.
- Кодировка: "0" – покупает мало, "1" – покупает много.

Пример 2

Пример 2

Пример 2

Пример 3

- Маркетолог проводит исследование для рекламного агентства, разрабатывающего рекламу для автомобилей стоимостью свыше 30 тысяч долларов.
- Он пытается проанализировать факторы, влияющие на владение дорогими автомобилями.

Пример 3

- Переменные.
- high_edu = образование.
- Кодировка: "1" – высшее образование, "0" – нет высшего образования.
- expe_car = наличие дорогого автомобиля.
- Кодировка: "0" – дорогого автомобиля нет, "1" – дорогой автомобиль есть.
- income = доход.
- Кодировка: "0" – низкий доход, "1" – высокий доход.
-
- Имеется 1000 наблюдений (опрошенных).

Пример 3

Пример 3

Пример 3

Пример 4

- Маркетолог, исследующий сферу туристических поездок за границу, предположил, что на желание путешествовать влияет возраст.
- Имеющиеся в его распоряжении данные содержат, среди прочего, следующую информацию.

Пример 4

- Переменные.
- desire = желание совершить путешествие за границу.
- Кодировка: "1" – желание есть, "0" – желания нет.
- sex = пол.
- Кодировка: "0" – женщина, "1" – мужчина.
- age = возраст.
- Кодировка: "0" –до 45 лет, "1" – 45 лет или старше.
- Имеется 1000 наблюдений (опрошенных).

Пример 4

Пример 4

Пример 4

Пример 4

Пример 5

- Результаты анкетирования о проведении семейного досуга содержат, среди прочего, следующую информацию.
- Переменные.
- fastfood = частота посещения ресторанов быстрого питания.
- Кодировка: "1" – часто, "0" – редко.
- income = доход семьи.
- Кодировка: "1" – высокий, "0" – низкий.
- family = размер семьи.
- Кодировка: "1" – большая семья, "0" – малая семья.

Пример 5

Пример 5

Пример 5