



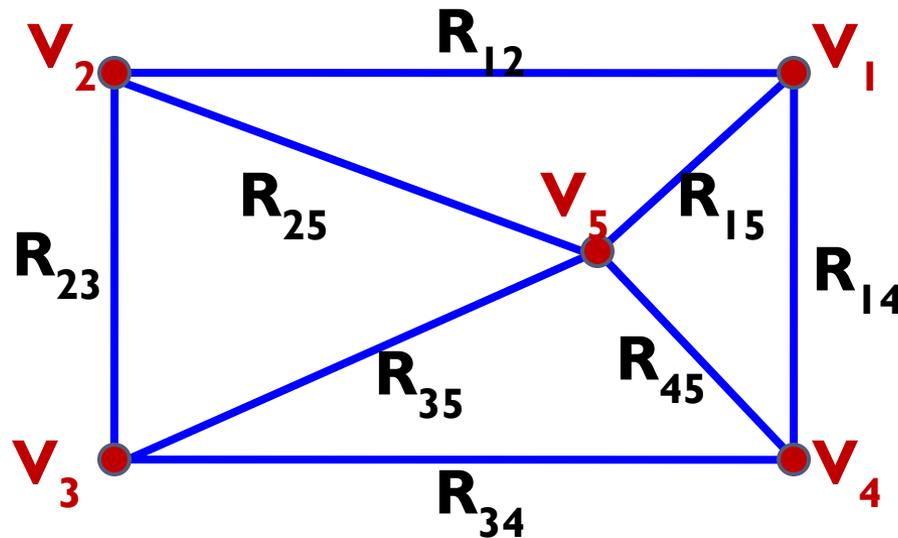
Введение в теорию графов

Граф

$$G = (V, R)$$

V – множество вершин

R - множество ребер, соединяющих пару вершин



Мощность множества – количество вершин (ребер)

Вершины

СМЕЖНЫЕ

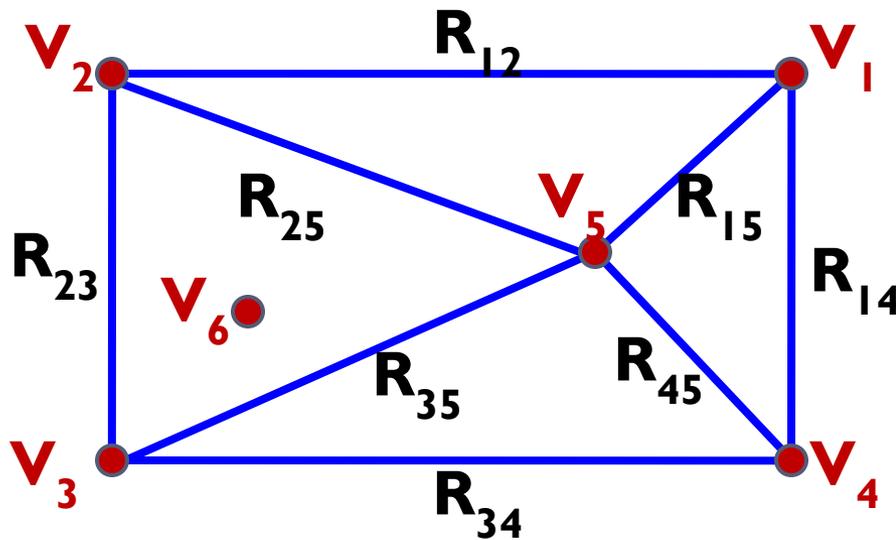
e

- соединяются ребром

НЕ

СМЕЖНЫЕ

- не соединяются ребром

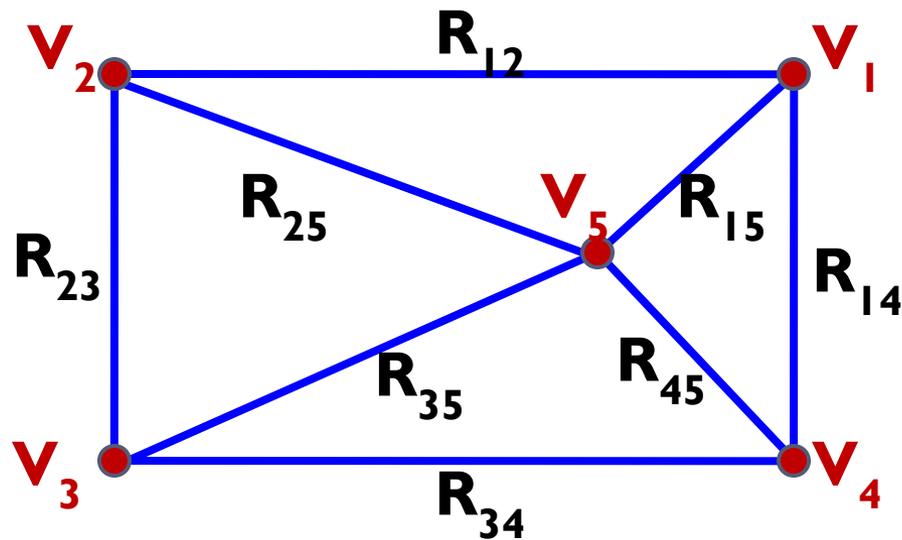


v_6 - изолированная вершина

Степень вершины

- количество инцидентных ей ребер

V_1	3
V_2	3
V_3	3
V_4	3
V_5	4



Маршрут графа

- последовательность чередующихся вершин и ребер

замкнутый

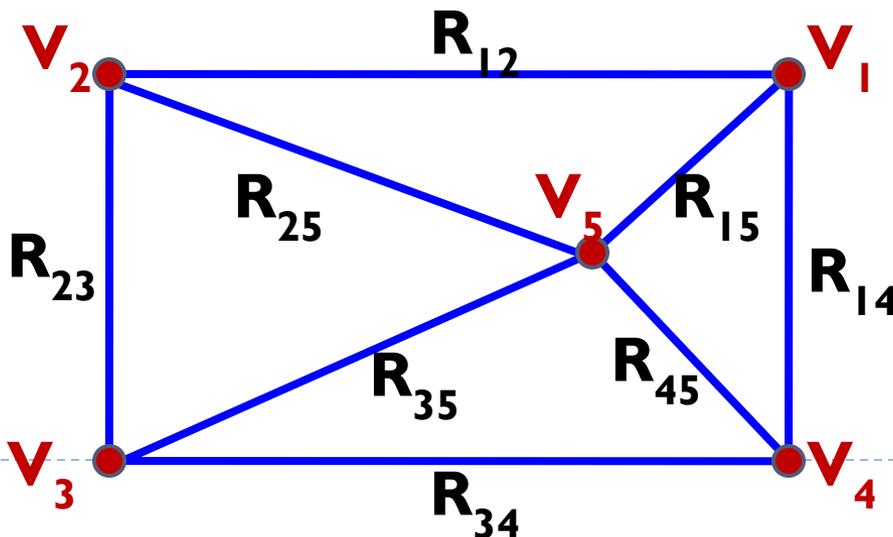
(цикл)

начальная и конечная
вершины совпадают

простая

цепь

все вершины и ребра
различны



Ориентированный граф

□ *каждое ребро (дуга) имеет одно направление. Дуга – упорядоченная пара вершин.*

**входящая
степень
вершины**

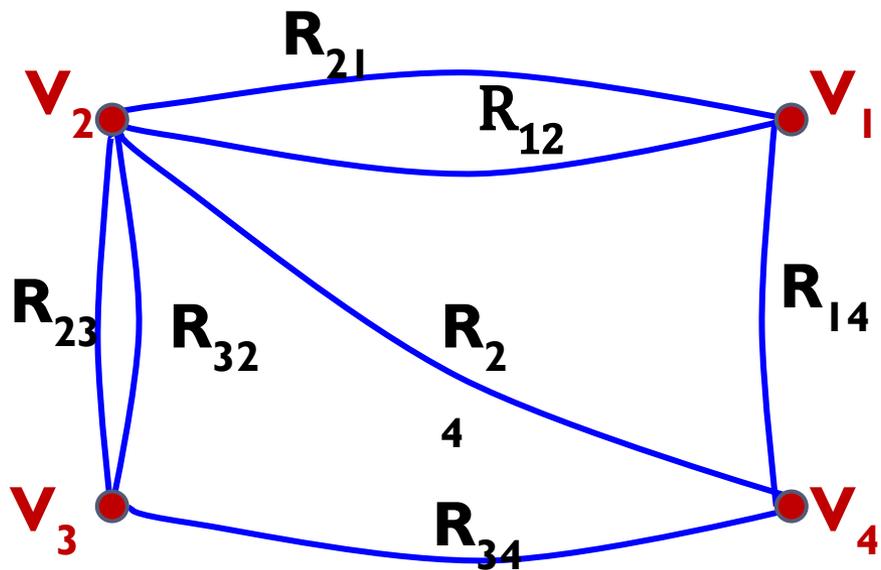
*- ЧИСЛО ВХОДЯЩИХ В
вершину дуг*

**исходящая
степень
вершины**

*- ЧИСЛО ИСХОДЯЩИХ
из вершины дуг*



Определите входящие и
исходящие степени вершин графа:

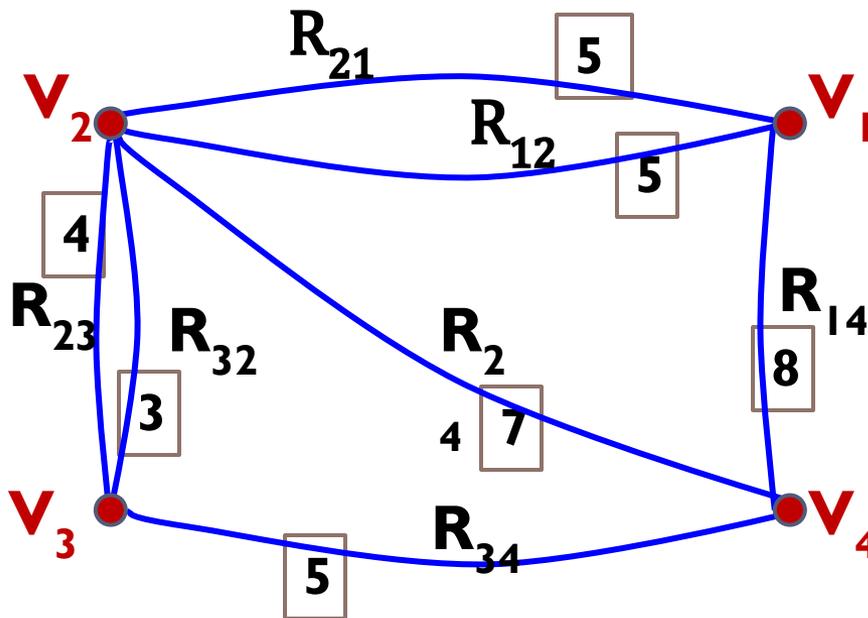


	входящая	исходящая
V_1		
V_2		
V_3		
V_4		



Взвешенный граф (сеть)

□ ребрам или дугам графа поставлены в соответствие числовые величины.



Матрица смежности

- табличная форма представления графа

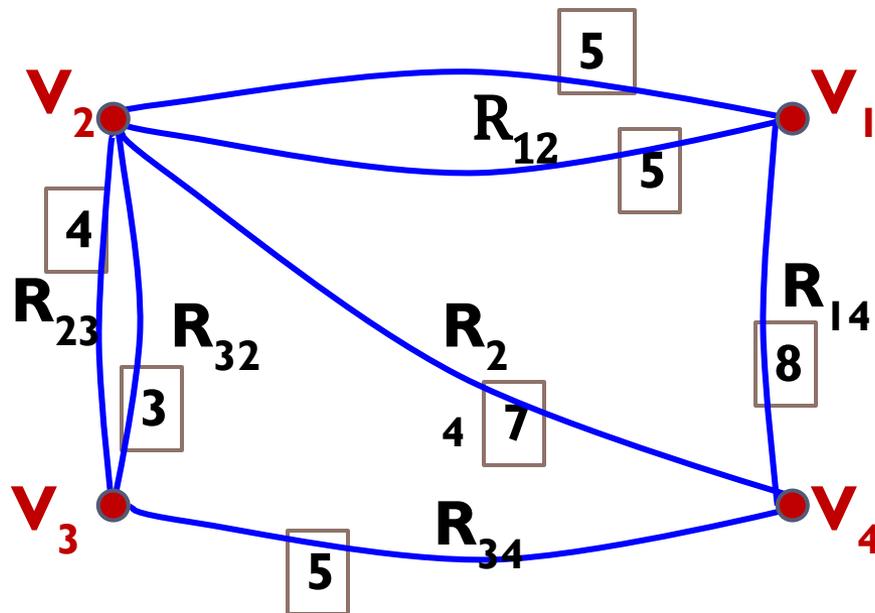
номера
вершин

	1	2	3	4
1	0	35	0	17
2	35	0	32	0
3	0	32	0	18
4	17	0	18	0

несмежные
вершины

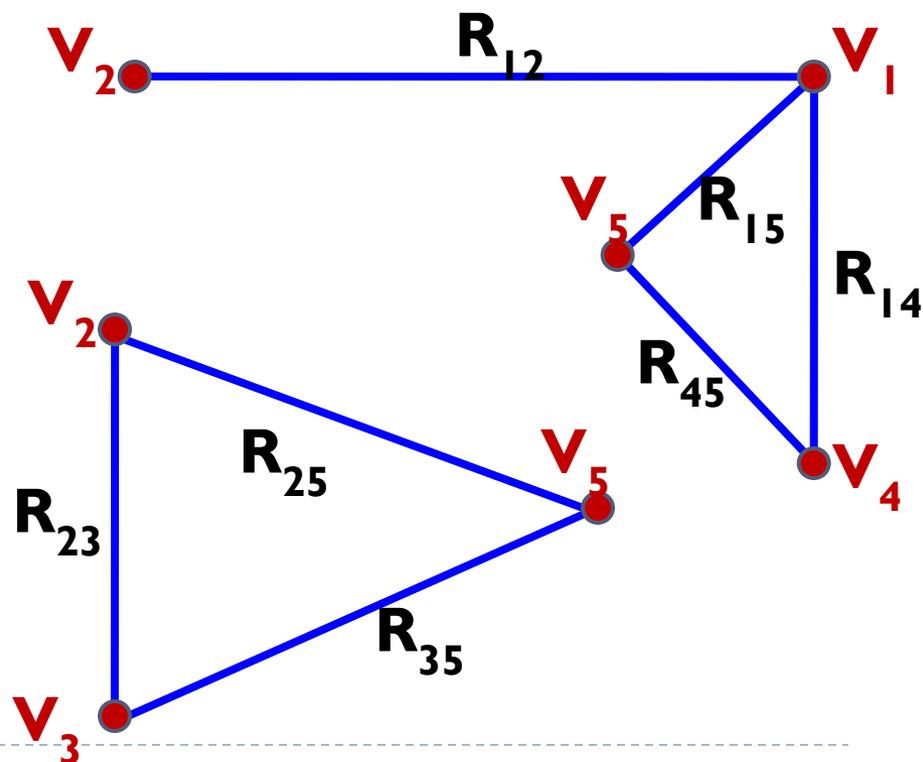
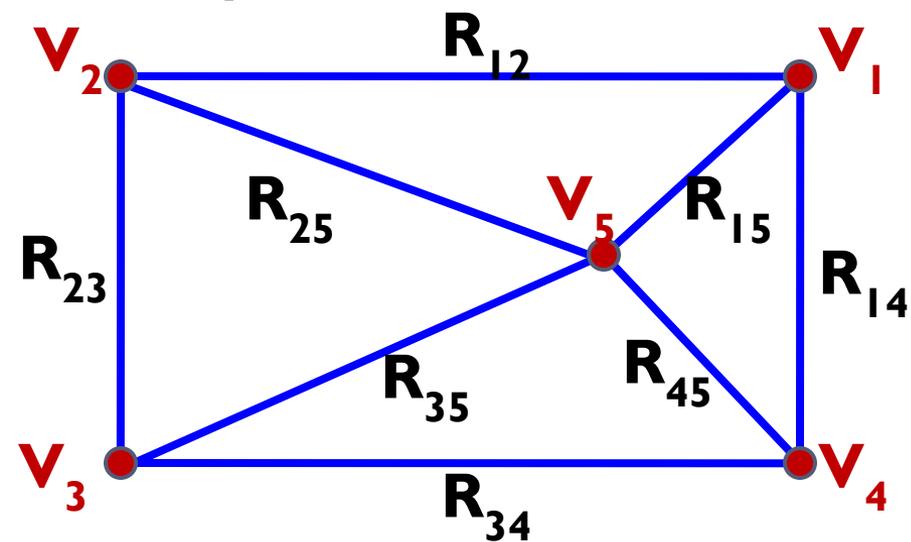


составить матрицу смежности для
ориентированного графа:



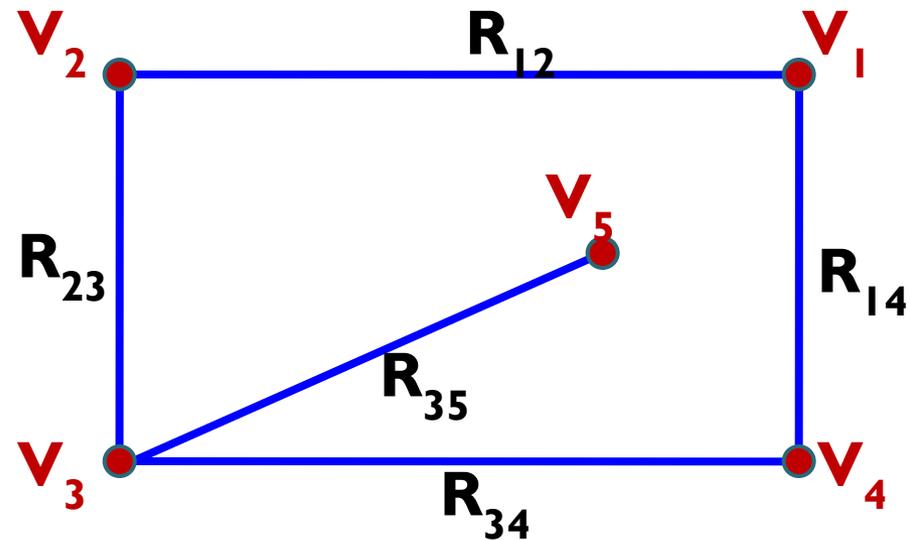
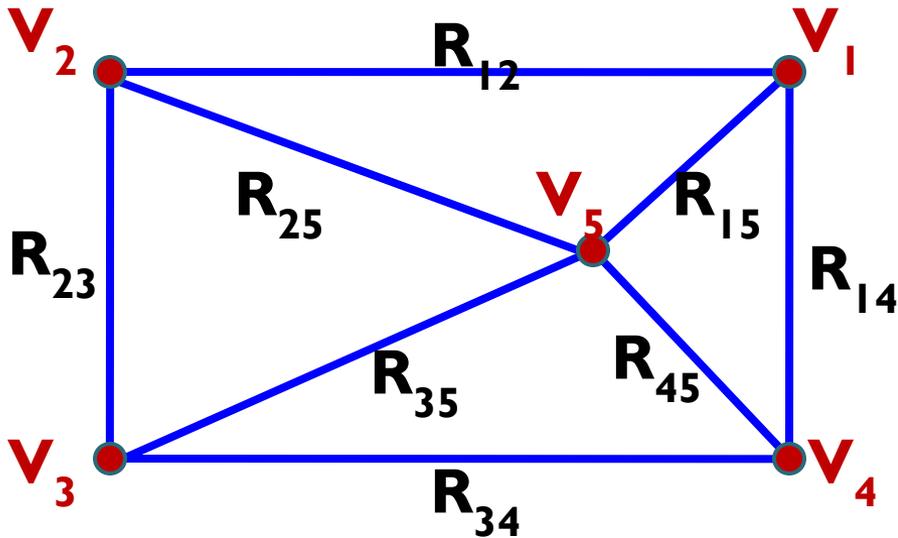
Подграф

□ граф, у которого все вершины и ребра принадлежат исходному графу.



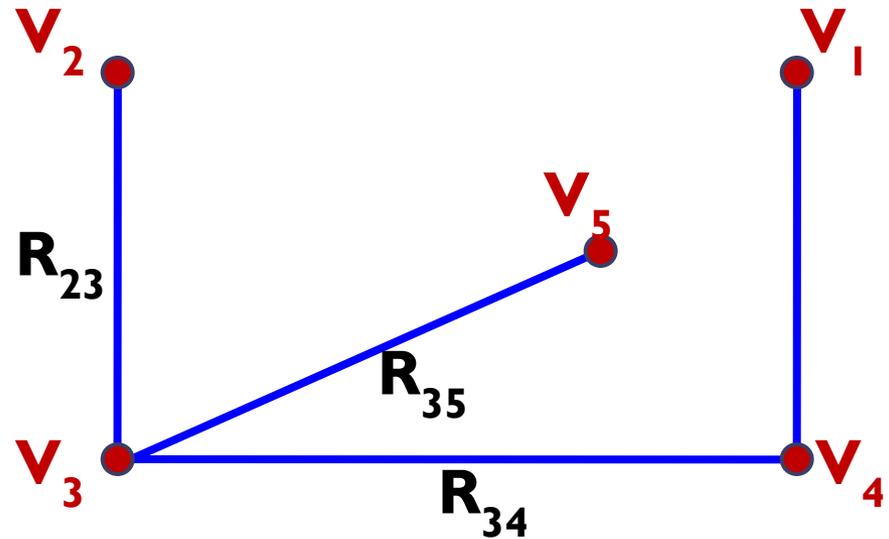
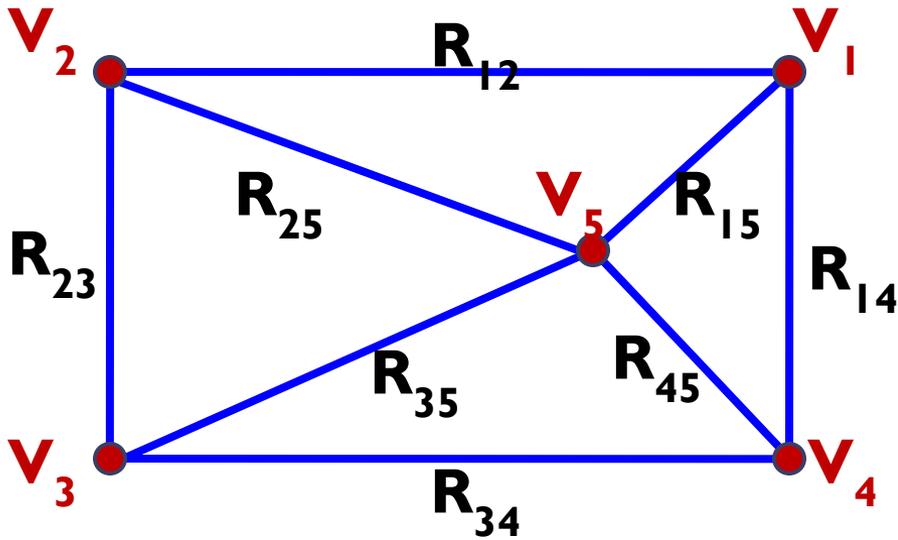
Остовной связной подграф

□ подграф, содержащий все вершины исходного графа и каждая вершина достижима из любой другой.



Дерево

□ граф, в котором нет циклов.



ОСТОВНОЕ СВЯЗНОЕ ДЕРЕВО

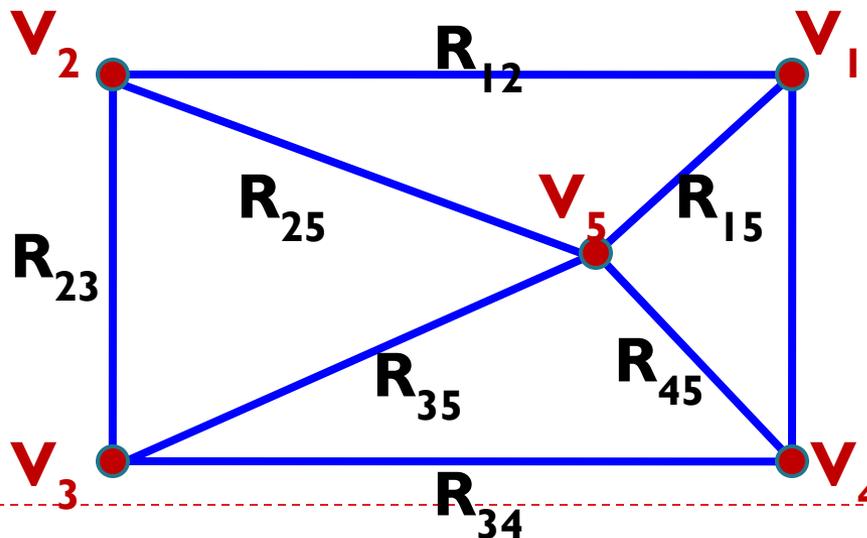
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФА В ОСТОБВНОЕ СВЯЗНОЕ ДЕРЕВЕ МИНИМАЛЬНОГО ВЕСА.

ЦИКЛОМАТИЧЕСКОЕ

$$\gamma = m - n + 1$$

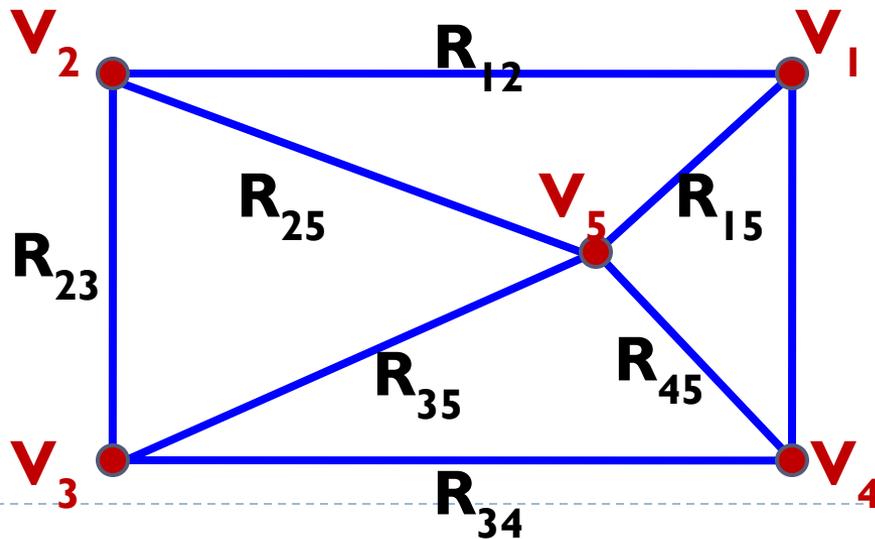
m – количество ребер

n – количество вершин



$$\gamma = 8 - 5 + 1 = 4$$

Преобразовать граф в остовные связанные деревья:

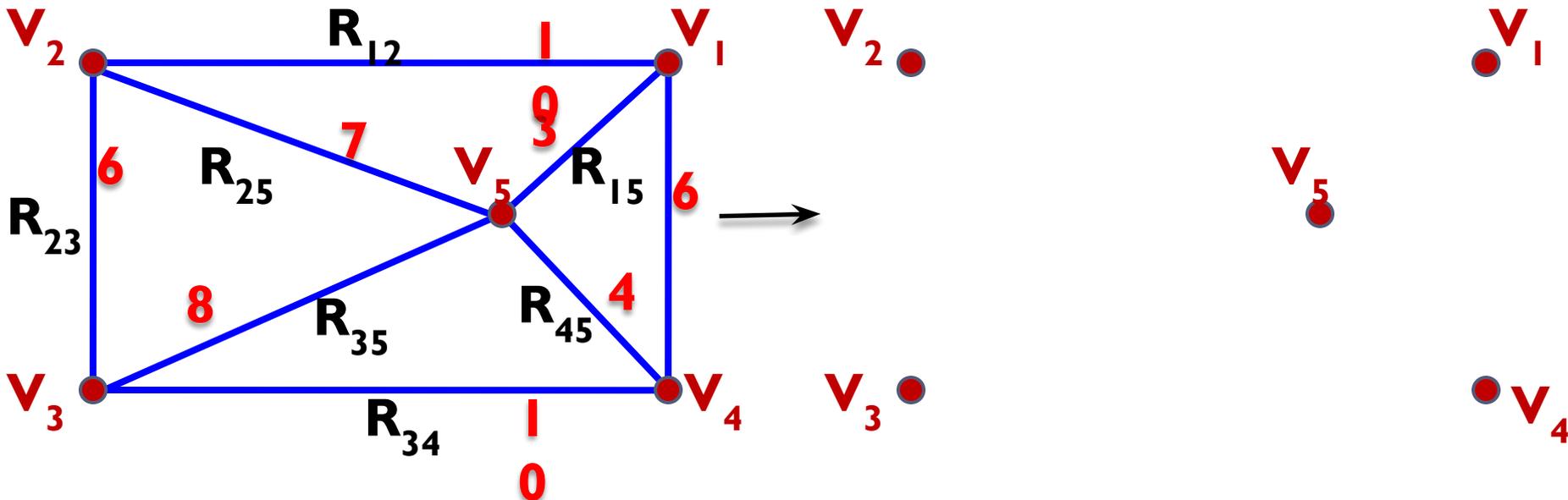


Алгоритм Крускала

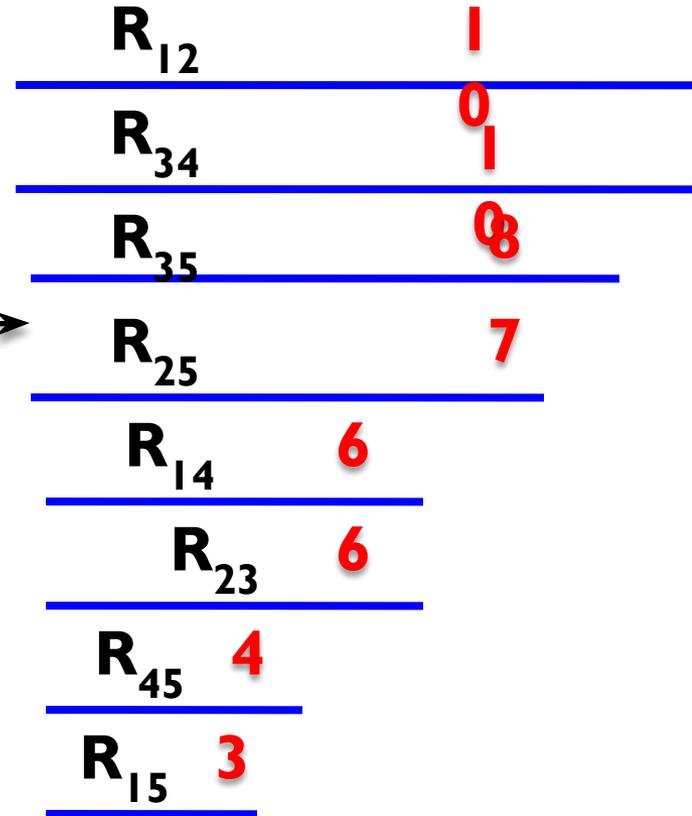
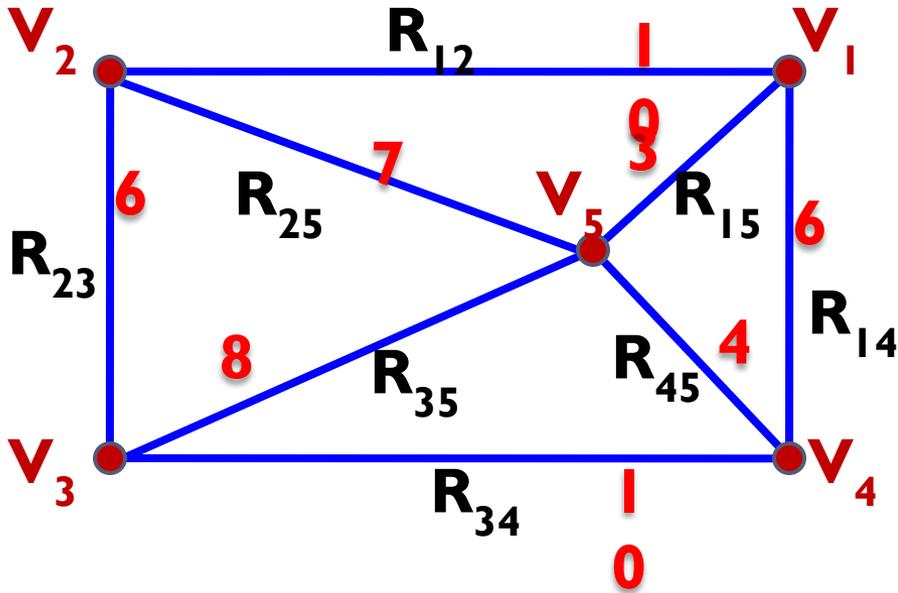
Построение остовного связного дерева
минимального веса.

1. Удалить из графа все
ребра

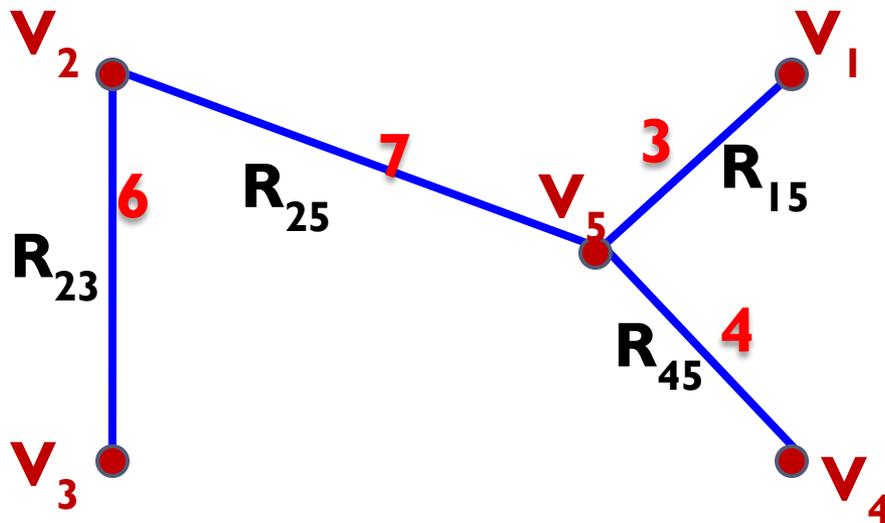
→ *остовной подграф с
изолированными вершинами.*



2. Сортировка ребер по возрастанию весов.



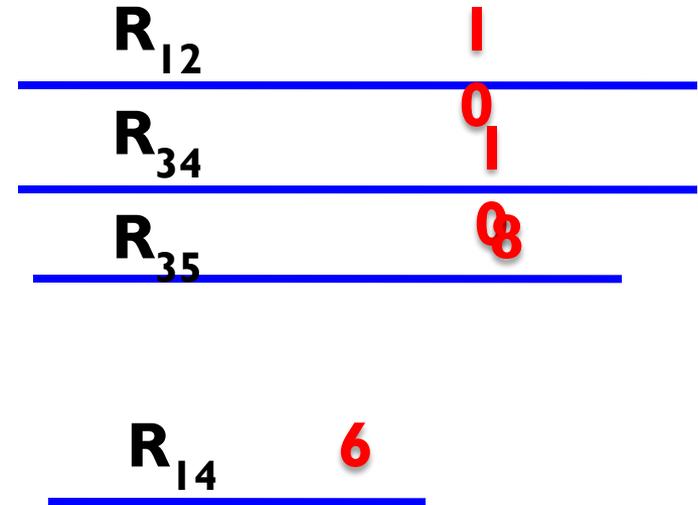
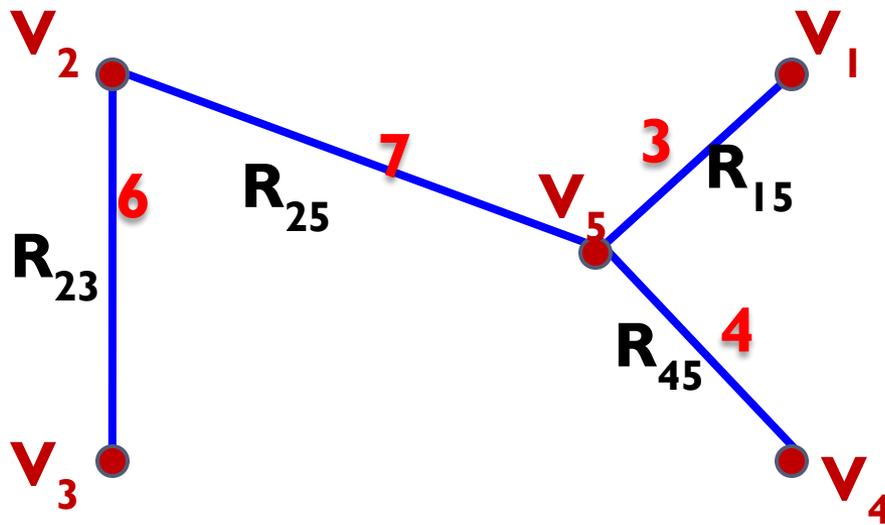
3. Ребра последовательно включают в остовное дерево по возрастанию их весов:



R_{12}	1
R_{34}	0
R_{35}	8
R_{25}	7
R_{14}	6
R_{23}	6
R_{45}	4
R_{15}	3



4. Алгоритм заканчивает работу, когда все вершины будут объединены в одно множество. Оставшиеся ребра не включаются в остовное дерево.



$$\gamma = 8 - 5 + 1 = 4$$

$$\text{вес графа} = 3 + 4 + 6 + 7 =$$

20