

Государственное бюджетное общеобразовательное
учреждение средняя общеобразовательная школа №497
Невского района Санкт-Петербурга

Свойства и признаки треугольников

Коноплёва Ольга Анатольевна,
учитель математики высшей квалификационной
категории

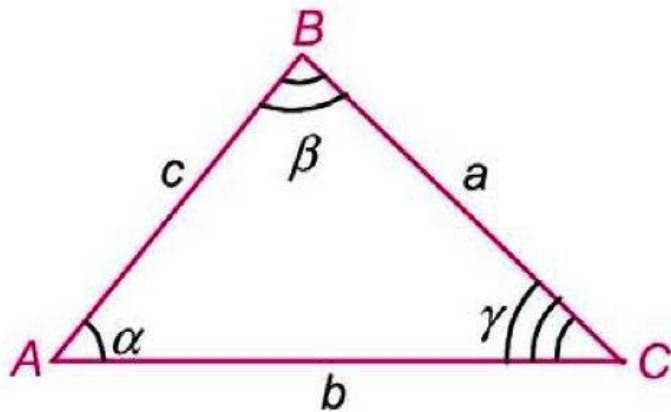
Санкт-Петербург

2013 год



Треугольники

Треугольник – геометрическая фигура, образованная тремя точками, не лежащими на одной прямой, и тремя попарно соединенными отрезками.



Точки называются **вершинами** треугольника.

Отрезки называются **сторонами** треугольника.

Углы, образованные отрезками, выходящими из вершин треугольника, называется **углами** треугольника.

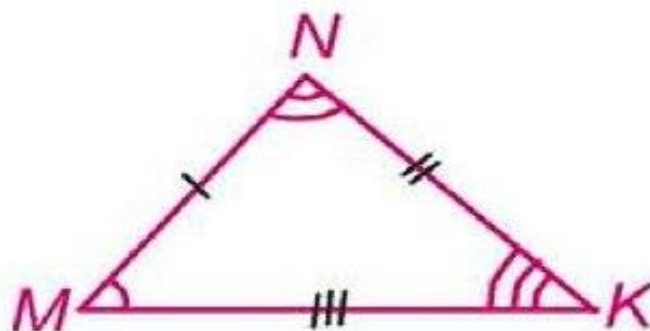
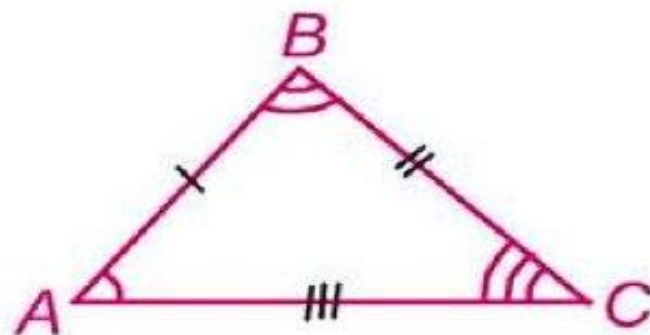
Обозначается: $\triangle ABC$ или $\triangle BCA$ или $\triangle CAB$.



Два треугольника называются равными, если три стороны и три угла одного треугольника соответственно равны трем сторонам углам другого треугольника.

Если $AB=MN$; $BC=NK$; $AC=MK$; $\angle A=\angle M$;

$\angle B=\angle N$; $\angle C=\angle K$, то $\triangle ABC=\triangle MNK$

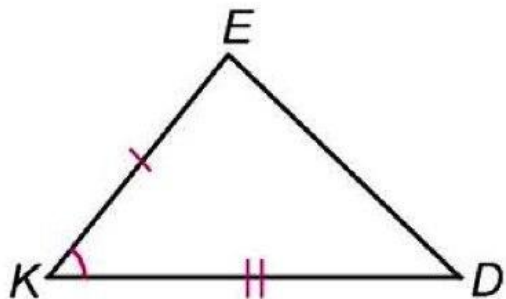
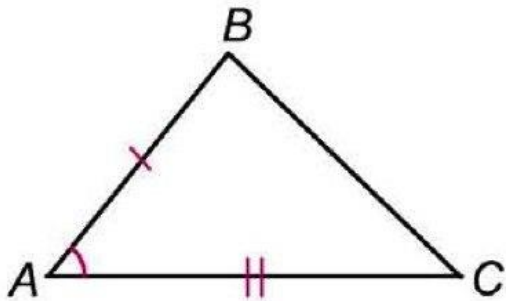


Признаки равенства треугольников

I признак

(по двум сторонам
и углу между ними)

Если $AB=KE$, $AC=KD$;

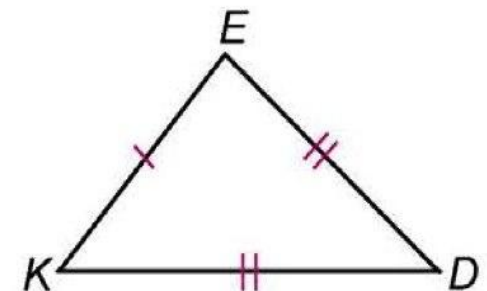
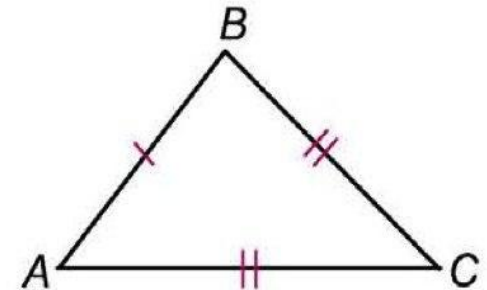


(по стороне и двум
прилежащим углам)
Если $AB=KE$, $\angle A = \angle K$,
 $\angle B = \angle E$, то $\triangle ABC = \triangle KED$

III признак

(по трем сторонам)

Если $AB=KE$, $AC=KD$
 $BC=ED$, то $\triangle ABC = \triangle KED$

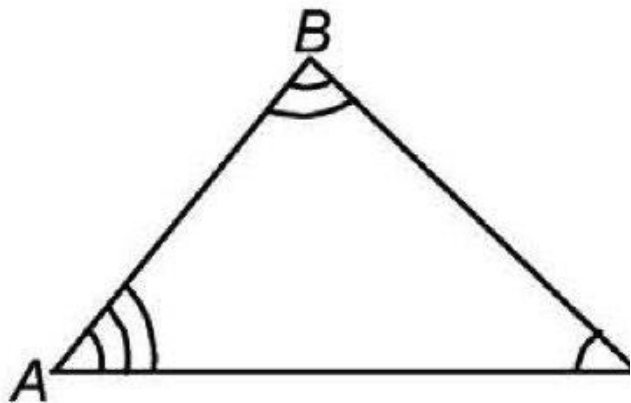


Значит, для того чтобы утверждать, что два треугольника равны, достаточно знать равенство трех пар соответствующих элементов.

Типы треугольников

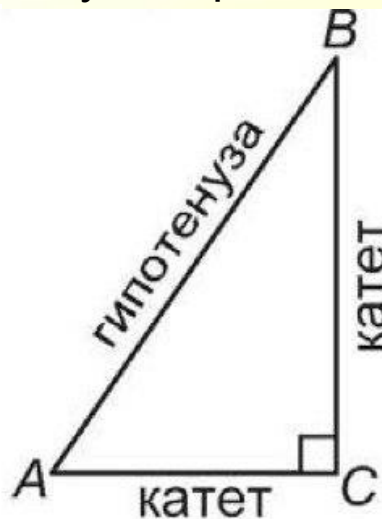
По углам

Треугольник называется **остроугольным**, если все углы острые.



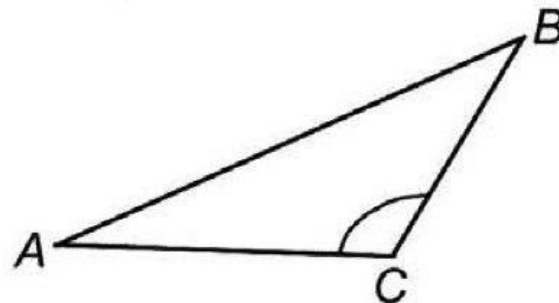
$$\angle A < 90^\circ, \angle B < 90^\circ, \angle C < 90^\circ$$

Треугольник называется **прямоугольным**, если один угол прямой.



$$\angle C < 90^\circ$$

Треугольник называется **тупоугольным**, если один угол тупой.

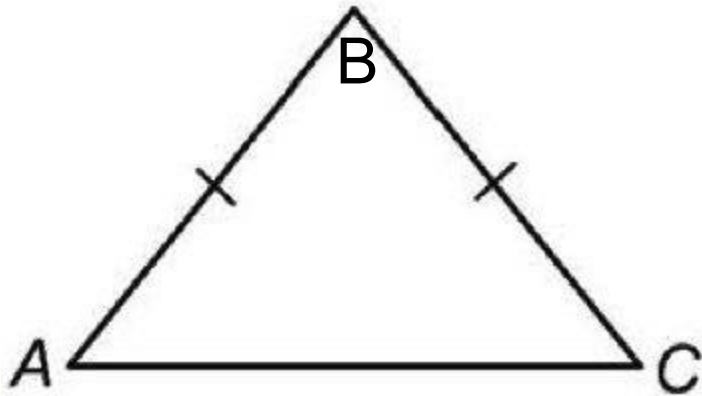


$$90^\circ < \angle C < 180^\circ$$



По сторонам

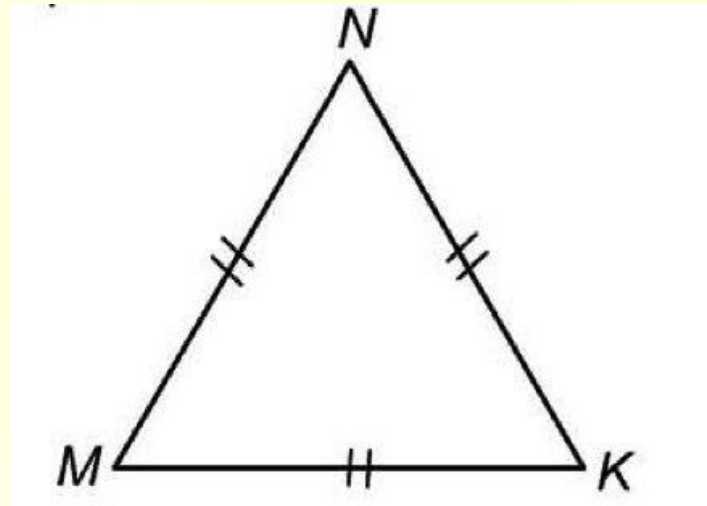
Треугольник называется **равнобедренным**, если две стороны равны



$AB=BC$ – равные стороны, называется боковыми сторонами; AC – называется основанием треугольника.



Треугольник называется **равносторонним**, если все стороны равны.



$MN=NK=MK$



- Сумма углов любого треугольника равна 180° .

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

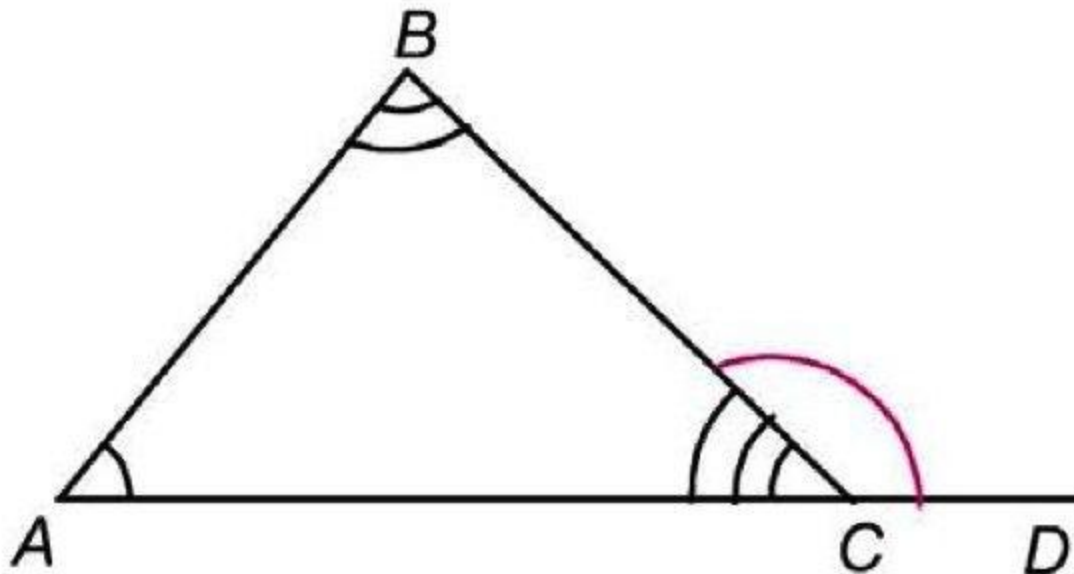
- Внешний угол треугольника – угол, смежный с каким-нибудь углом данного треугольника.

$\angle BCD$ – внешний угол $\triangle ABC$ при вершине C .

- Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

$$\angle BCD = \angle A + \angle B$$

- В треугольнике против большей стороны лежит больший угол, и наоборот: против большего угла лежит большая сторона.
- Каждая сторона меньше суммы двух других сторон.

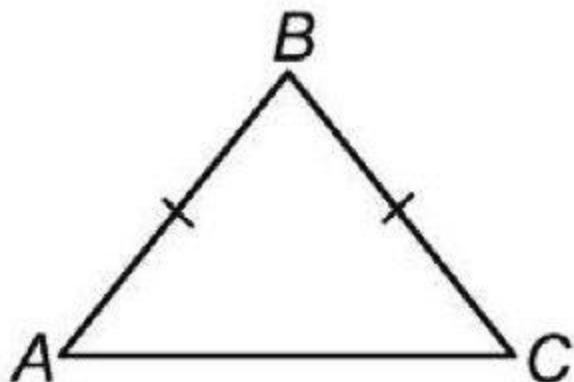


$AB < AC + BC$; $BC < AB + AC$; $AC < AB + BC$ - неравенство треугольника

Свойство равнобедренного треугольника

В равнобедренном треугольнике
углы при основании равны.

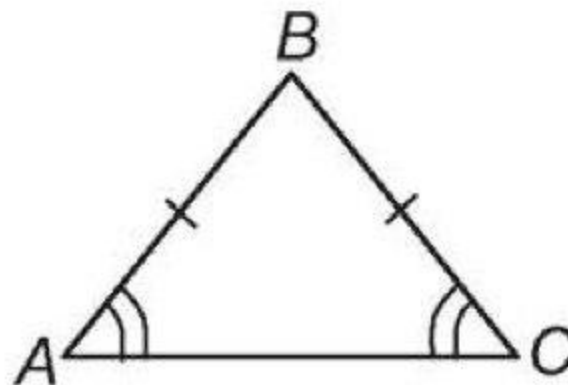
Если $AB = BC$, то $\angle A = \angle C$



Признак равнобедренного треугольника

Если два угла треугольника равны,
то треугольник равнобедренный.

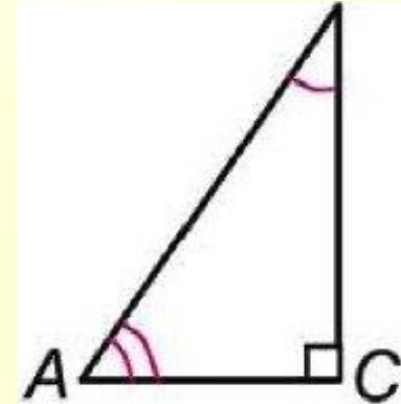
Если $\angle A = \angle C$, то $AB = BC$.



Свойство прямоугольного треугольника

1. Сумма острых углов равная 90°

$$\angle A + \angle C = 90^\circ$$



2. Катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.

Если $\angle A = 30^\circ$, то $BC = 1/2 AB$.

Если $\angle B = 30^\circ$, то $AC = 1/2 AB$.

3. Если катет равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°



Если $AC = 1/2 AB$, то $\angle B = 30^\circ$.

Если $BC = 1/2 AB$, то $\angle A = 30^\circ$.

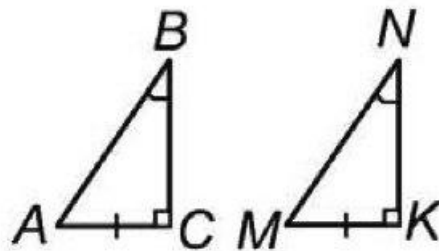


Признаки прямоугольного треугольника

2. По катету и острому углу:

Если $AC = MK$, $\angle B = \angle N$,

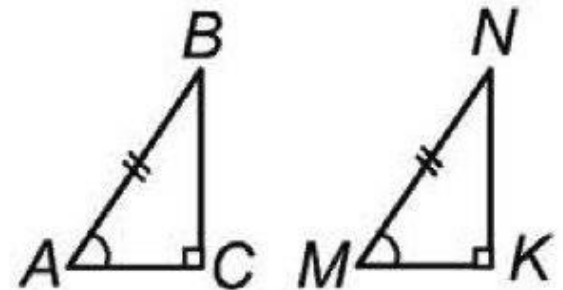
то $\triangle ABC = \triangle MNK$.



3. По гипотенузе и острому углу:

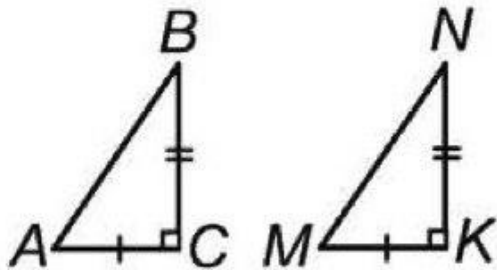
Если $AB = MN$, $\angle A = \angle M$,

то $\triangle ABC = \triangle MNK$.



1. По двум катетам:

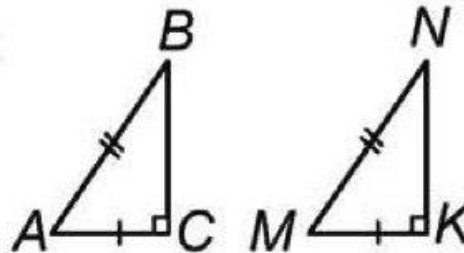
Если $AC = MK$, $BC = NK$,
то $\triangle ABC = \triangle MNK$



4. По катету и гипотенузе:

Если $AC = MK$, $AB = MN$,

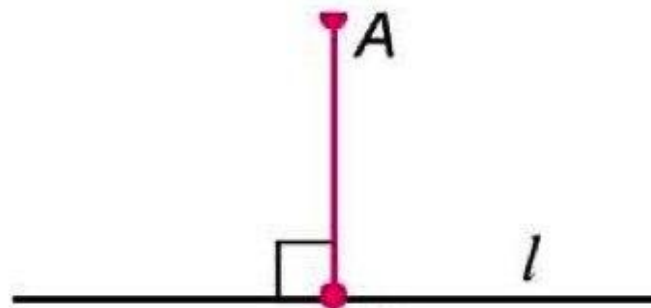
То $\triangle ABC = \triangle MNK$



Значит, для того чтобы утверждать, что два прямоугольного треугольника равны, достаточно знать равенство двух пар соответствующих элементов.

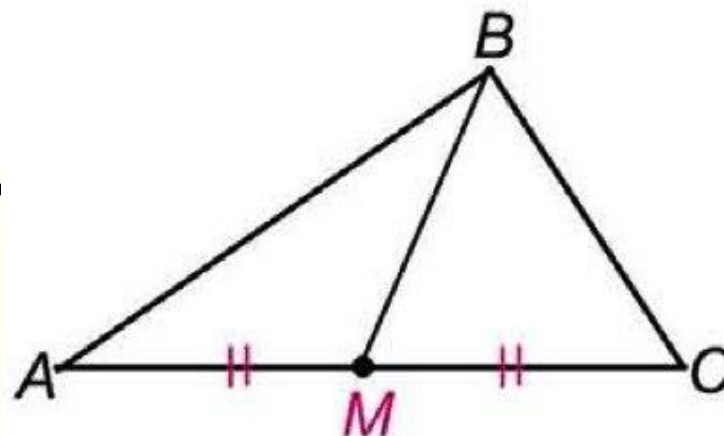
Перпендикуляр – отрезок, проведенный из точки к прямой под прямым углом

AM – перпендикуляр к прямой l .



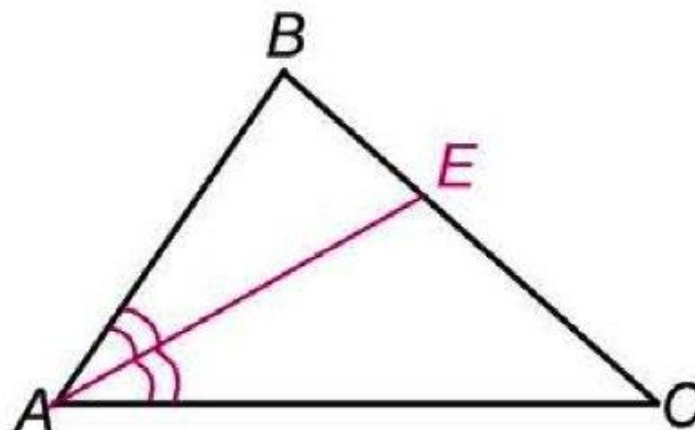
Медианна треугольника - отрезок, соединяющий вершину треугольника серединой противоположной стороны треугольника.

BM- медиана, AM=MC



Биссектрисой треугольника- называется отрезок биссектрисы угла, соединяющий в треугольнике с точкой на противоположной стороне треугольника.

AE- биссектриса, $\angle BAE = \angle CAE$.



Высота треугольника- перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону треугольника

$BH \perp AC$, $AN_1 \perp BC_1$, BH и AN_1 – высоты.

