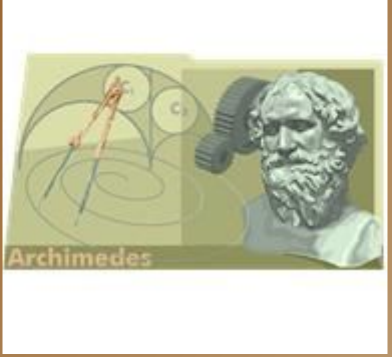
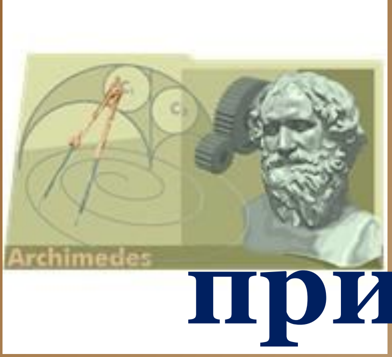


Посторонние корни при решении уравнений

11 класс



Преобразования, приводящие к появлению посторонних корней

1. При умножении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестные

2.При возведении в чётную степень

3.При использование различных логарифмических формул, в частности заменяя $\log f(x) + \log g(x)$ выражением $\log f(x) + \log g(x)$, расширяется ОДЗ уравнения

4.При взаимном уничтожении подобных членов, может произойти снятие ограничений, при которых уничтожаемые слагаемые должны иметь смысл, и тем самым может произойти расширение ОДЗ.

5.При решении иррациональных уравнений

Все эти преобразования приводят к образованию новых корней, которые можно отбросить с помощью проверки или следить, чтобы равносильность не нарушалась.

Появление посторонних корней

1. При умножении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестные, которое может обращаться в нуль

Пример1. $x-1=2 \longrightarrow (x-1)(x-1)=2(x-1)$

$x=3$

$(x-1)(x-1)-2(x-1)=0$

Равносильные ли уравнения?

$(x-1)(x-1-2)=0$

Чем является второе уравнение для первого и почему?

$(x-1)(x-3)=0$

$x-1=0$ или $x-3=0$

$x=1$ или $x=3$

Можно ли ставить знак равносильности?

$x=1$- посторонний корень

Появление посторонних корней

2. При освобождение от знаменателя в дробно-рациональных уравнениях

$$\frac{2x^2}{x} = 2$$

<u>Неверное решение:</u>

$$2x^2 = 2x$$

$$2x(x-1) = 0$$

x=0 или x=1

<u>Верное решение:</u>

$$\frac{2x^2}{x} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2; \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

x=0- посторонний корень

Появление посторонних корней

3.При возведении в чётную степень

Пример3. 2x-3=5

Неверное решение:

$$(2x-3)^2=25$$
$$x^2-3x-4=0$$

x=-1 или x= 4

Верное решение:

2x-3=5 $\Leftrightarrow$ 2x=5+3 $\Leftrightarrow$ x=4

x=-1- посторонний корень

Появление посторонних корней

4. Использование различных логарифмических формул приводит к расширению ОДЗ уравнения:

$\log_a f(x) - \log_a g(x)$ = $\log_a \frac{f(x)}{g(x)}$

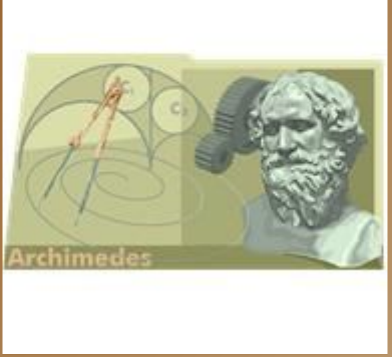
$\log_a f(x) + \log_a g(x)$ = $\log_a (f(x) \cdot g(x))$

$k \log_a f(x) = \log_a f(x)^k$, если к – четно

При потенцировании: т.е. при переходе от

$\log_a f(x) = \log_a g(x)$ **к выражению:** f(x)=g(x)

При логарифмировании показательных уравнений



Решите уравнение

$$\lg \frac{1}{x} = \lg(2x - 7)$$

Появление посторонних корней

5. При решении иррациональных уравнений

$$\sqrt{2x-3}=\sqrt{x-2}$$

<u>Неверное решение:</u>

$2x-3=x-2$

$x=1$

<u>Верное решение:</u>

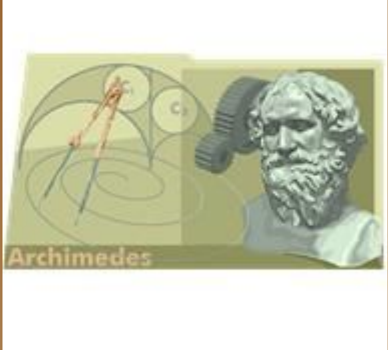
$$\sqrt{2x-3}=\sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=x-2 \\ 2x-3\geq 0 \\ x-2\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x\geq 1{,}5 \\ x\geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x\geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \emptyset$$

x=1- посторонний корень

Появление посторонних корней

4.При взаимном уничтожении подобных членов, может произойти снятие ограничений, при которых уничтожаемые слагаемые должны иметь смысл, и тем самым может произойти расширение ОДЗ.

$$x + \sqrt{-x} = 4 + \sqrt{-x}$$



Потеря корней

1. Сокращение обеих частей уравнения на одно и то же выражение, содержащее переменную

$$2x(x-1)=5(x-1)$$

2. Сужение ОДЗ в процессе решения уравнения

$$\lg x^2 = 4$$