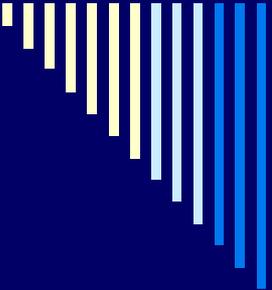


---



*Тема урока:*

# «Геометрическое место точек».

9 класс

Учитель Гордеева Н.М.

---



---

*Скажи мне – и я забуду,  
Покажи мне – и я запомню,  
Вовлеки меня – и я пойму.*

*(Древняя китайская  
мудрость)*

---



---

## *Цель урока:*

систематизировать и  
углубить знания по теме  
«Метод координат».

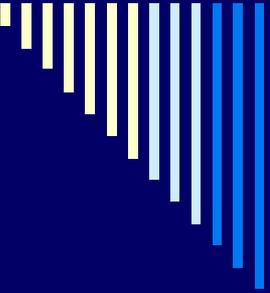
---



“Крупное научное открытие дает решение крупной проблемы, но и в решении любой задачи присутствует крупица открытия”.

(Дьердь Пойа)

---



*Задача:*

найти геометрическое место  
точек, обладающих  
определенным свойством  
(совершить открытие).

---

---

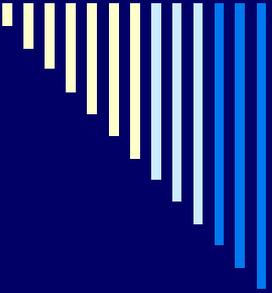


## *Определение:*

Геометрическим местом точек называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, обладающих определенным свойством.

---

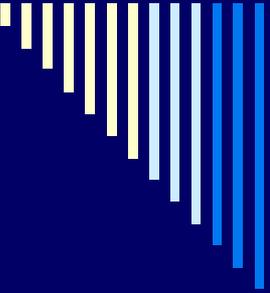
---



Геометрическое место точек,  
равноудаленных от данной  
точки, есть **окружность**.

---

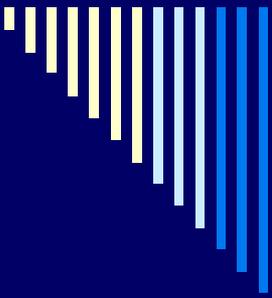
---



Геометрическое место точек,

равноудаленных от концов  
данного отрезка, есть  
серединный перпендикуляр  
к этому отрезку.

---



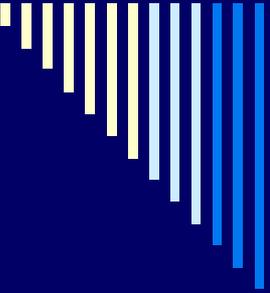
---

Геометрическое место точек,

равноудаленных от сторон  
данного угла, есть

**биссектриса этого угла.**

---

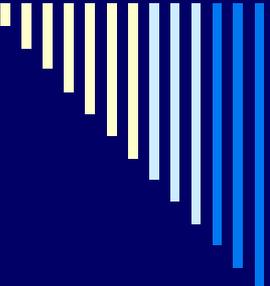


Геометрическое место точек,

равноудаленных от двух  
параллельных прямых, есть

параллельная им прямая, проходящая  
через середину их общего  
перпендикуляра (на ней лежат центры  
окружностей, касающихся данных  
прямых).

---



---

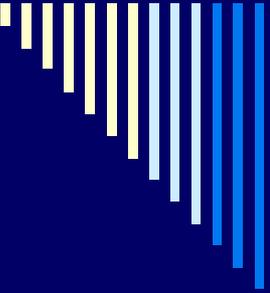
Геометрическое место точек,

являющихся вершинами  
прямоугольных треугольников с  
данной гипотенузой, есть

окружность, построенная на  
гипотенузе как на диаметре  
(исключая концы гипотенузы).

---

---



Геометрическое место точек,

отношение расстояний от которых  
до двух данных точек – величина  
постоянная, есть

**окружность**

**(которую называют окружностью  
Аполлония).**

---



# Задание 1

На рисунке  $AD=DB=2$  см.

Что представляет собой геометрическое место точек, принадлежащих данной прямой, которые удалены от точки  $D$  на расстояние:

- а) равное 2см;    б) более 2см;
- в) не более 2см.



*Решение:*

а) Расстояние от D равно 2см:



б) Расстояние от D более 2см:



в) Расстояние от D не более 2см:

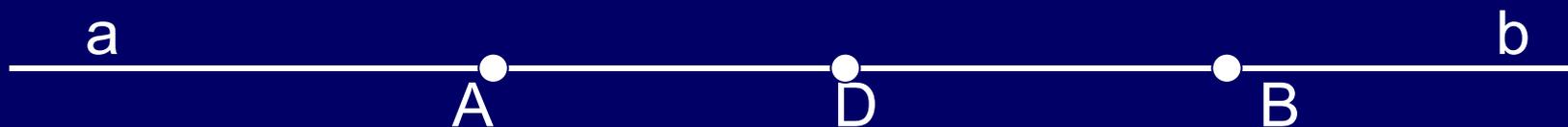


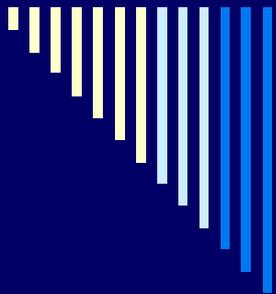


## Задание 2

По тому же рисунку определите, что представляет собой геометрическое место точек плоскости, которые удалены от точки D на расстояние

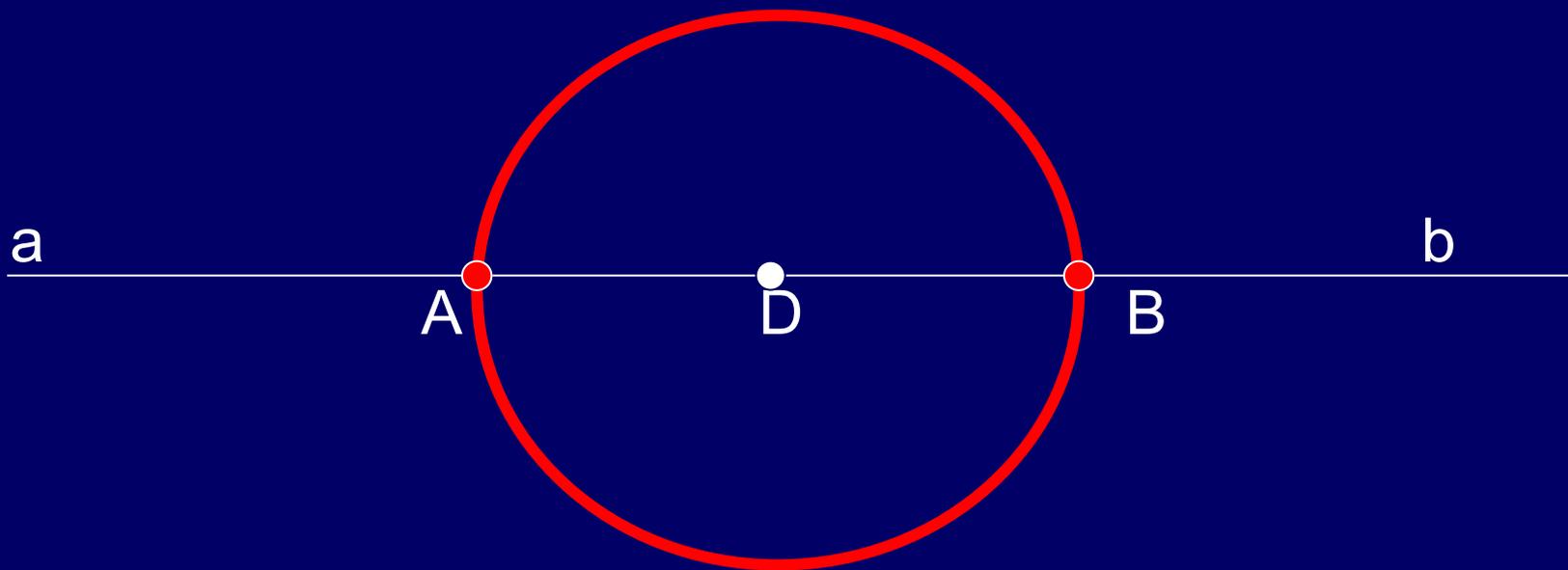
- а) равное 2см;
- б) более 2см;
- в) не более 2см.





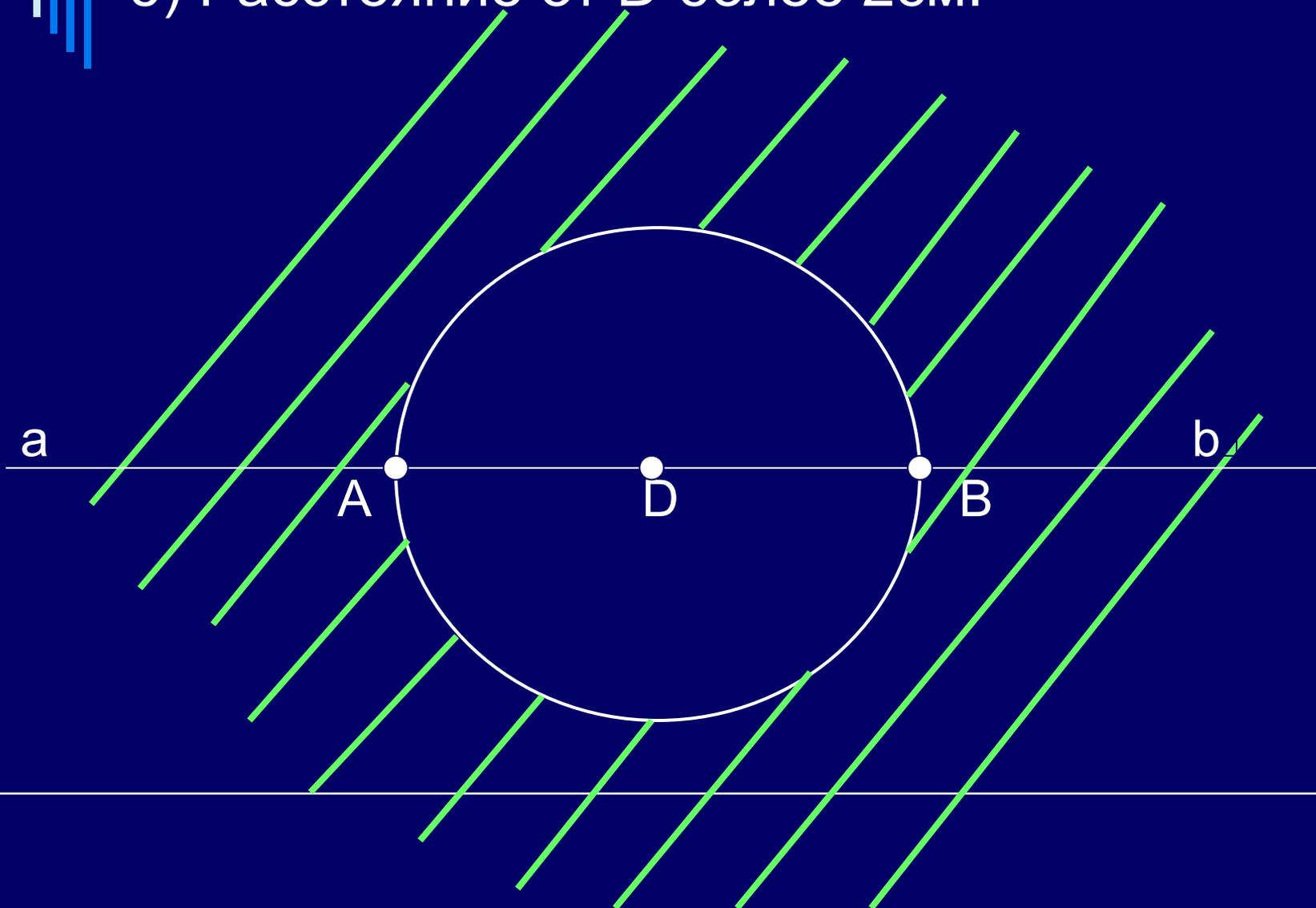
*Решение:*

а) Расстояние от D равно 2см:



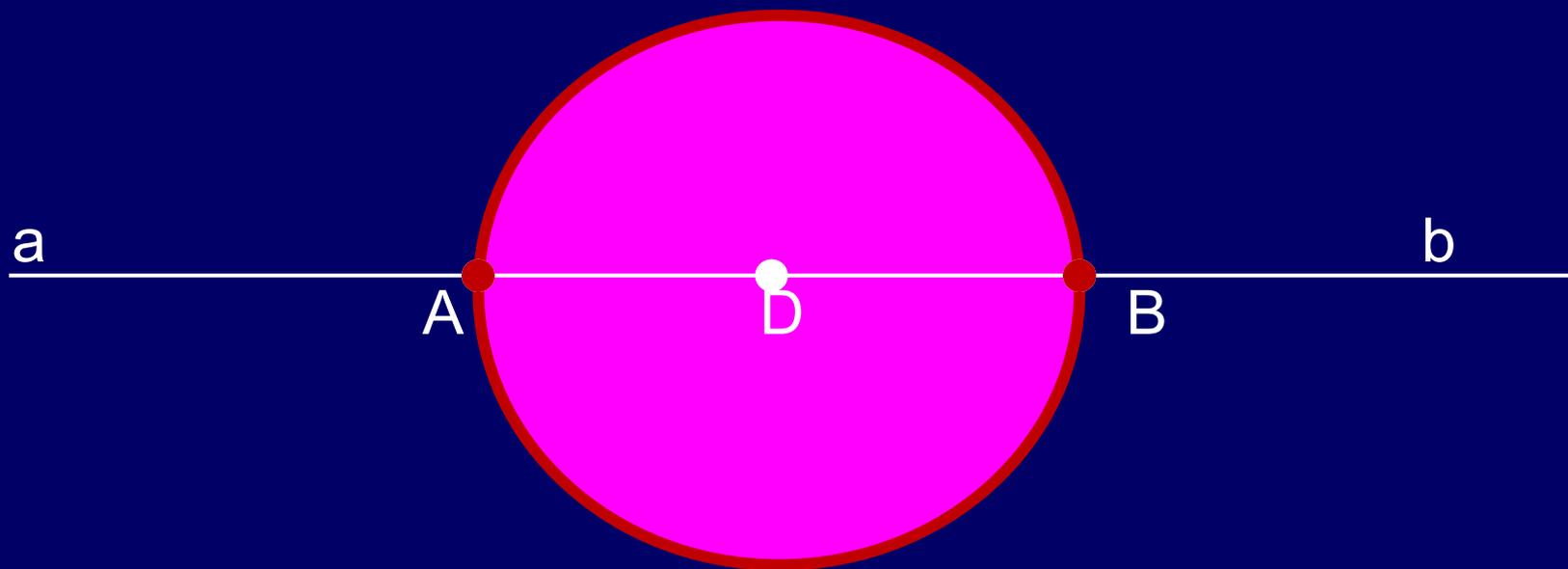
*Решение:*

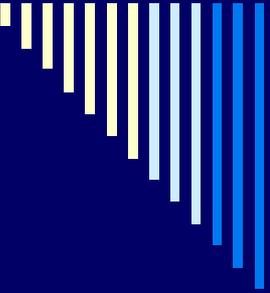
б) Расстояние от D более 2см:



*Решение:*

в) Расстояние от D не более 2см:





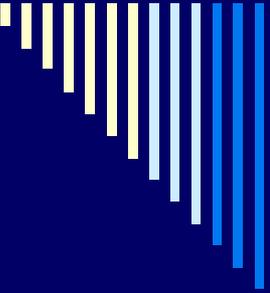
---

## Задание 3

- Используя метод координат, найдите пару чисел, удовлетворяющих условию

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y-1)^2}$$

---



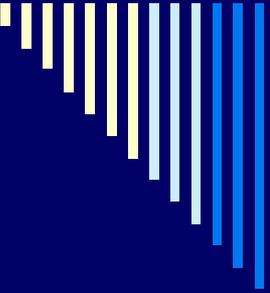
---

## Задание 4

Используя метод координат, докажите, что система уравнений имеет единственное решение:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ (x-9)^2 + (y-8)^2 = 64 \end{cases}$$

---

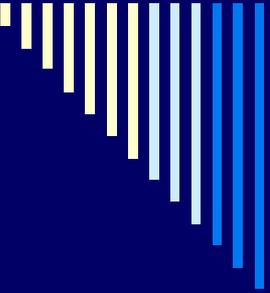


---

## Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

а)  $y^2 - 9x^2 = 0$



---

## Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

$$\text{б) } \frac{3}{x} - \frac{y}{4} = 0$$

---



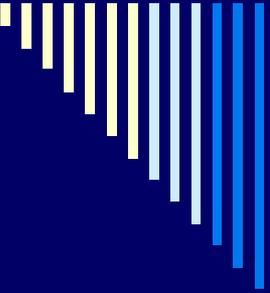
---

## Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

в)  $x^2 - 4x + y^2 = 0$

---

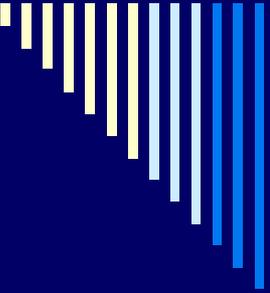


---

## Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

$$\text{г) } (x - 7)^2 + (y + 4)^2 = 0$$



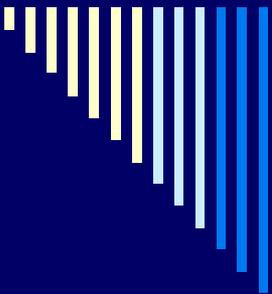
---

## Задание 5

Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

$$\text{д) } 2y - 3x^2 = 0$$

---



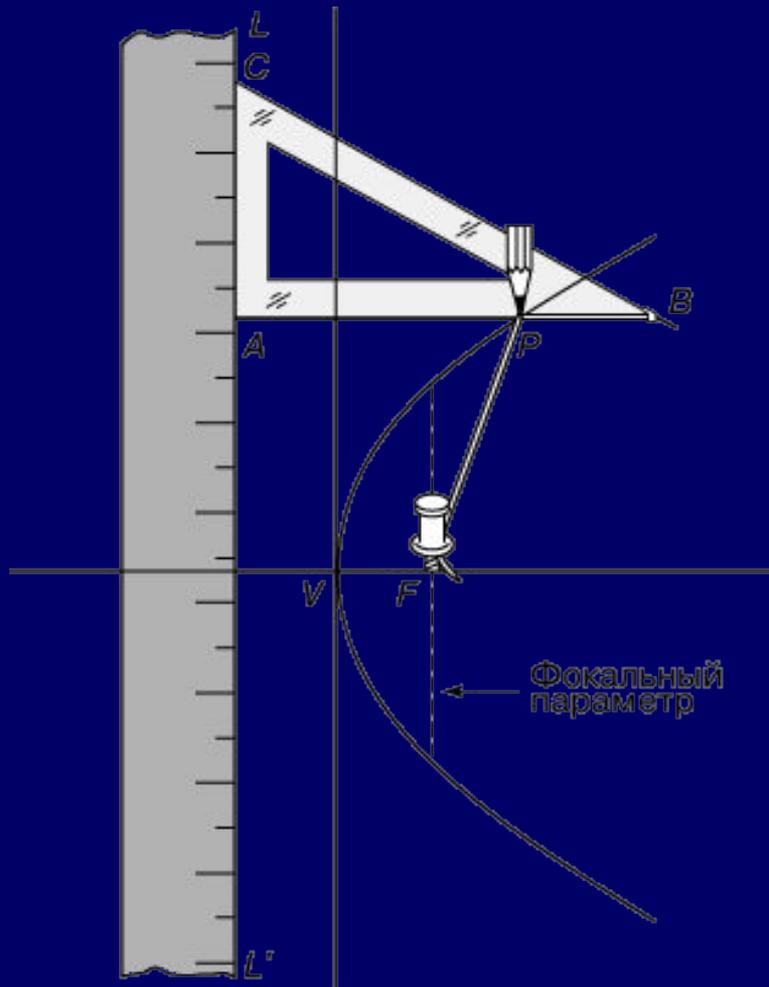
---

Парабола  
как геометрическое место точек.

Парабола есть геометрическое  
место точек, равноудаленных  
от заданной точки и от  
заданной прямой.

---

# Построение параболы.



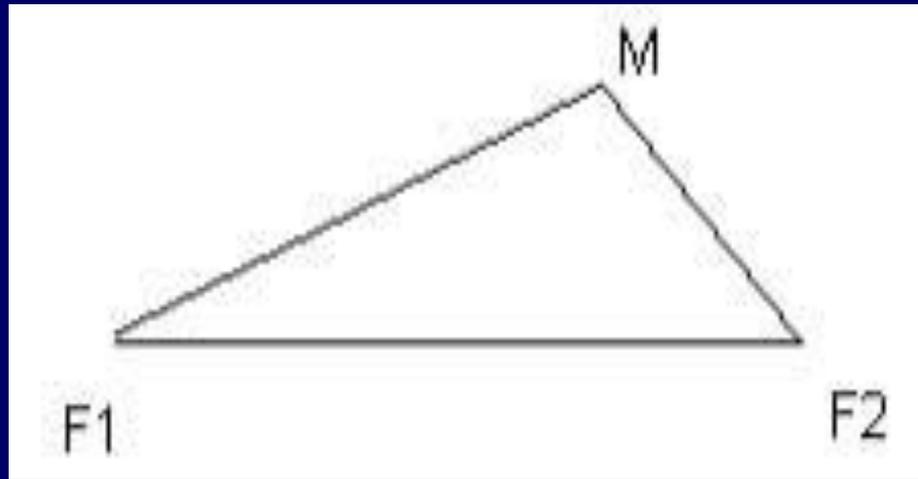
# Как разбить клумбу?



Построение окружности  
с помощью веревки

# Геометрическое место точек,

сумма расстояний от которых до двух заданных точек  $F_1$ ,  $F_2$  есть величина постоянная; большая, чем  $F_1F_2$ .



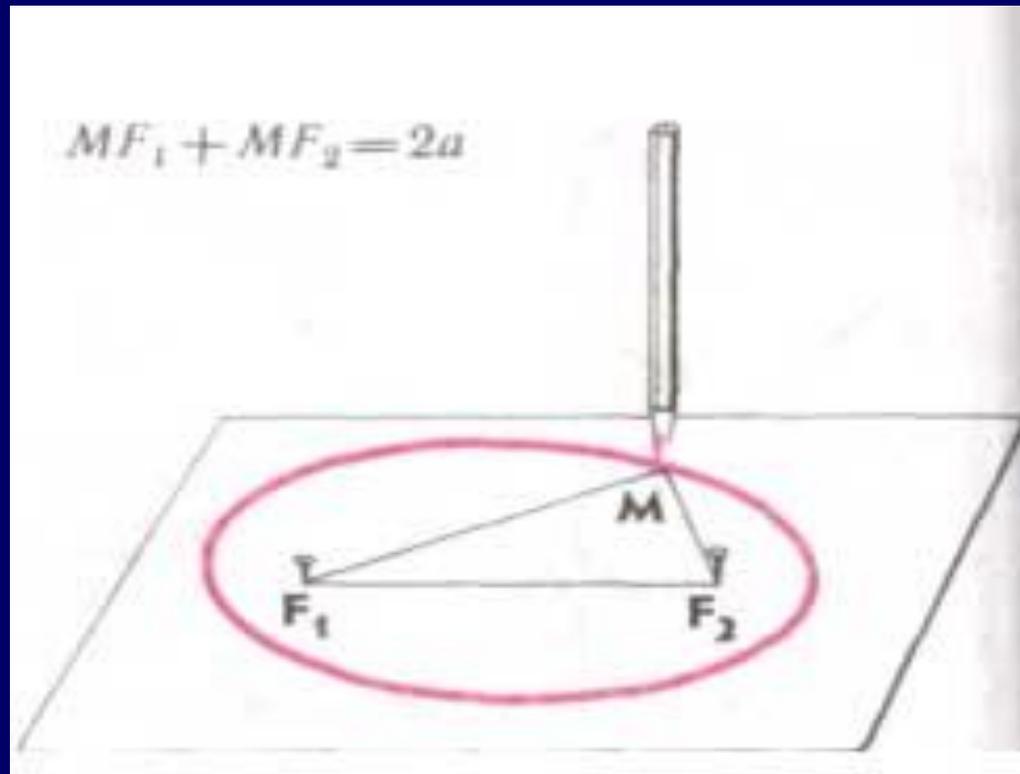


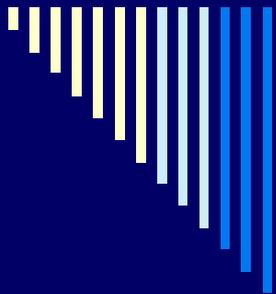
---

## *План построения ГМТ.*

- Прикрепим концы нити с помощью кнопок к точкам  $F_1$  и  $F_2$ .
  - Карандашом натянем нить так, чтобы его острие касалось бумаги.
  - Будем перемещать карандаш по бумаге так, чтобы нить оставалась натянутой.
  - Вычерчиваем карандашом линию.
-

# Построение ГМТ

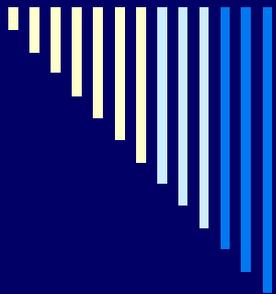




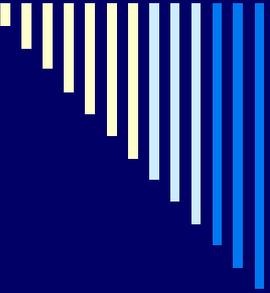
Что будет происходить с эллипсом, если фокусы:

а) приближаются друг к другу;

б) удаляются друг от друга.



- Найти геометрическое место точек, для которых сумма расстояний до двух заданных точек  $F_1$  и  $F_2$ :
  - а) меньше заданной величины  $2a$ ;
  - б) больше заданной величины  $2a$ .



---

## Уравнение ГМТ

- Определите ГМТ, удовлетворяющих уравнению:

$$x^2 + 4y^2 = 4$$



# Уравнение ГМТ

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \quad - \text{уравнение эллипса}$$

$$a^2 = 4, \text{ тогда}$$

$$a = 2$$

$$b = 1$$

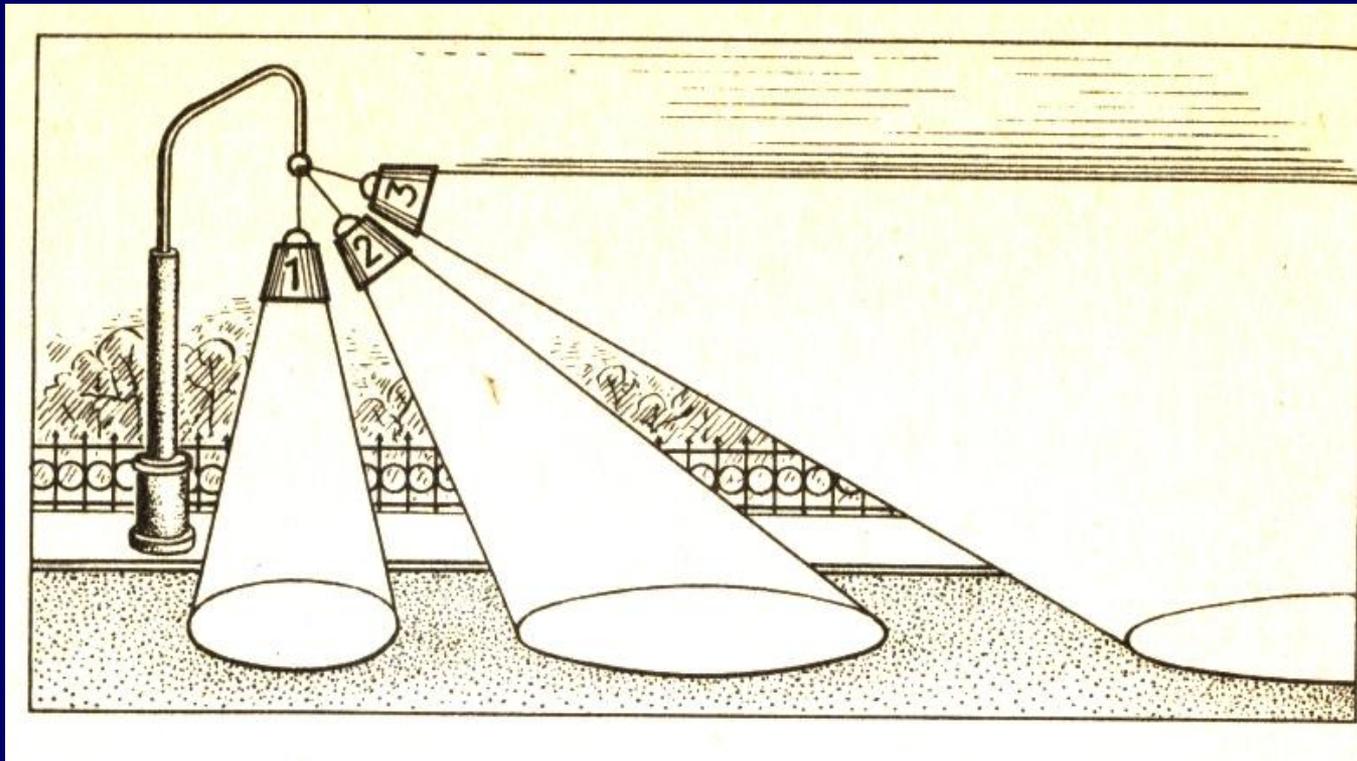
$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c^2 = 3$$

$$c = \sqrt{3}$$

Ответ:  $F_1(-\sqrt{3};0)$  ,  $F_2(\sqrt{3};0)$

# Конические сечения



# *Конические сечения*

Аполлоний Пергский (II-III вв. до н. э.) - древнегреческий математик.

Важнейший труд — “Конические сечения”



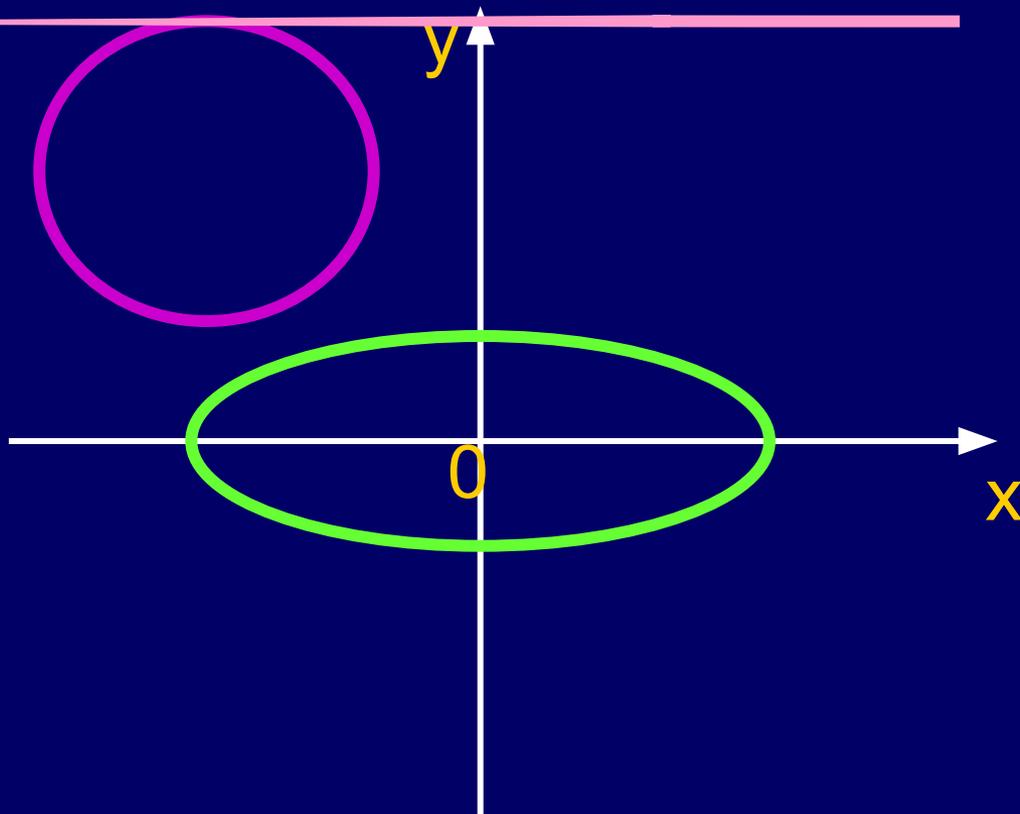


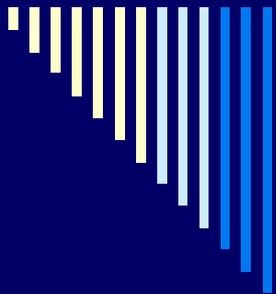
---

# *Конические сечения*

- Их изучали еще древнегреческие геометры.
  - Теория конических сечений была одной из вершин античной геометрии.
  - Уравнения этих линий были выведены гораздо позднее, когда стал применяться метод координат.
-

# Кривые второго порядка





Метод координат в соединении с алгеброй составляет раздел геометрии, который называется аналитической геометрией.

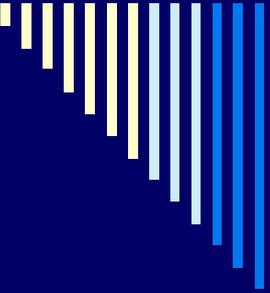
# Эксцентриситет эллипса

- характеризует степень его вытянутости.

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

- Еще Иоганн Кеплер (1571 – 1630) – немецкий астроном обнаружил, что планеты Солнечной системы движутся вокруг Солнца не по окружностям, как думали раньше, а по эллипсам, причем Солнце находится в одном из фокусов этих эллипсов.



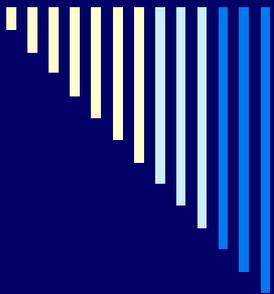


---

# Орбиты движения небесных тел

<input type="checkbox"/> Венера	<input type="checkbox"/> 0,0068
<input type="checkbox"/> Нептун	<input type="checkbox"/> 0,0086
<input type="checkbox"/> Земля	<input type="checkbox"/> 0,0167
<input type="checkbox"/> Плутон	<input type="checkbox"/> 0,253
<input type="checkbox"/> Комета Галлея	<input type="checkbox"/> 0,967

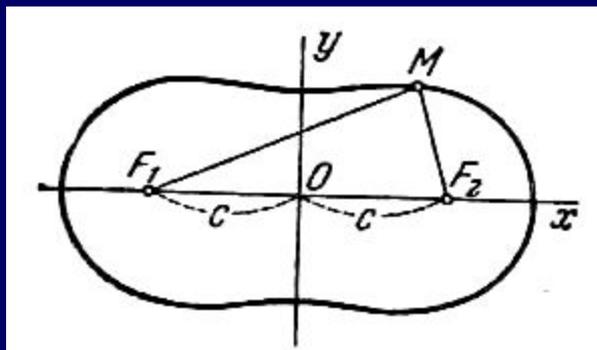
---



- Решали задачу о множестве точек,
- а это ГМТ имеет отношение к Вселенной,
- (а это была всего лишь только задача!).

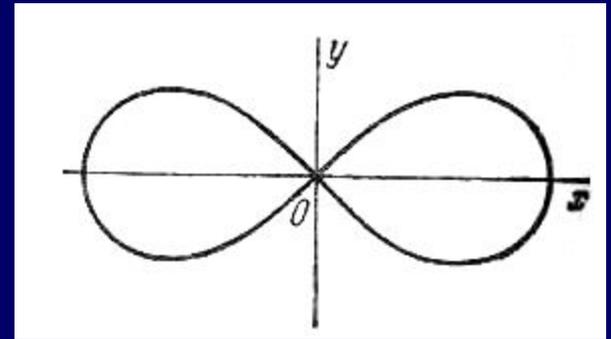
# Домашнее задание

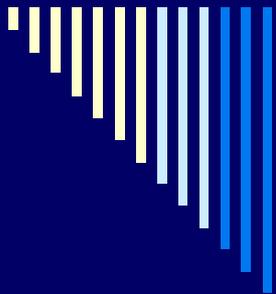
- Составить уравнение геометрического места точек, произведение расстояний от которых до двух данных точек  $F_1(-c; 0)$ ,  $F_2(c; 0)$  есть постоянная величина  $a^2$ . Такое геометрическое место точек называется овалом Кассини.



# Домашнее задание

- Составить уравнение геометрического места точек, произведение расстояний от которых до двух данных точек  $F_1(-a; 0)$ ,  $F_2(a; 0)$  есть постоянная величина  $a^2$ . Такое геометрическое место точек называется лемнискатой (см. рис.). (Уравнение лемнискаты сначала найти непосредственно, потом – рассматривая ее как частный вид овала Кассини).





---

# □ Подведение итогов урока

---