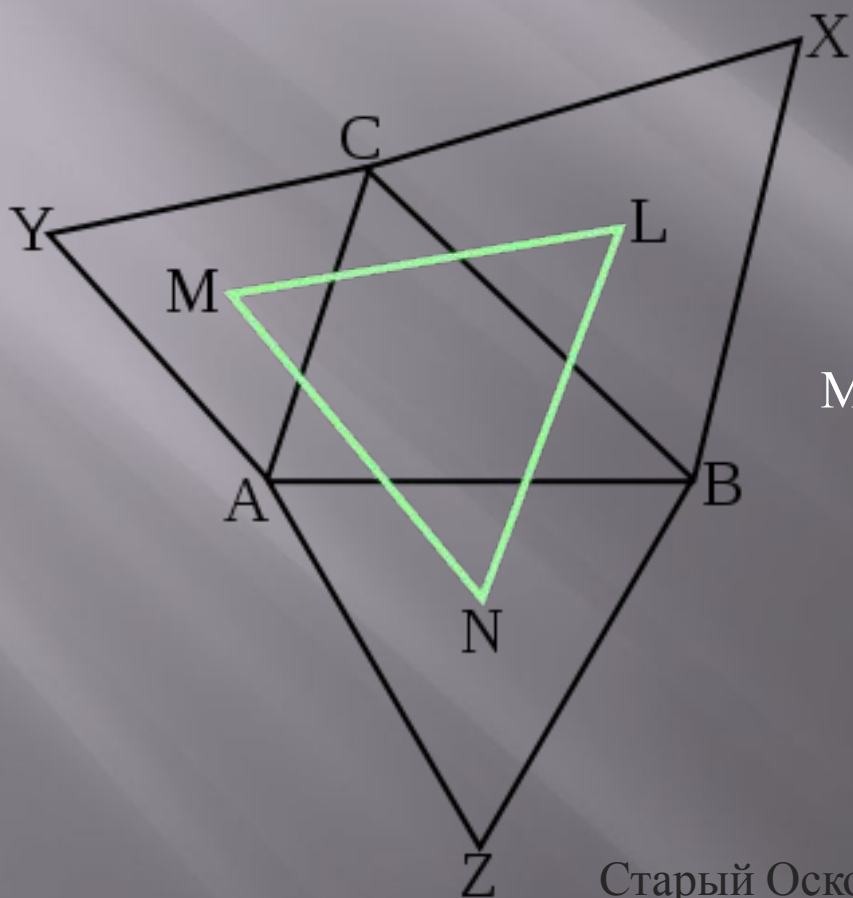


МБОУ «СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 34 С  
УИОП»

## *Теорема Наполеона*



Выполнили:

Югов Иван, обучающийся 10 «Б»

Малахова Наталья, обучающаяся 9 «А»

Преподаватели:

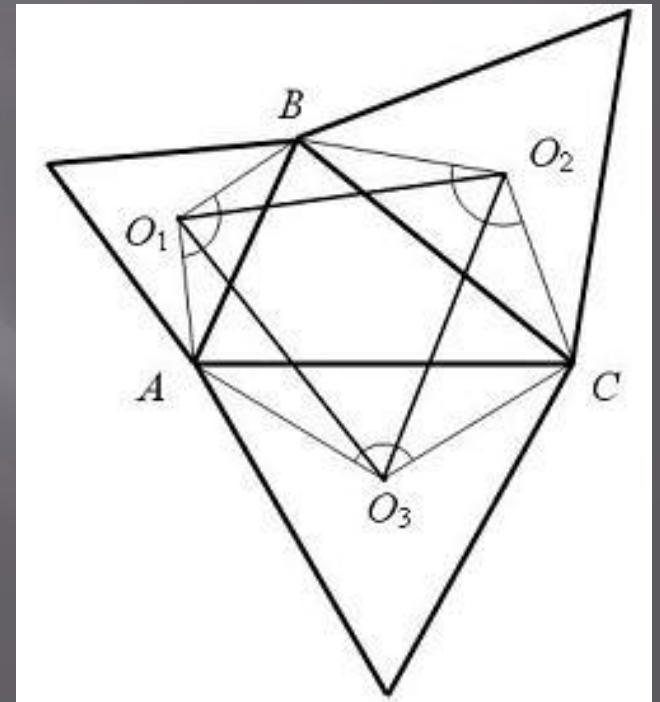
Прудских Анна Георгиевна

Шенцева Татьяна Александровна

Старый Оскол  
2013 г.

# ЦЕЛЬ:

изучение теоремы Наполеона и рассмотрение нескольких геометрических задач, составленных им; доказать теорему Тебо с помощью теоремы Наполеона.



# Задачи:

- изучить имеющуюся литературу по данной теме;
- доказать теорему Наполеона с использованием геометрических преобразований ;
- решить задачу Наполеона о равных треугольниках при искомой точке;
- решить задачу Наполеона о квадрате, вписанном в окружность;
- доказать теорему Тебо, с помощью теоремы Наполеона;
- рассмотреть любимую головоломку Наполеона «Танграм».



# БИОГРАФИЯ

Французский император, гениальный полководец. Родился в семье мелкопоместного дворянина. В 1785 г. в чине поручика окончил Парижскую военную школу, служил в полку в Южной Франции. Был произведен в капитаны и направлен в войска, осаждавшие Тулон, захваченный англичанами.



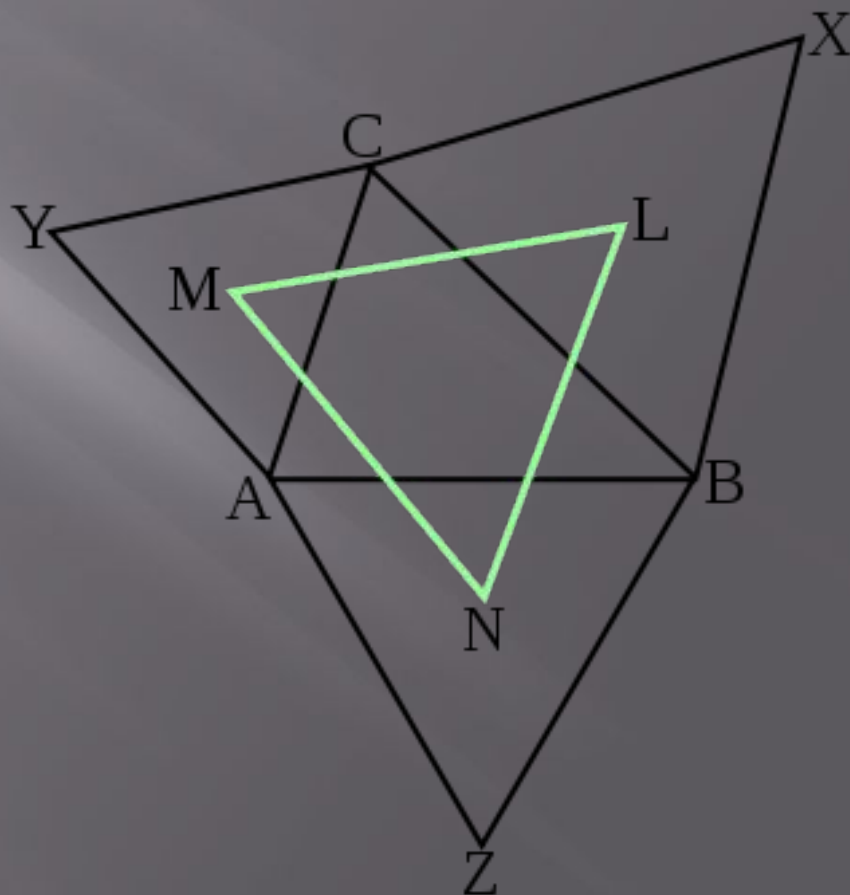


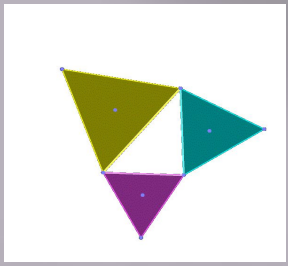
Благодаря плану, разработанному Наполеоном, англичанам пришлось срочно покинуть город. Тулон пал, а сам Наполеон, которому было всего 24 года, был сразу же произведен в бригадные генералы. В 1795 г. решительно подавил монархистский мятеж в Париже, после чего был назначен главнокомандующим армией в Италии.



# Теорема Наполеона:

«Если на каждой стороне произвольного треугольника построить по равностороннему треугольнику, то треугольник с вершинами в центрах равносторонних треугольников — тоже равносторонний»





# Доказательство

- Пусть  $M, N, K$  - центры равносторонних треугольников. Выполним дополнительное построение: соединим точки  $M, N, K$  с ближайшими (к каждой из них) двумя вершинами треугольника  $ABC$  и между собой (рис.1)

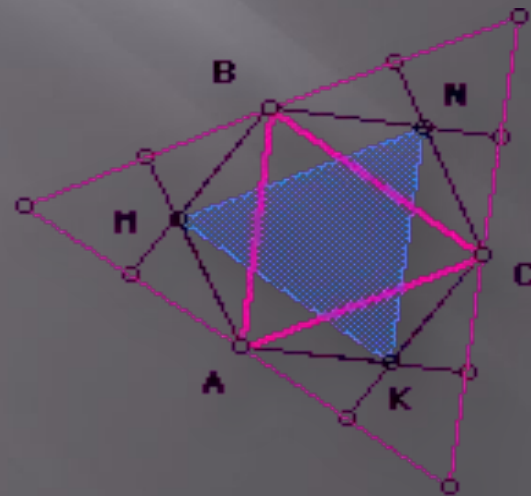
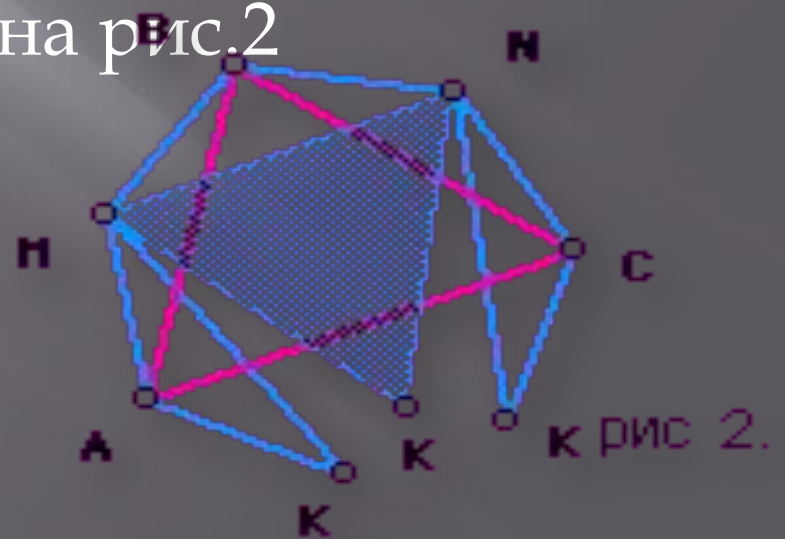


рис 1.

- По свойствам равностороннего (правильного) треугольника  $AM=MB$ ,  $BN=NC$ ,  $CK=KA$ ; угол  $AMB$  равен углу  $BNC$  равен углу  $CKA$  равен  $120^\circ$ , а их сумма равна  $360^\circ$ . Выделим шестиугольник  $AMBNCK$ , а внешние к нему невыпуклые четырёхугольники отбросим. Получим фигуру, изображённую на рис.2





- Отсекая теперь от этого шестиугольника треугольнички МАК и NSK, перемещая их в плоскости в положение, которое указано на рис.3, получаем четырёхугольник MDNK.

- Отрезок MN делит его на два равных (по трем сторонам) треугольника. Углы DNK и DMK равны  $120^\circ$  каждый. Поэтому углы NMK и MNK равны  $60^\circ$  каждый. Следовательно, треугольник MNK равносторонний, что и требовалось доказать

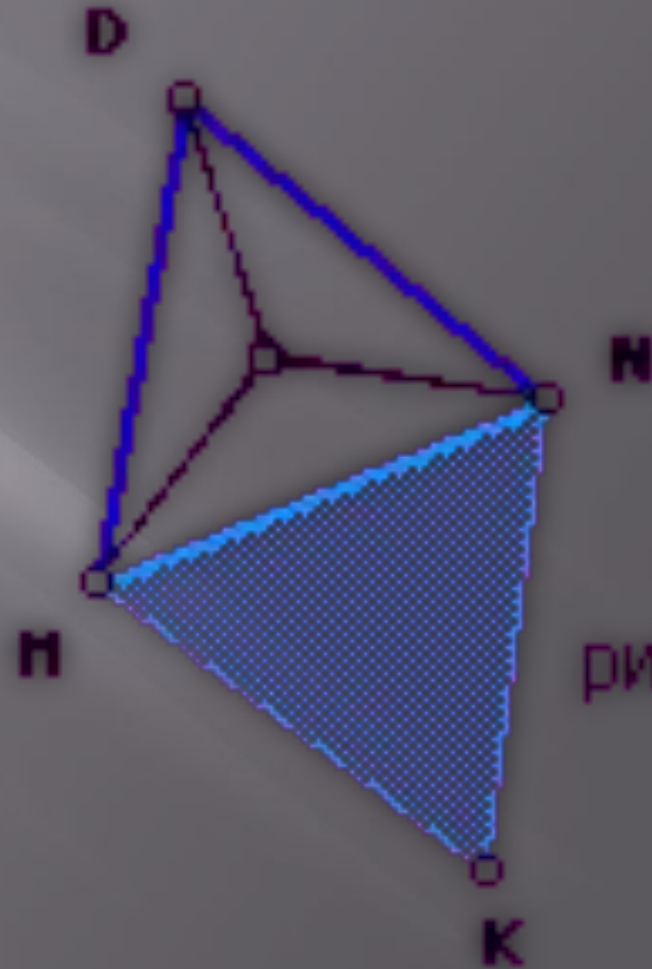


рис 3.

# ЗАДАЧА О РАВНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ ПРИ ИСКОМОЙ ТОЧКЕ

В треугольнике  $ABC$  найти точку  $F$ , такую, что сумма расстояний от  $F$  до вершин  $A$ ,  $B$  и  $C$  будет минимальна.

Решение данной задачи имеет единственное ограничение: наибольший угол треугольника должен быть меньше  $120^\circ$ .

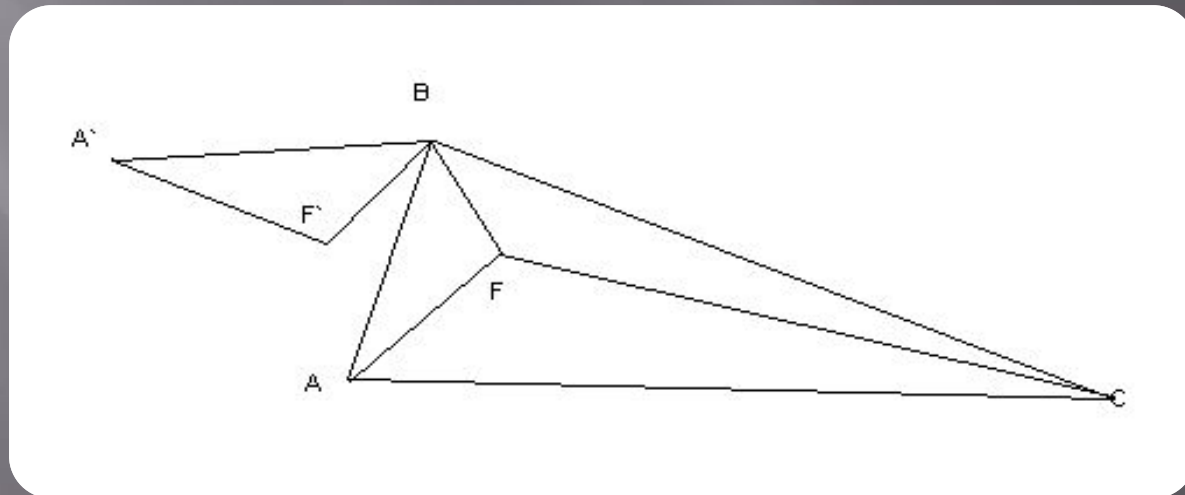
## Решение:

Пусть  $F$  - произвольная точка внутри треугольника. Повернем треугольник  $ABF$  вокруг вершины  $B$  наружу на  $60^\circ$ .

В этом случае  $AF = A'F'$  и  $BF = B'F'$  по построению,  $BF = F'F$ , потому что треугольник  $BFF'$  равносторонний, значит сумма расстояний от  $F$  до  $A, B, C$  равна длине ломаной  $A'F'FC$ .

Эта сумма станет минимальной, если  $F$  примет такое положение, что ломаная станет прямой. Для этого нужно, чтобы участок  $A'F'F$  стал прямым, т. е. чтобы  $\angle A'F'B$  и, следовательно,  $\angle AFB$  равнялся  $120^\circ$ .

Необходимо еще, чтобы участок  $F'FC$  стал прямым, т. е.  $\angle BFC$  равнялся  $120^\circ$ . Третий угол при точке  $F$  автоматически станет равным  $120^\circ$ . Итак, доказано, что все три угла при искомой точке  $F$  равны  $120^\circ$ .



# ЗАДАЧА О КВАДРАТЕ, ВПИСАННОМ В ОКРУЖНОСТЬ

Необходимо найти вершины  
квадрата, вписанного в окружность  
с отмеченным центром

Решение, предложенное американским математиком Ф. Чини:

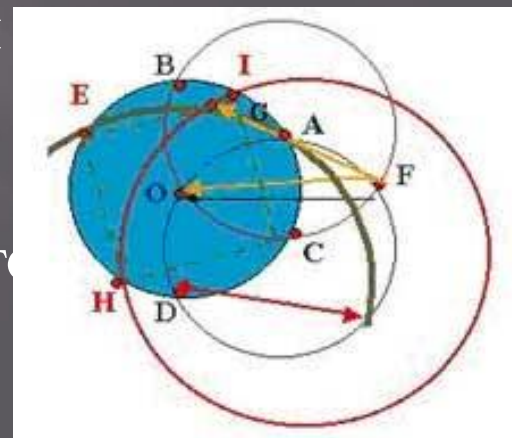
1. Выбрать на окружности произвольную точку А. Провести через нее окружность того же радиуса, что и первая.

2. Затем из точки пересечения второй окружности с первой (точки Е - первая вершина) провести третью окружность, пересекающую первую окружность (в точке D).

3. Провести из этой точки D первую дугу (DA), пересекающую первую исходную окружность в точке Е (вторая вершина квадрата).

4. Из точки F - как из центра пересечения второй и третьей окружности (внешней по отношению к первой) провести дугу радиусом FO в точке G.

5. Оставшиеся две вершины квадрата H, I, вписанного в исходную окружность, получите, проведя дугу радиуса CG с центром в точке С





# ТЕОРЕМА ТЕБО

Теорема Тебо.

Центры квадратов, построенных на сторонах параллелограмма вне его, являются вершинами квадрата

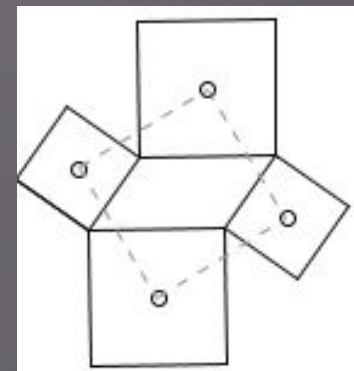
Пусть  $K, L, M, N$  — центры квадратов, построенных соответственно

на сторонах  $AB, BC, CD, DA$  параллелограмма  $ABCD$ ;  $O$  — центр параллелограмма. Применив теорему для треугольников  $ABK, BCL, CAO,$

построенных на сторонах треугольника  $ABC$ , получаем, что треугольник

$KOL$  — равнобедренный прямоугольный с прямым углом  $O$ . Аналогично,

треугольники  $LOM, MON, NOK$  — равнобедренные прямоугольные с прямым углом  $O$ .



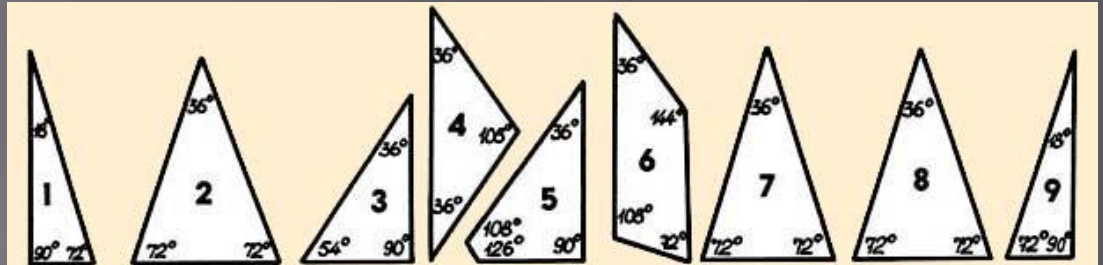
*Другое решение* можно получить, заметив, что  $KAN$  и  $KBL$

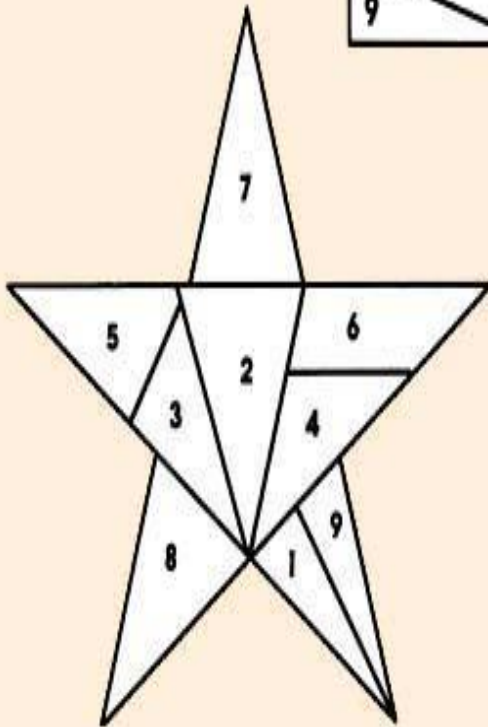
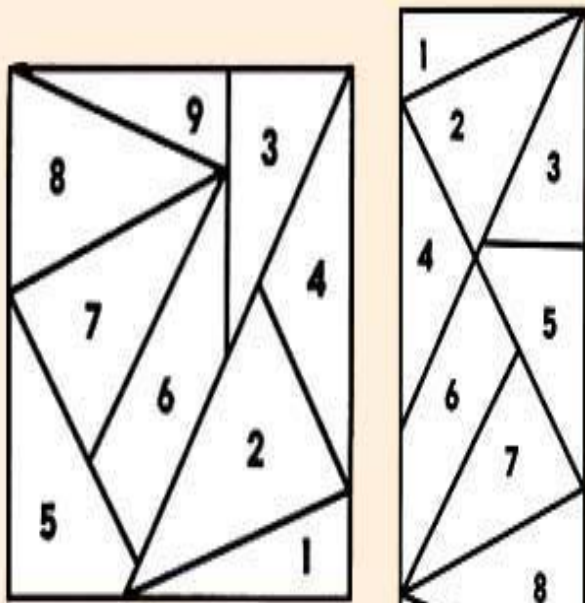
— равные треугольники, получающиеся друг из друга поворотом на  $90^\circ$ .

# ГОЛОВОЛОМКА НАПОЛЕОНА ("ТАНГРАМ")



Наполеон любил задавать своим офицерам и эту головоломку: какие плоские геометрические фигуры можно построить из девяти предложенных в россыпь деталей





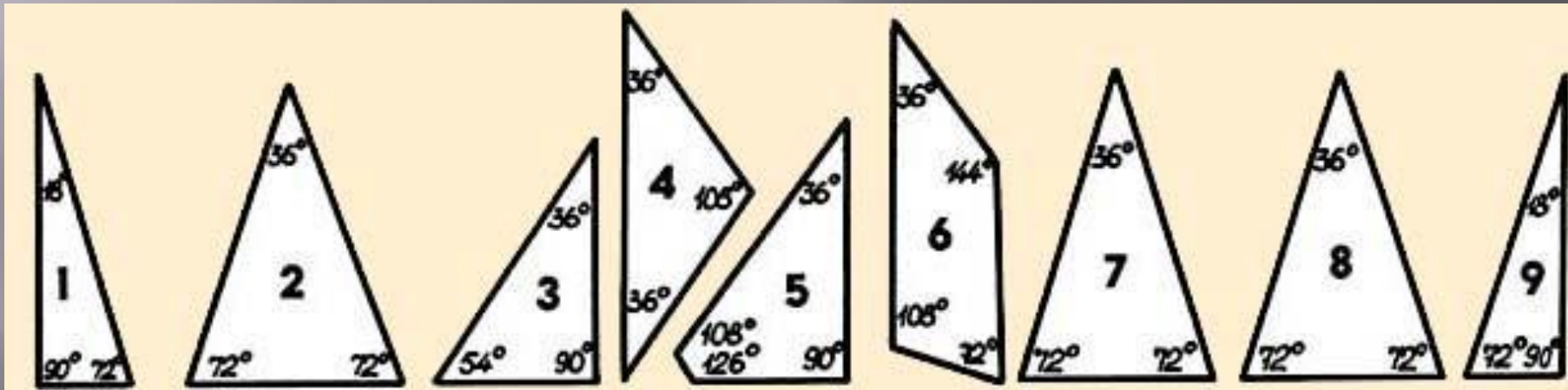
Маршал Даву, сумел  
собрать из предложенных  
деталей квадрат  
Мюрата - квадрат, и  
прямоугольник.  
Позже нашелся  
полковник, построивший  
звезду.

Но никто до сих пор не  
сумел построить из этих  
деталей треугольник,  
ромб или трапецию... И  
возникает вопрос можно  
ли построит треугольник  
вообще?

Но перед решением головоломки обратите  
внимание на градусы углов.

18:36:90:108:126:144- они все кратны

18-ти





# ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕМЫ НАПОЛЕОНА:

1. На боковых сторонах трапеции  $ABCD$  построены треугольники  $ABE$  и  $CDF$  так, что  $AE \parallel CF$  и  $BE \parallel DF$ . Докажите, что если  $E$  лежит на стороне  $CD$ , то  $F$  лежит на стороне  $AB$ .

2. (З. Насыров) (задачник "Кванта" 1992 г.) Круг поделили хордой  $AB$  на два круговых сегмента и один из них повернули вокруг точки  $A$  на неко-

торый угол. Пусть при этом повороте точка  $B$  перешла в точку  $D$ . Докажи-

те, что отрезки, соединяющие середины дуг сегментов с серединой отрезка

$BD$ , перпендикулярны друг другу.

3. (А. Заславский) (Геометрическая олимпиада им. И. Ф. Шарыгина)

На описанной окружности треугольника  $ABC$  взяты точки  $A_1, B_1, C_1$  так,

что  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в одной точке. При отражении  $A_1, B_1, C_1$  относительно сторон  $BC, CA, AB$  соответственно получают точки  $A_2,$

$B_2, C_2$ . Докажите, что треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $A_2B_2C_2$  подобны

4. Через вершину  $A$  треугольника  $ABC$  проведены прямые  $l_1$  и  $l_2$ , симметричные относительно биссектрисы угла  $A$ . Докажите, что проекции точек  $B$  и  $C$  на  $l_1$  и  $l_2$  соответственно, середина стороны  $BC$  и основание высоты, опущенной из вершины  $A$ , лежат на одной окружности.

5. Во вписанном четырехугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $E$ ,  $K$  и  $M$  — середины сторон  $AB$  и  $CD$ ,  $L$  и  $N$  — проекции  $E$  на  $BC$  и  $AD$ . Докажите, что  $KMLN$ .

# Вывод

Теорему приписывают Наполеону, хотя впервые она была опубликована У. Резерфордом в 1825 году. Теорема вполне могла быть сформулирована если не самим Наполеоном, то кем-то из его ученых. Известно, что сам Наполеон был отличным артиллеристом и широко привлекал ученых к решению различных прикладных задач.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Ришелье. Оливер Кромвель. Наполеон I. Князь Бисмарк: Биогр. Р 57 очерки. - М.: Республика, 1994.-320 с.: ил.

2.Энциклопедический словарь юного математика, 2-е изд., исп.и доп./Сост. Э-68 А.П. Савин. - М.: Педагогика, 1989.-352 с.: ил., стр 298.

3.Заславский А.А., Протасов В.Ю., Шарьгин Д.И. — Геометрические олимпиады им. И.Ф. Шарьгина - М.: МЦНМО, 2007 г.- 152 с.

4.Задача Наполеона. Квант, № 6, 1972, Березин В.Н.

<http://napoleon.ru/napoleon>

5.Е. Андреева «Головоломка Наполеона» [http://jtdigest.narod.ru/dig2\\_02/napol.htm](http://jtdigest.narod.ru/dig2_02/napol.htm)

6.Н.Н.Никитин, Г.Г.Маслова. Сборник задач по геометрии. Задача № 31.

<http://oldskola1.narod.ru/NiktinZ/d05.htm>

7.Теорема Тебо 1.

<http://ru.wikipedia.org/wiki/%D2%E5%E0%E5%E0%D2%E5%E1%E0>

8.Анимация теоремы Наполеона

<http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/02b7798e-607d-88ff-f603-9526ec4cf0bb/napoleon.html>

9. Задача/Теорема Наполеона

<http://webgrossmeister.dreamwidth.org/5035.html>

10. Задача о квадрате, вписанном в окружность.

<http://uchinfo.com.ua/zadachi/zadachi3.htm>