

Объем конуса

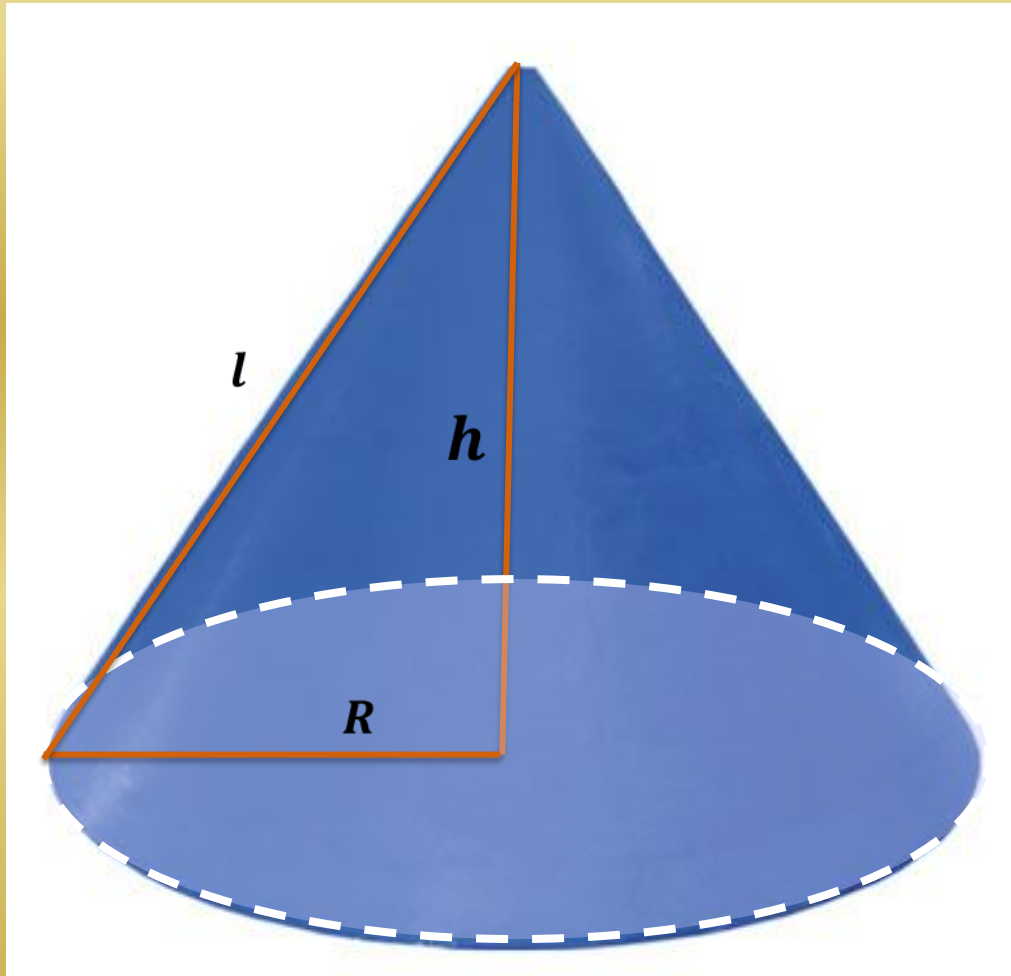
Цель: отработка решения задач с использованием формулы объема конуса, рассмотреть решение практических задач с применением формулы.

Устный опрос

- Конус можно получить путем вращения
 - а) равнобедренного треугольника относительно основания;
 - б) прямоугольника относительно одной из сторон;
 - в) прямоугольного треугольника относительно одного из катетов;
 - г) прямоугольного треугольника относительно гипотенузы.
- Измерениями конуса являются

Высота, радиус, образующая.

- Измерения конуса связаны между собой
 - а) теоремой о трех перпендикулярах;
 - б) теоремой Пифагора.



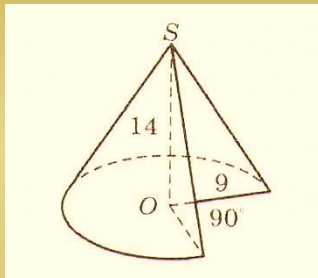
$$l^2 = R^2 + h^2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Самостоятельная работа

Вариант 1

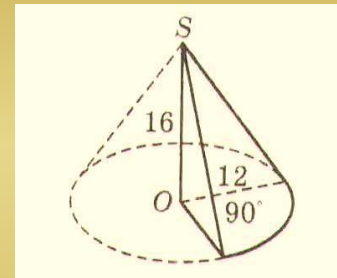
- Найдите объем части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.



- Объем конуса равен 384π , а его радиус равен 8. Найдите образующую конуса.
- Во сколько раз увеличится объем конуса, если его высоту увеличить в 9 раз?

Вариант 2

- Найдите объем части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.



- Найдите образующую конуса, если его высота равна 4, а объем равен 36π .
- Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его радиус уменьшится в 2 раза?

Историческая справка

- Конус в переводе с греческого «konos» означает «сосновая шишка». С конусом люди знакомы с глубокой древности. В книге Архимеда (287–212 гг. до н. э.) «О методе» дается решение задачи об объеме общей части пересекающихся цилиндров. Архимед приписывает честь открытия этого принципа Демокриту (470–380 гг. до н. э.) – древнегреческому философу-материалисту. С помощью этого принципа Демокрит получил формулы для вычисления объема пирамиды и конуса.

Выполните самостоятельно

- Найдите объем конуса, макет которого сделали суворовцы самостоятельно.

Практическое применение формулы объема конуса

- ”Читал я где-то,
Что царь однажды воинам своим
Велел снести земли по горсти в кучу,
И гордый холм возвысился — и царь
Мог с вышины с весельем озирать
И дол, покрытый белыми шатрами,
И море, где бежали корабли. “

А.С. Пушкин, Скупой рыцарь

Докажем или опровергнем эту легенду о древнем владыке.
Найдем высоту получившегося холма.



Решение задачи

Составим математическую модель задачи.

У Аттилы было самое многочисленное войско, которое знал древний мир. Историки оценивают его в 700 000 человек.

1 горсть земли $\approx \frac{1}{5}$ литра = 0,2 дм³

Объем холма равен $700\,000 \cdot 0,2 = 140\,000$ дм³ = 140 м³

Чтобы земля не осыпалась, угол откоса составляет 45°

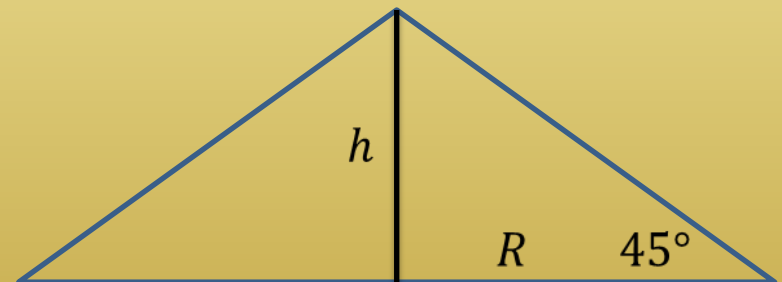
Значит, $h = R$,

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi h^3,$$

$$h^3 = \frac{3V}{\pi} = \frac{3 \cdot 140\,000}{3,14} \approx 133\,758,$$

$$h = \sqrt[3]{133\,758} \approx 51 \text{ дм} = 5,1 \text{ м}$$

Ответ: высота кургана около 5 м.



Авиационная бомба среднего калибра дает при взрыве воронку диаметром 6 м и глубиной 2 м. Какое количество земли (по массе) выбрасывает эта бомба, если 1 м³ земли имеет массу 1650 кг?

Решение.

Составим математическую модель задачи.

Так как диаметр воронки 6 м и глубина 2 м, то радиус полученного конуса составляет 3 м, а высота – 2 м.

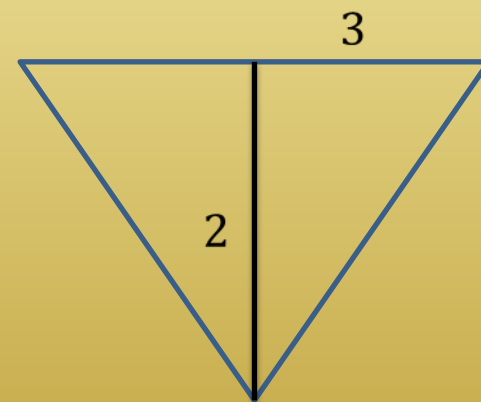
Найдем объем конуса:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 2 = 18,84 \text{ м}^3$$

Масса выброшенной земли составляет

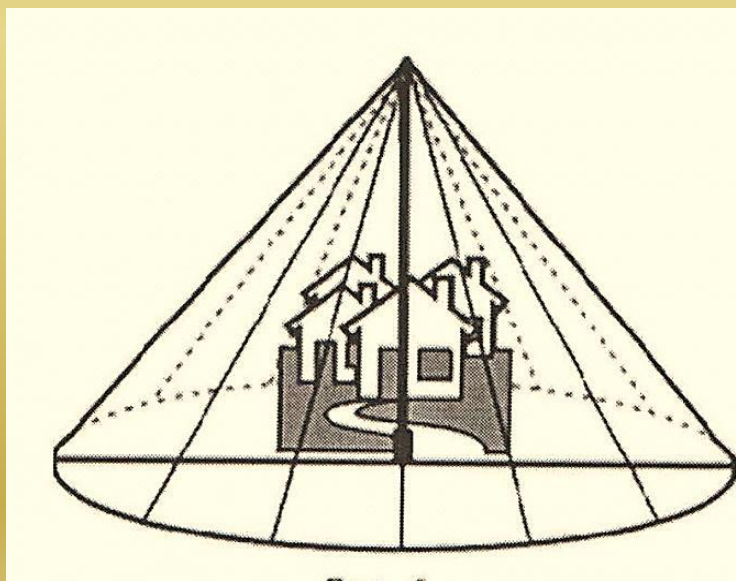
$$M = 18,84 \cdot 1650 = 31086 \text{ кг} \approx 31 \text{ т.}$$

Ответ: масса выброшенной земли 31 т.

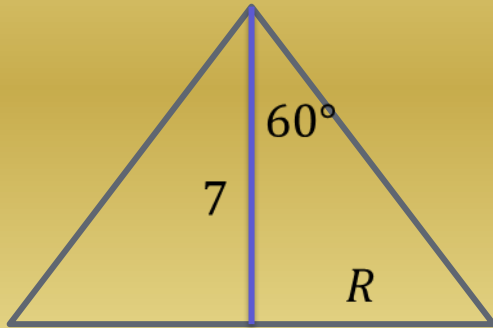


По статистике на Земле ежегодно гибнет от разрядов молний 6 человек на 1 000 000 жителей (чаще в южных странах). Громоотвод образует конус безопасности.

Задача. Будет ли защищен во время грозы дом высотой 6 м, шириной 8 м и длиной 10 м, если высота громоотвода 7 м, а угол между громоотводом и образующей конуса безопасности равен 60° ?



Решение задачи



Составим математическую модель задачи.

По определению тангенса $tg60^\circ = \frac{R}{7}$,

$$R = 7\sqrt{3} \approx 12 \text{ м,}$$

$$V_{\text{к}} = \pi \cdot 49 \cdot 3 \cdot 7 = 1029\pi \approx 3231 \text{ м}^3$$

Объем дома 480 м^3

Ответ: дом будет защищен от грозы.

Дополнительная информация о конусе

- В геологии существует понятие **«конус выноса»**. Это форма рельефа, образованная скоплением обломочных пород (гальки, гравия, песка), вынесенными горными реками на предгорную равнину или в более плоскую широкую долину.
- В биологии есть понятие **«конус нарастания»**. Это верхушка побега и корня растений, состоящая из клеток образовательной ткани.
- **«Конусами»** называется семейство морских моллюсков подкласса переднежаберных. Раковина коническая (2–16 см), ярко окрашенная. Конусов свыше 500 видов. Живут в тропиках и субтропиках, являются хищниками, имеют ядовитую железу. Укус конусов очень болезнен. Известны смертельные случаи. Раковины используются как украшения, сувениры.
- В физике встречается понятие **«телесный угол»**. Это конусообразный угол, вырезанный в шаре. Единица измерения телесного угла – 1 стерadian. 1 стерadian – это телесный угол, квадрат радиуса которого равен площади части сферы, которую он вырезает. Если в этот угол поместить источник света в 1 канделу (1 свечу), то получим световой поток в 1 люмен. Свет от киноаппарата, прожектора распространяется в виде конуса.

Задание на самоподготовку

- Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 3 см и прилежащим углом 30° вокруг меньшего катета.
- Цилиндр и конус имеют общее основание и высоту. Вычислите объем конуса, если объем цилиндра равен 60.
- Во сколько раз уменьшится объем конуса, если диаметр его основания уменьшится в 2,5 раза?
- Объем конуса равен 20. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

Подведем итоги

- Какое геометрическое тело называется конусом?
- Что нужно знать, чтобы найти объем конуса?
- Как вычислить объем конуса?