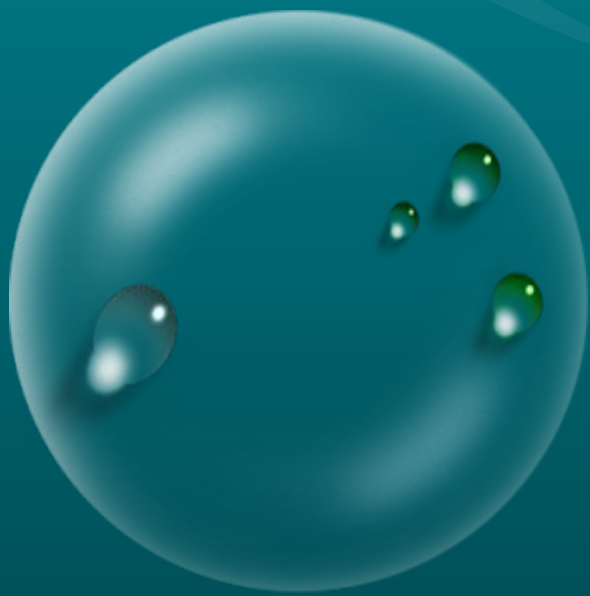


Про эти забавные штучки, хоть раз, но все слышали. Фракталы вещь чрезвычайно красивая и математическая. Стоит присмотреться и можно обнаружить их повсюду.



ФРАКТАЛЫ

В математике существует понятие фрактала – геометрического образования, представляющего собой систему самоподобных фигур, расположенных относительно друг друга закономерным образом. Как форма и размер отдельных элементов, так и их взаимное расположение может быть описано математической формулой.



Проект "Фракталы - это наука или красота"



Понятие "фрактал".

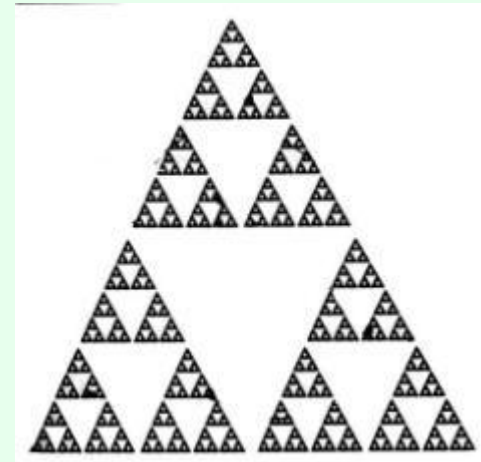
Понятия фрактал и фрактальная геометрия, появившиеся в конце 70-х, с середины 80-х прочно вошли в обиход математиков и программистов. Слово фрактал образовано от латинского *fractus* и в переводе означает *состоящий из фрагментов*.

Оно было предложено
Бенуа Мандельбротом в
1975 году

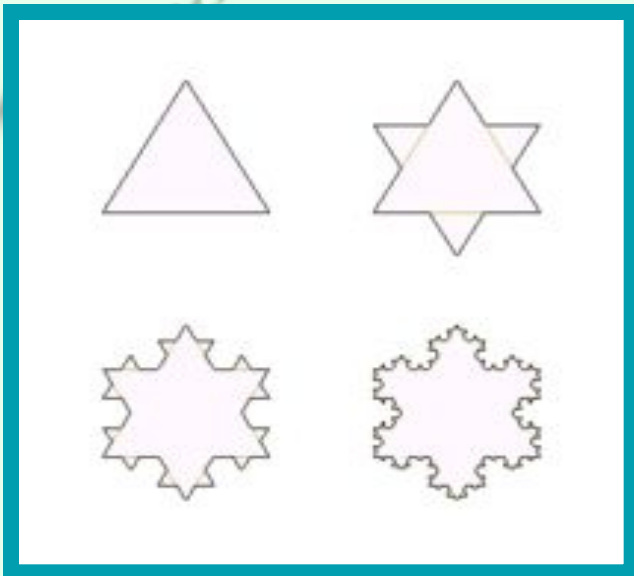
Проект "Фракталы - это
наука или красота"



Геометрические фракталы



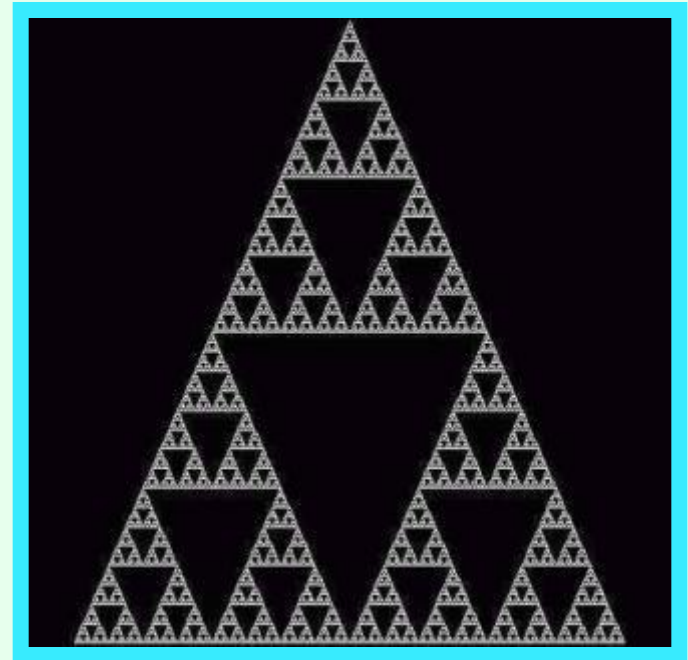
Именно с них и начиналась история фракталов. Этот тип фракталов получается путем простых геометрических построений. Обычно при построении этих фракталов поступают так: берется "затравка" - аксиома - набор отрезков, на основании которых будет строиться фрактал. Далее к этой "затравке" применяют набор правил, который преобразует ее в какую-либо геометрическую фигуру. Далее к каждой части этой фигуры применяют опять тот же набор правил. С каждым шагом фигура будет становиться все сложнее и сложнее, и если мы проведем (по крайней мере, в уме) бесконечное количество преобразований - получим геометрический фрактал



Снежинка Коха

Из геометрических фракталов очень интересным и довольно знаменитым является первый - *снежинка Коха*. Строится она на основе равностороннего треугольника. Каждая линия которого _____ заменяется на 4 линии каждая длиной в $1/3$ исходной $_ \Delta _$. Таким образом, с каждой итерацией длина кривой увеличивается на треть. И если мы сделаем бесконечное число итераций - получим фрактал - снежинку Коха бесконечной длины.

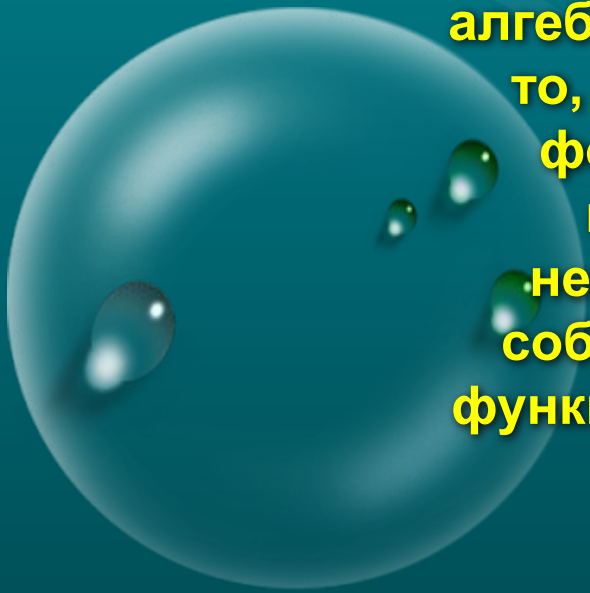
Треугольник Серпинского



Для построения из центра равностороннего треугольника "вырежем" треугольник. Повторим эту же процедуру для трех образовавшихся треугольников (за исключением центрального) и так до бесконечности. Если мы теперь возьмем любой из образовавшихся треугольников и увеличим его - получим точную копию целого. В данном случае мы имеем дело с **полным самоподобием**.

Алгебраические фракталы

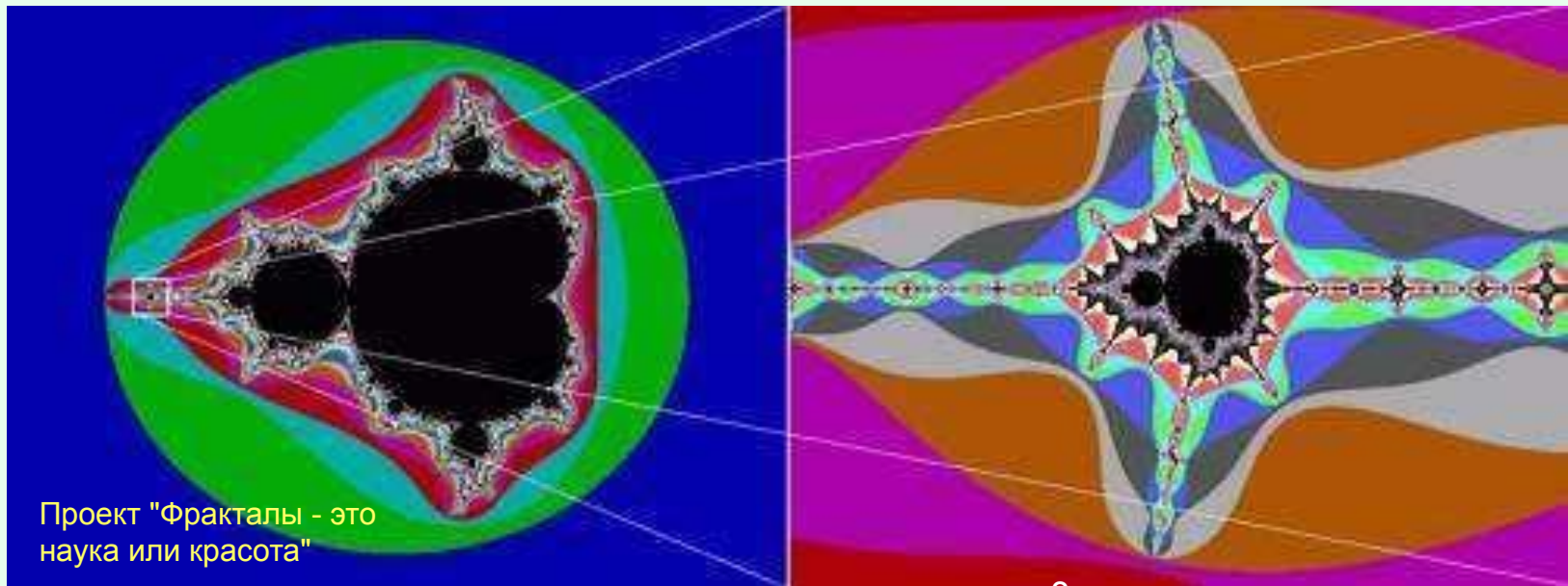
Вторая большая группа фракталов - алгебраические. Свое название они получили за то, что их строят, на основе алгебраических формул иногда весьма простых. Методов получения алгебраических фракталов несколько. Один из методов представляет собой многократный (итерационный) расчет функции $Z_{n+1}=f(Z_n)$, где Z - комплексное число, а f некая функция.



Чтобы проиллюстрировать алгебраические фракталы обратимся к классике - множеству Мандельброта.

Все множество Мандельброта в полной красе у нас перед глазами

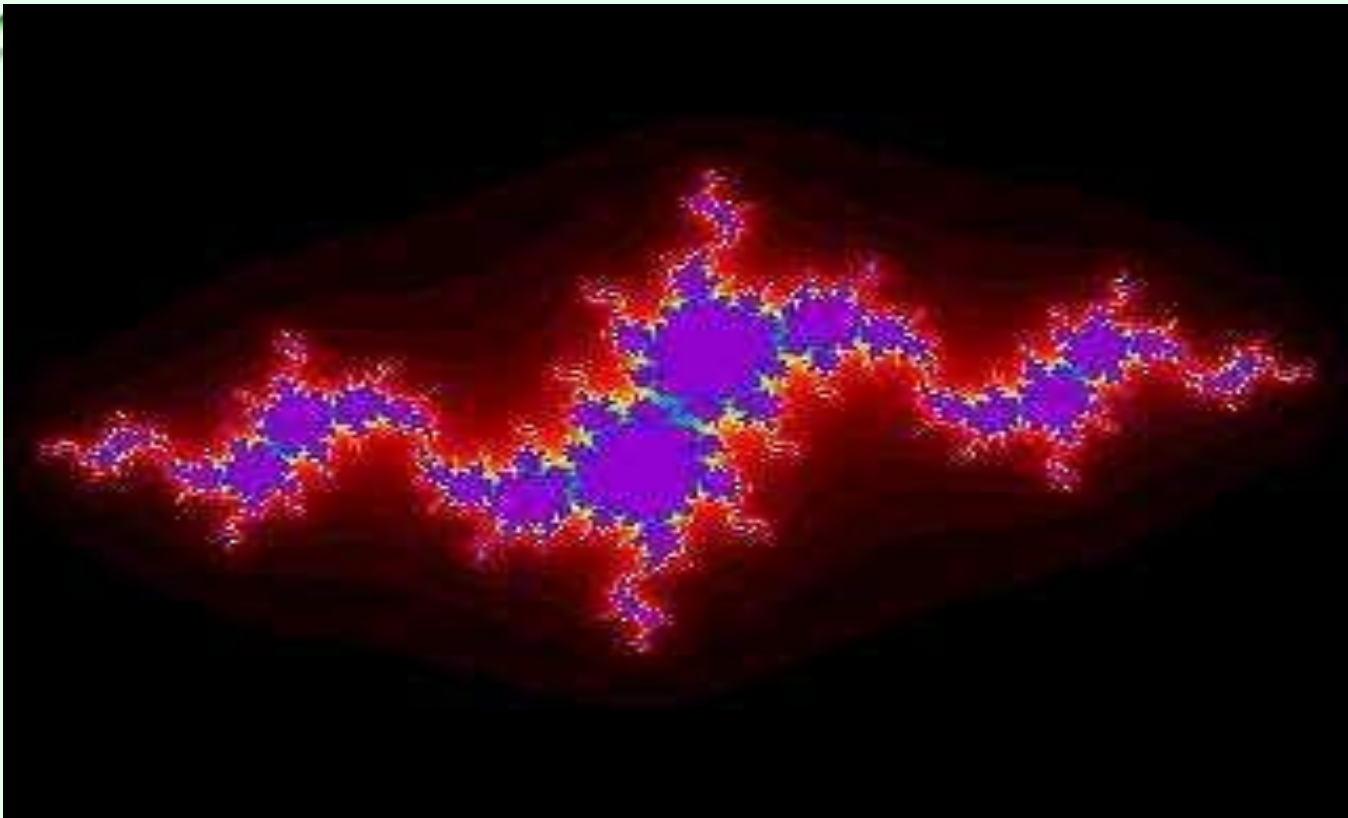
Справа - небольшой участок множества Мандельброта, увеличенный до размеров предыдущего рисунка.



Множество Мандельброта

Для его построения нам необходимы комплексные числа. Комплексное число - это число, состоящее из двух частей - действительной и мнимой, и обозначается оно $(a+bi)$. Действительная часть «а» -это обычное число в нашем представлении, а вот мнимая часть «bi» интересней. «i» - называют мнимой единицей. Почему мнимой? А потому, что если мы возведем «i» в квадрат, то получим (-1). Комплексные числа можно складывать, вычитать, умножать, делить, возводить в степень и извлекать корень, нельзя только их сравнивать. Комплексное число можно изобразить как точку на плоскости, у которой координата X это действительная часть «а», а Y это коэффициент при мнимой части b.

Функционально множество Мандельброта определяется как $Z_{n+1}=Z_n*Z_n+C$.



Множество Жюлиа.

$$f(z) = a(z^2 + b)$$

Презентацию подготовили
учащиеся 11-б класса группа

• [Хаос](#) «Математики»

• [Dmoz.org: Chaos and Fractals](#)

Новоэкономической ОШ:

• [Dmoz.org: Chaos and Fractals: Software](#)

• [Сайт "Хаос. Нелінійна динаміка"](#), — Розділ "Фрактали",
Сопляник Артем,
Газекин Дмитрий,

Голобородько Виталий

Красноармейский р-н Донецкая обл.

Ноябрь 2012г.