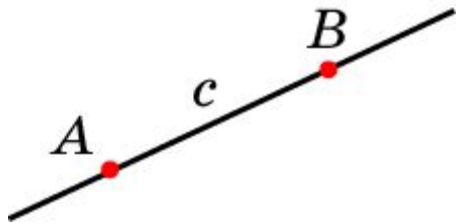


# ЭЛЕМЕНТЫ СТЕРЕОМЕТРИИ

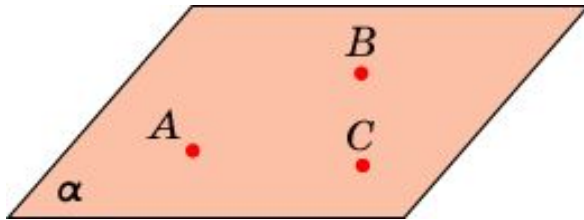
Стереометрия – это раздел геометрии,  
изучающий фигуры в пространстве.

Основные фигуры в пространстве: точка,  
прямая и плоскость

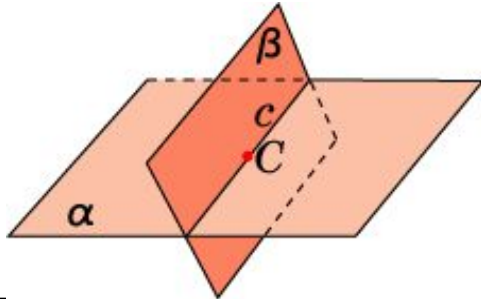
# АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ



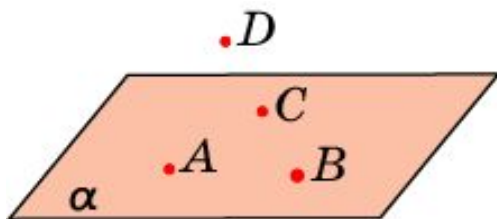
Через любые две точки пространства  
проходит единственная прямая



Через любые три точки пространства,  
не принадлежащие одной прямой,  
проходит единственная плоскость

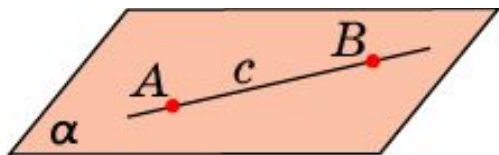


Если две плоскости имеют общую  
точку, то они пересекаются по прямой

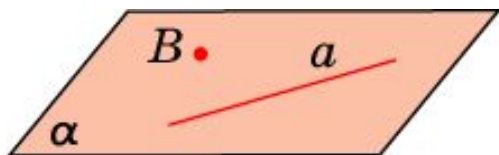


Существуют по крайней мере четыре  
точки, не принадлежащие одной  
плоскости

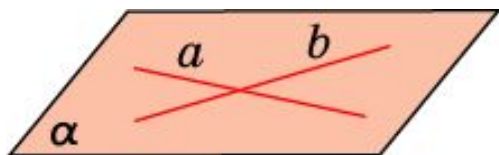
## СЛЕДСТВИЯ ИЗ АКСИОМ



Если прямая имеет с плоскостью две общие точки, то она лежит в этой плоскости

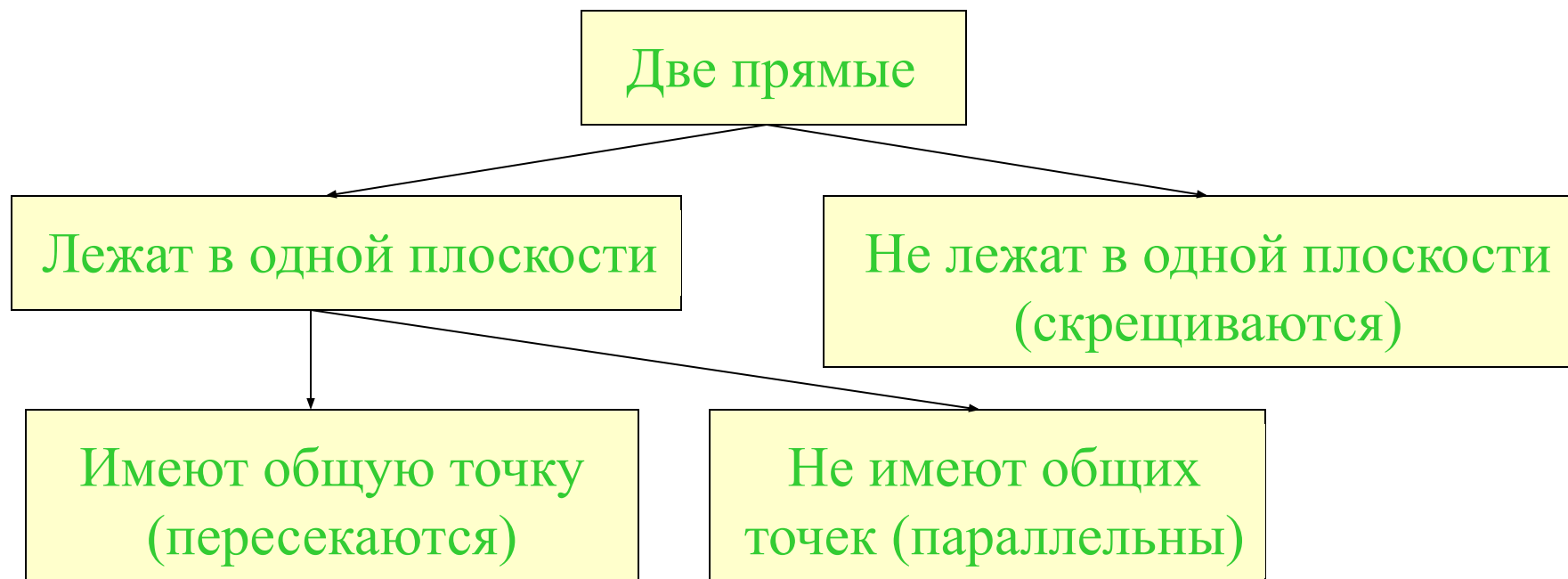


Через прямую и не принадлежащую ей точку проходит единственная плоскость

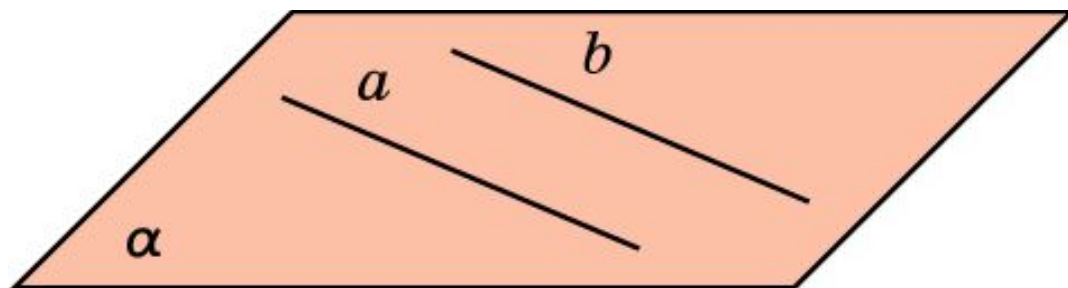


Через две пересекающиеся прямые проходит единственная плоскость

# ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ



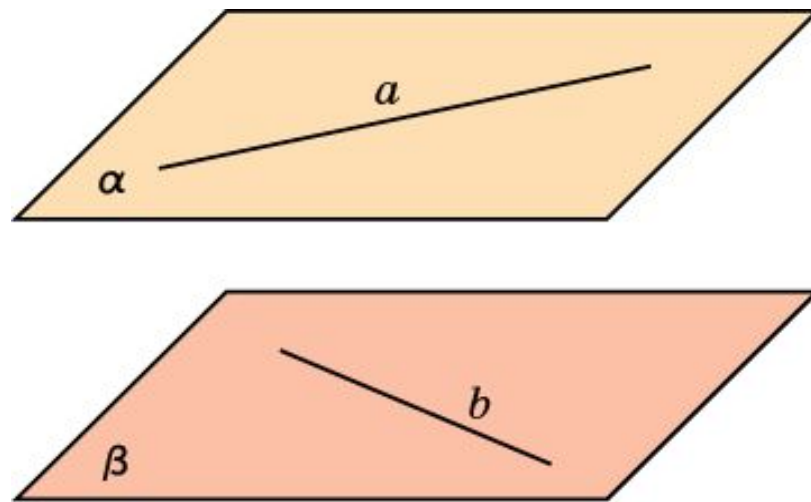
# Параллельность прямых



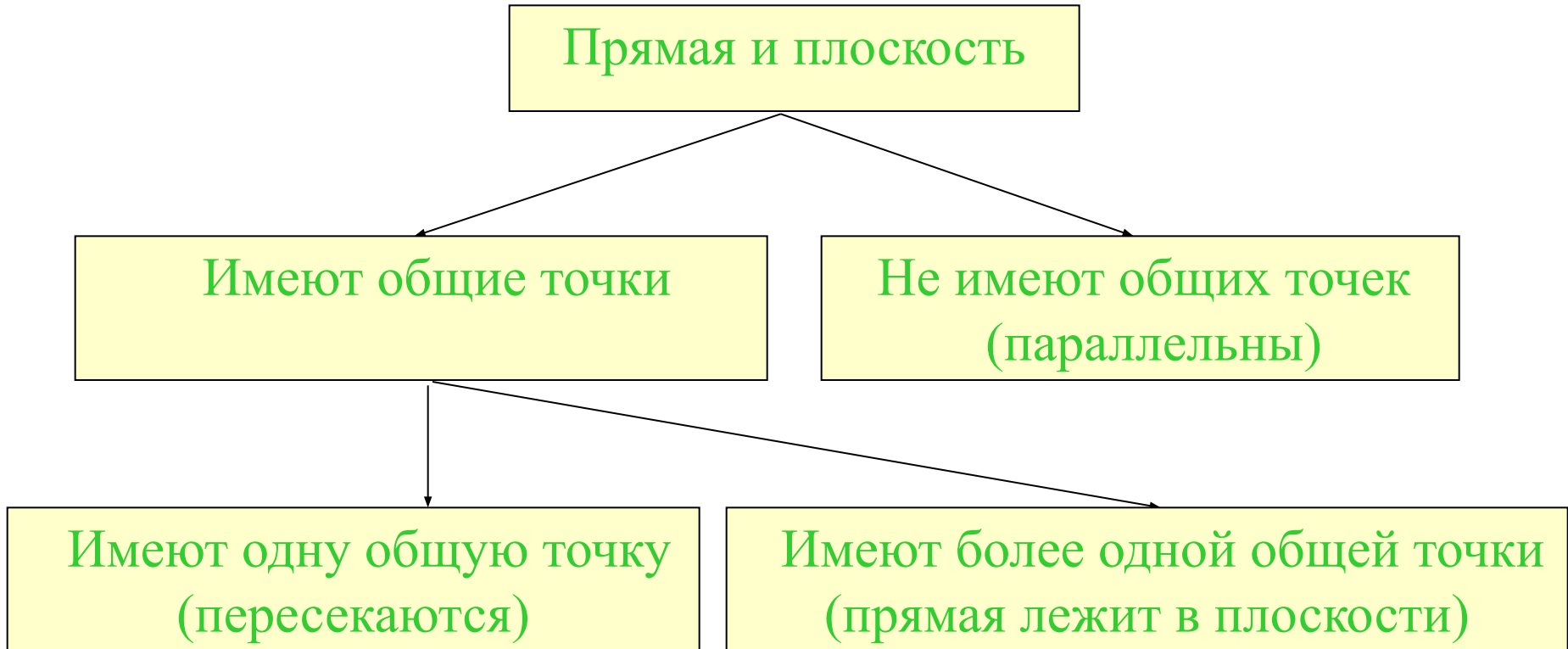
**Определение.** Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

# СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ

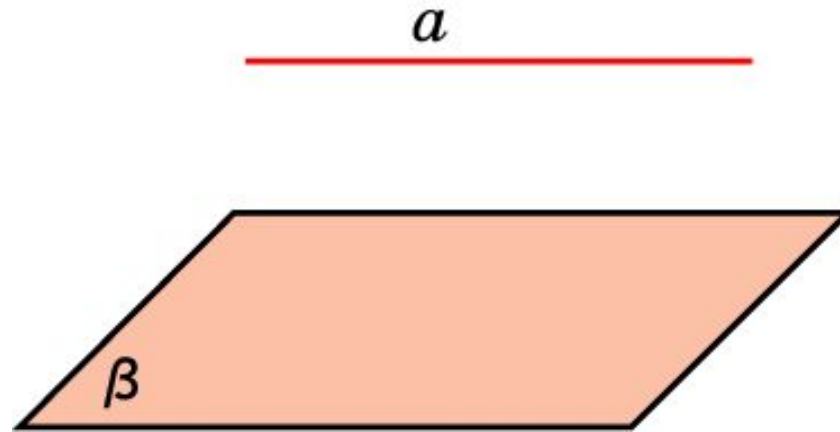
**Определение.** Две прямые в пространстве называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.



# ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ



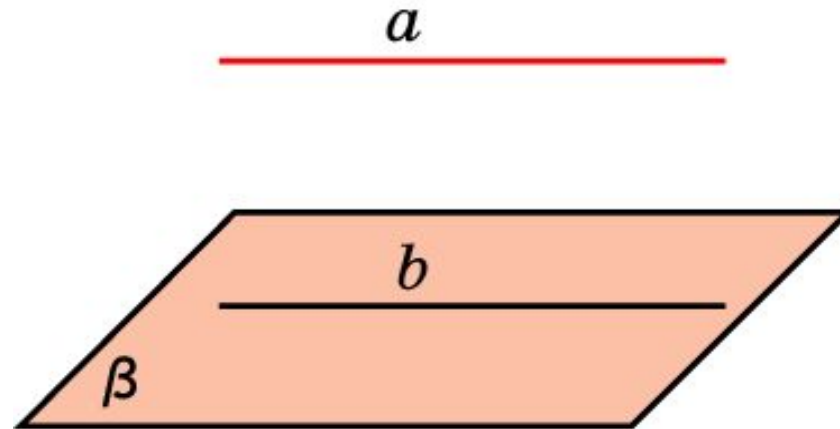
# ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



**Определение.** Прямая называется параллельной плоскости, если она не имеет с ней ни одной общей точки.



# ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



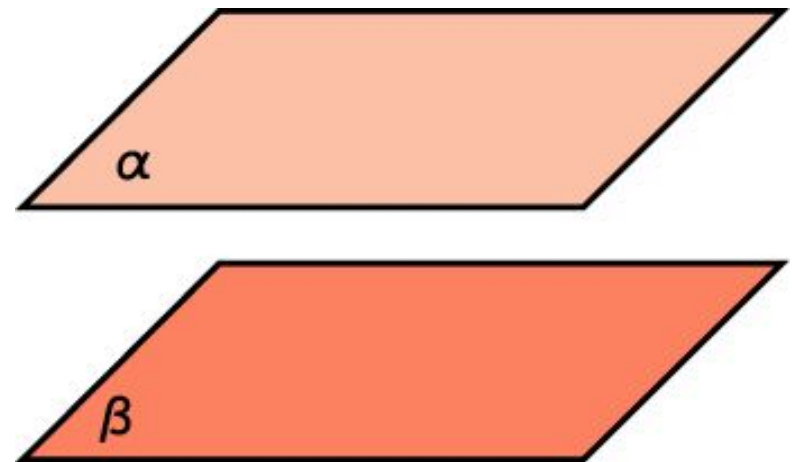
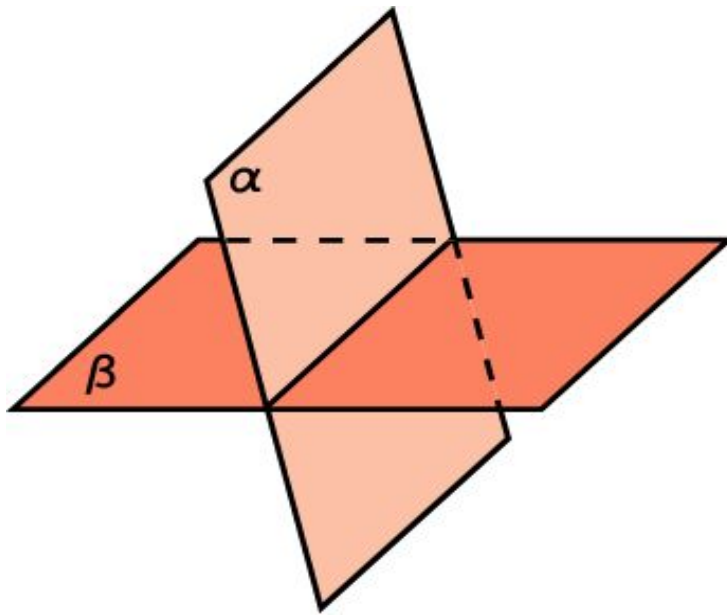
**Теорема.** Если прямая, не лежащая в плоскости, параллельна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости, то прямая параллельна самой плоскости.

# ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

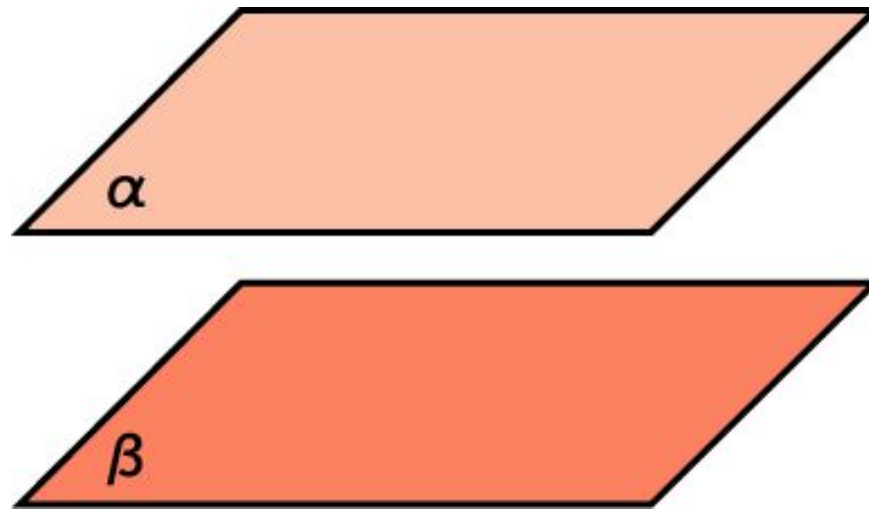
Две плоскости

Имеют общие точки  
(пересекаются по прямой)

Не имеют общих точек  
(параллельны)

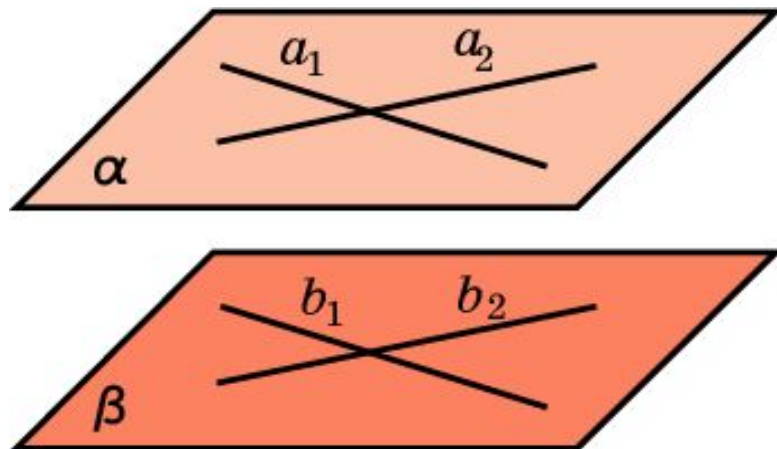


# ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ



**Определение.** Две плоскости в пространстве называются параллельными, если они не пересекаются.

# ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ

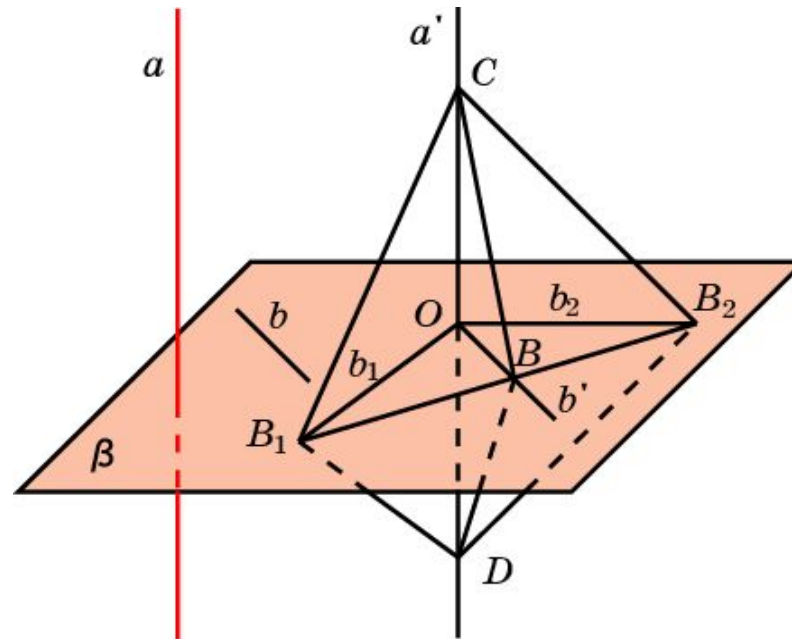


**Теорема.** Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

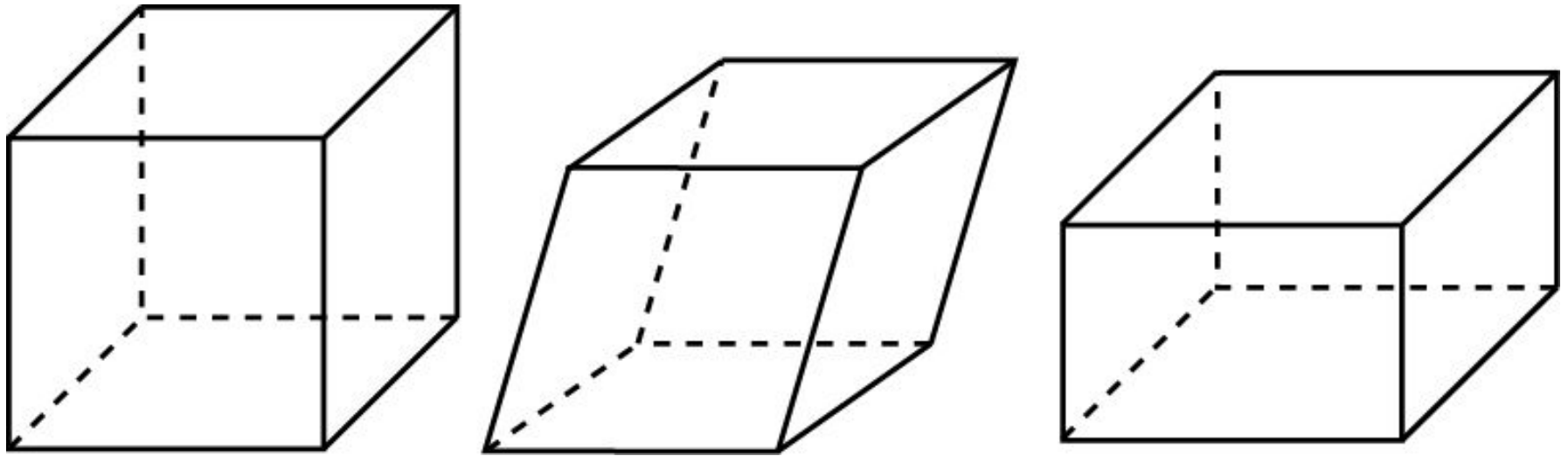
# ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости.

Теорема. (Признак перпендикулярности прямой и плоскости.)  
Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости, то она перпендикулярна и самой плоскости.



# КУБ, ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

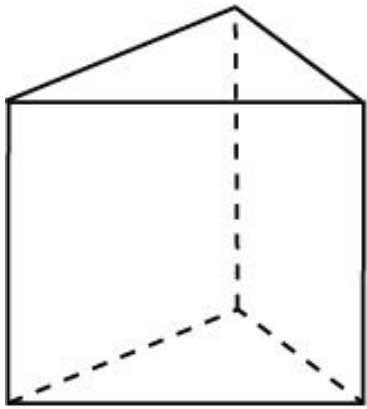


Кубом называется многогранник,  
поверхность которого состоит из шести квадратов.

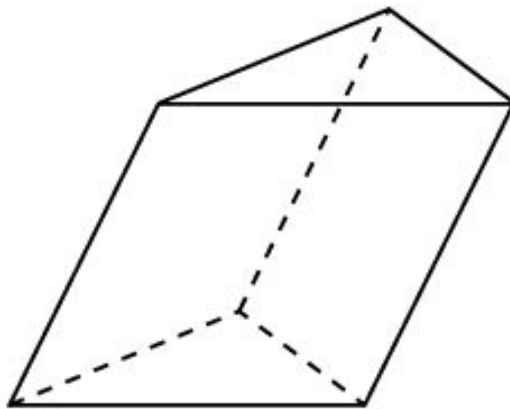
Параллелепипедом называется многогранник,  
поверхность которого состоит из шести параллелограммов.

Прямоугольным параллелепипедом называется параллелепипед,  
границ которого – прямоугольники.

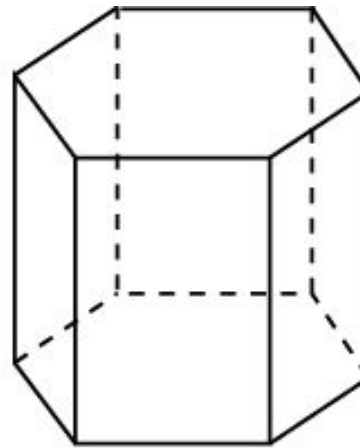
# ПРИЗМА



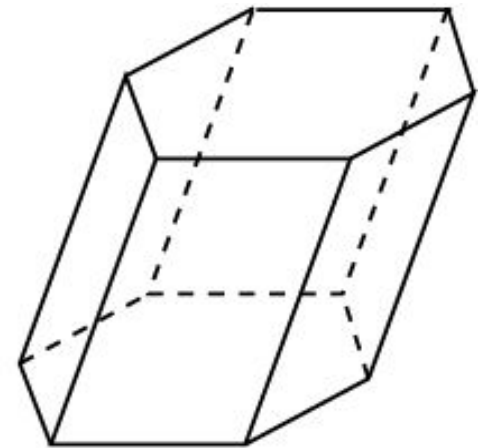
Правильная  
треугольная  
призма



Наклонная  
треугольная  
призма



Правильная  
шестиугольная  
призма



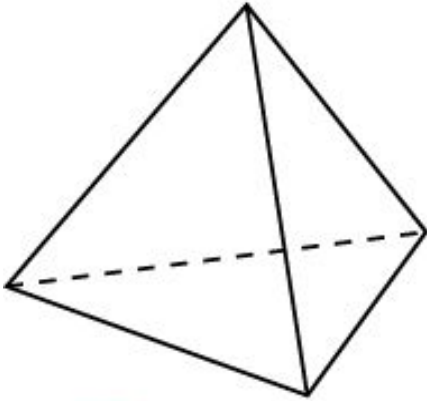
Наклонная  
шестиугольная  
призма

Призмой называется многогранник, поверхность которого состоит из двух равных многоугольников, называемых основаниями призмы, и параллелограммов, имеющих общие стороны с каждым из оснований и называемых боковыми гранями призмы.

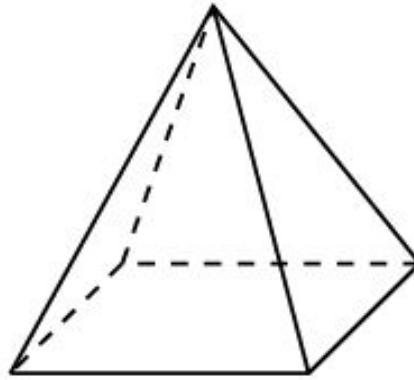
Призма называется прямой, если её боковые грани – прямоугольники.

Прямая призма называется правильной, если её основания – правильные многоугольники.

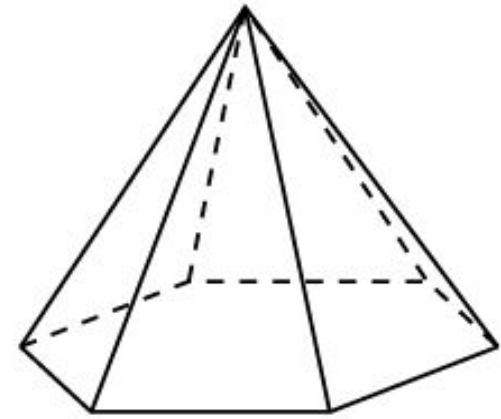
# ПИРАМИДА



Правильная  
треугольная  
пирамида



Правильная  
четырёхугольная  
пирамида



Правильная  
шестиугольная  
пирамида

Пирамидой называется многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника, называемого основанием пирамиды, и треугольников, имеющих общую вершину, называемых боковыми гранями пирамиды.

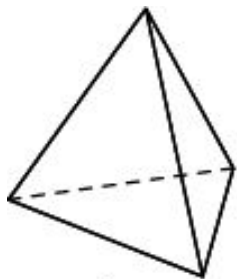
Пирамида называется правильной, если её основание – правильный многоугольник и все боковые ребра равны.



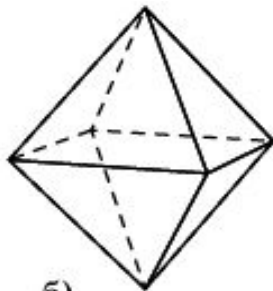
# ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Правильные многогранники были известны еще в древней Греции. Пифагор и его ученики считали, что все состоит из атомов, имеющих форму правильных многогранников. В частности, атомы огня имеют форму тетраэдра (его гранями являются четыре правильных треугольника (рис. а); земли - гексаэдра (куб – многогранник, гранями которого являются шесть квадратов, рис. б); воздуха – октаэдра (его гранями являются восемь правильных треугольников, рис. в); воды – икосаэдра (его гранями являются двадцать правильных треугольников, рис. г); вся Вселенная, по мнению древних, имела форму додекаэдра (его гранями являются двенадцать правильных пятиугольников, рис. д).

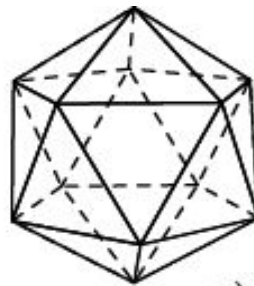
Названия многогранников тоже имеют древнегреческое происхождение. В переводе с греческого: "Тетра" - четыре; "Гекса" - шесть; "Окто" - восемь; "Икоси" - двадцать, "Додека" - двенадцать. "Эдра" - грань.



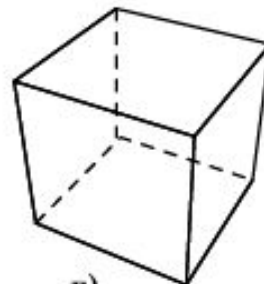
а)



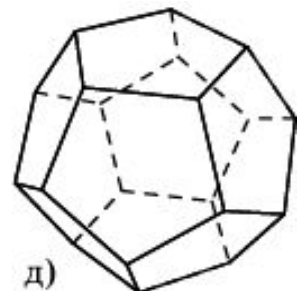
б)



в)



г)



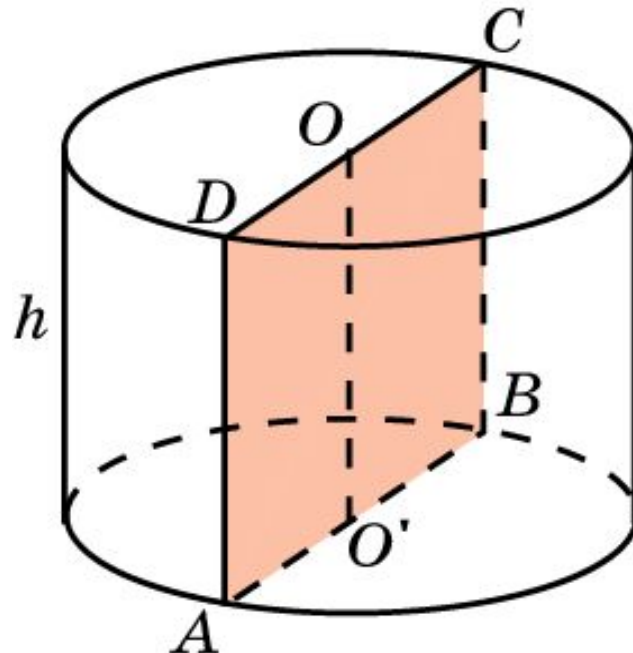
д)

# ЦИЛИНДР

Фигура, образованная отрезками, соединяющими точки окружности одного основания цилиндра с их проекциями, называется боковой поверхностью цилиндра. Сами отрезки называются образующими цилиндра.

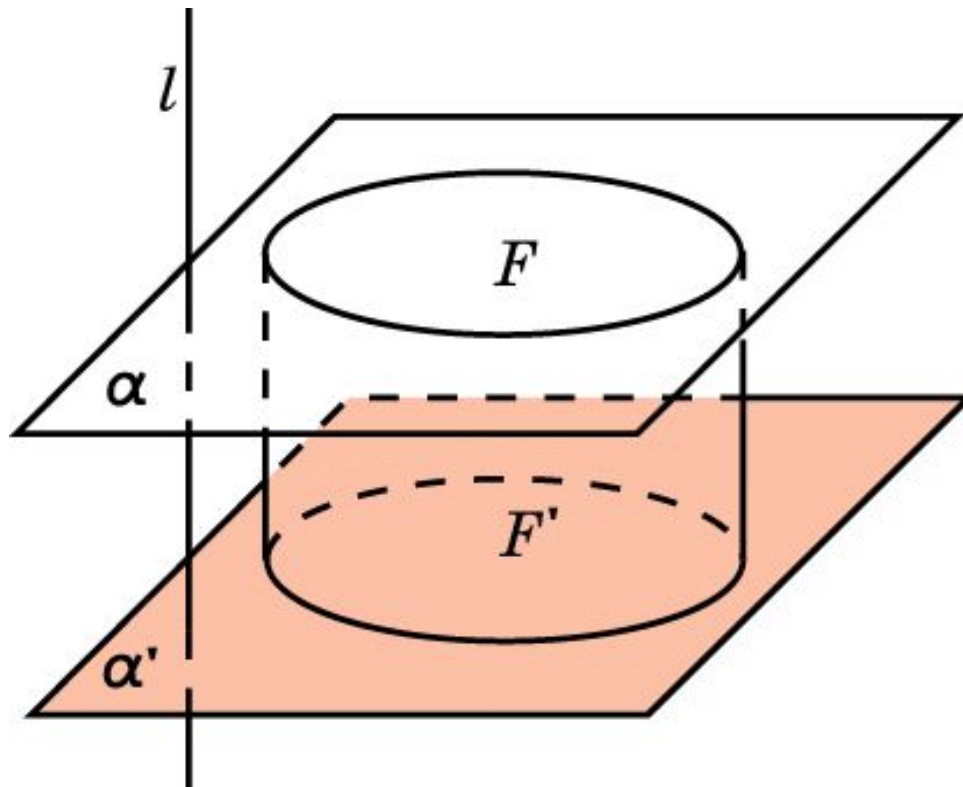
Прямая, проходящая через центры оснований цилиндра, называется осью этого цилиндра. Сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра, называется осевым сечением.

Расстояние между плоскостями оснований называется высотой цилиндра.

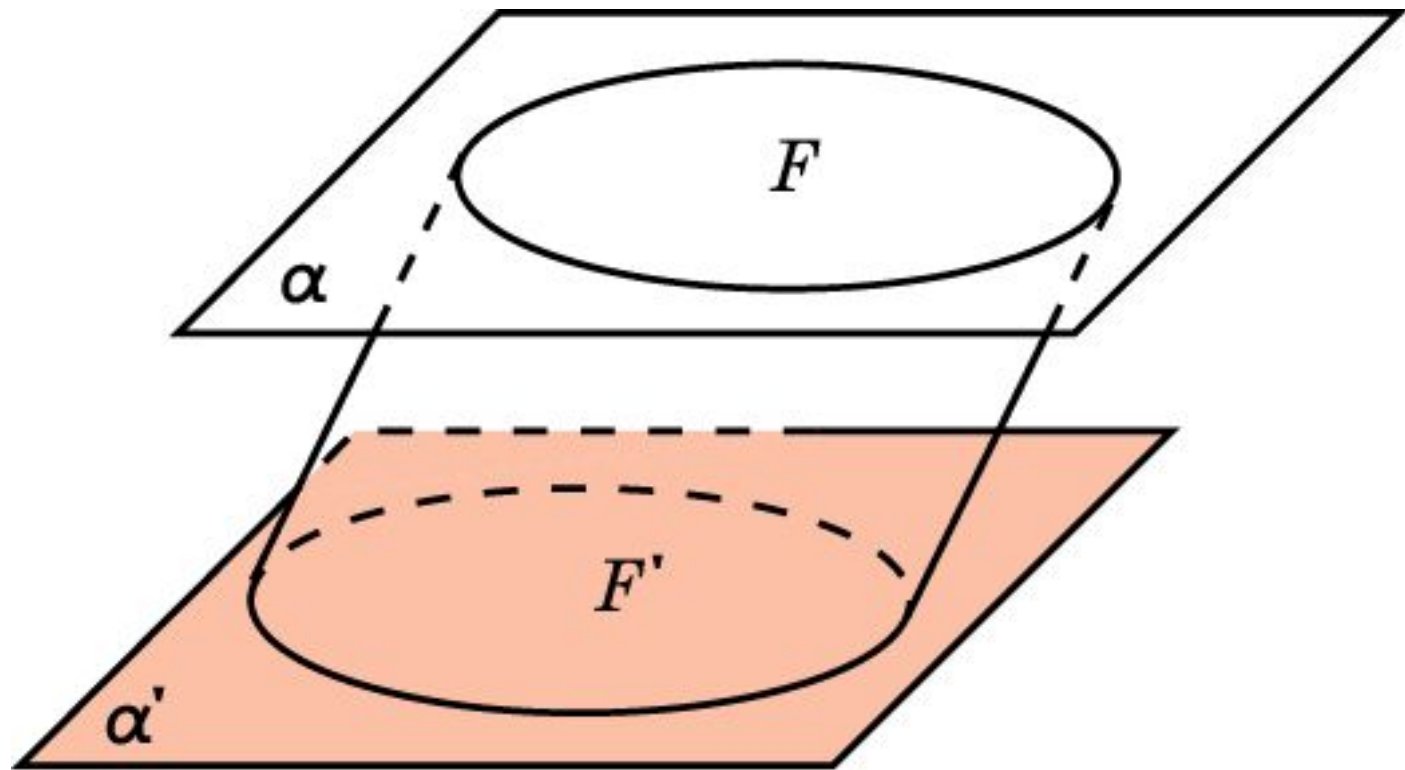


# ПРЯМОЙ ЦИЛИНДР

Фигура, образованная отрезками, соединяющими точки круга  $F$  с их ортогональными проекциями, называется прямым цилиндром, или просто цилиндром. Круги  $F$  и  $F'$  называются основаниями цилиндра.

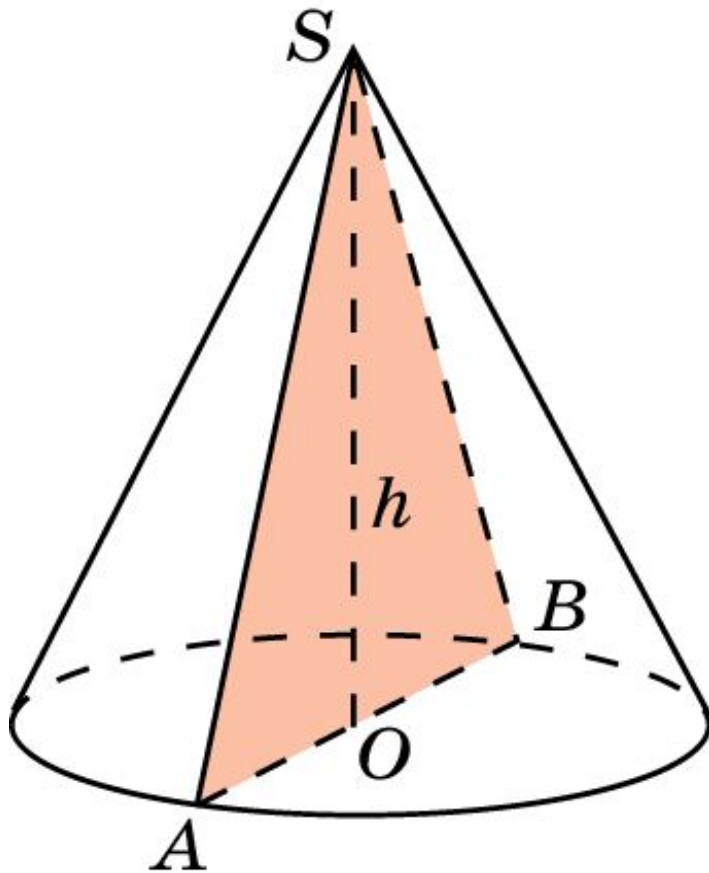


# НАКЛОННЫЙ ЦИЛИНДР



# КОНУС

Фигура, образованная отрезками, соединяющими вершину конуса с точками окружности его основания, называется боковой поверхностью конуса. Сами отрезки называются образующими конуса.

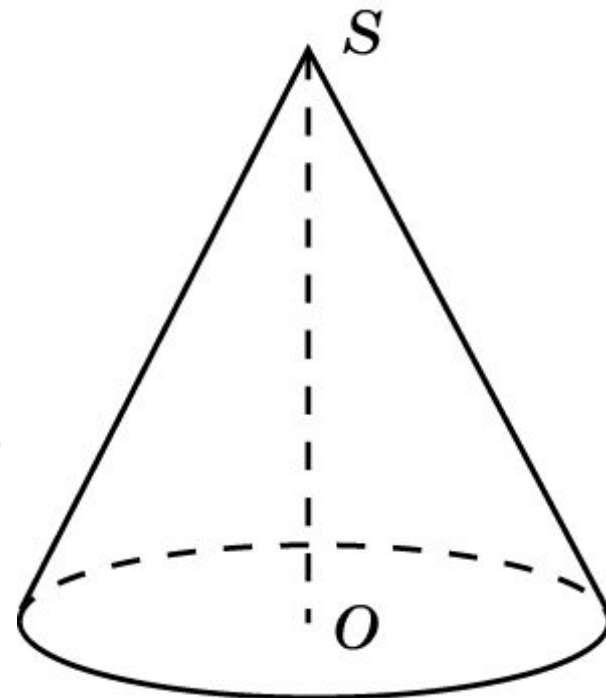
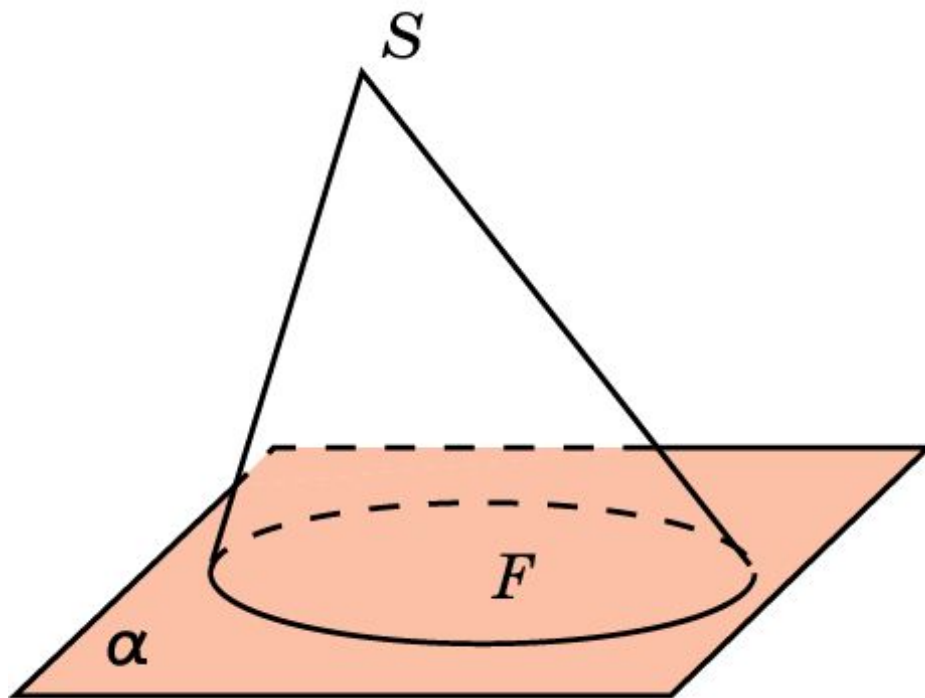


Прямая, проходящая через вершину и центр основания конуса, называется осью этого конуса. Сечение конуса плоскостью, проходящей через ось, называется осевым сечением.

Расстояние от вершины конуса до плоскости его основания называется высотой конуса.

# ПРЯМОЙ И НАКЛОННЫЙ КОНУС

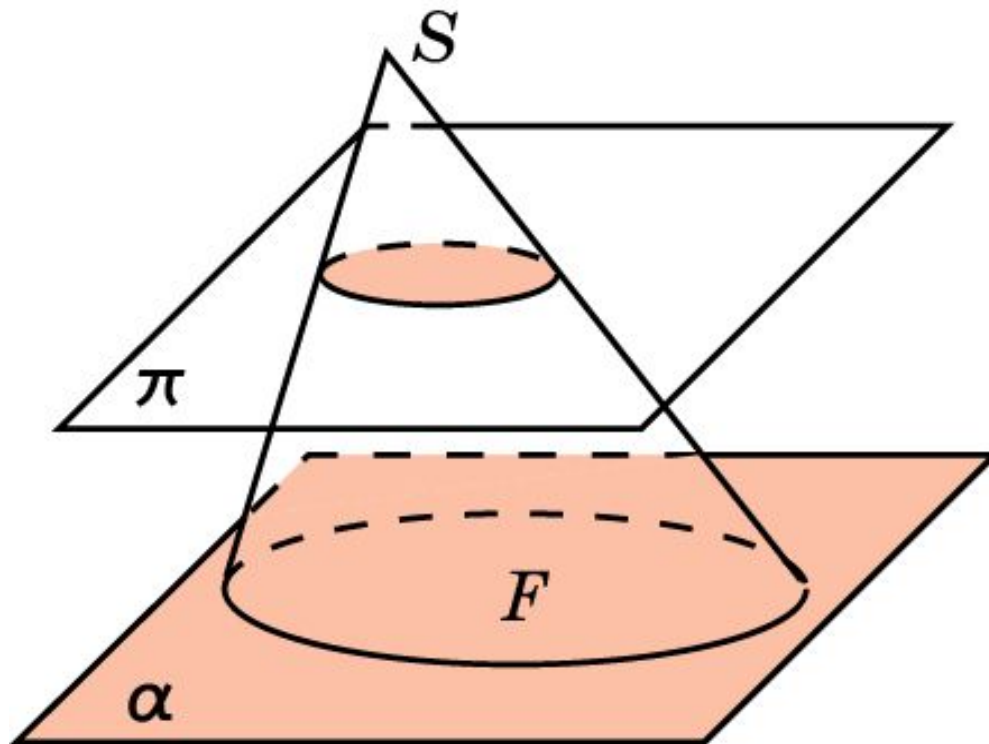
В случае, если отрезок, соединяющий вершину конуса с центром основания, перпендикулярен плоскости основания, то конус называется прямым. В противном случае он называется наклонным.



# УСЕЧЕННЫЙ КОНУС

Если конус пересечен плоскостью, параллельной основанию, то его часть, заключенная между этой плоскостью и основанием, называется усеченным конусом. Само сечение конуса плоскостью, параллельной основанию, называется также основанием усеченного конуса.

Высотой усеченного конуса называется расстояние между плоскостями его оснований.



# Сфера и шар

Сферой называется фигура, состоящая из всех точек пространства, удаленных от данной точки, называемой центром, на данное расстояние, называемое радиусом.

Шаром называется фигура, состоящая из всех точек пространства, удаленных от данной точки, называемой центром, на расстояние, не превосходящее данное, называемое радиусом.

Сфера с тем же центром и того же радиуса, что и данный шар, называется поверхностью шара.

