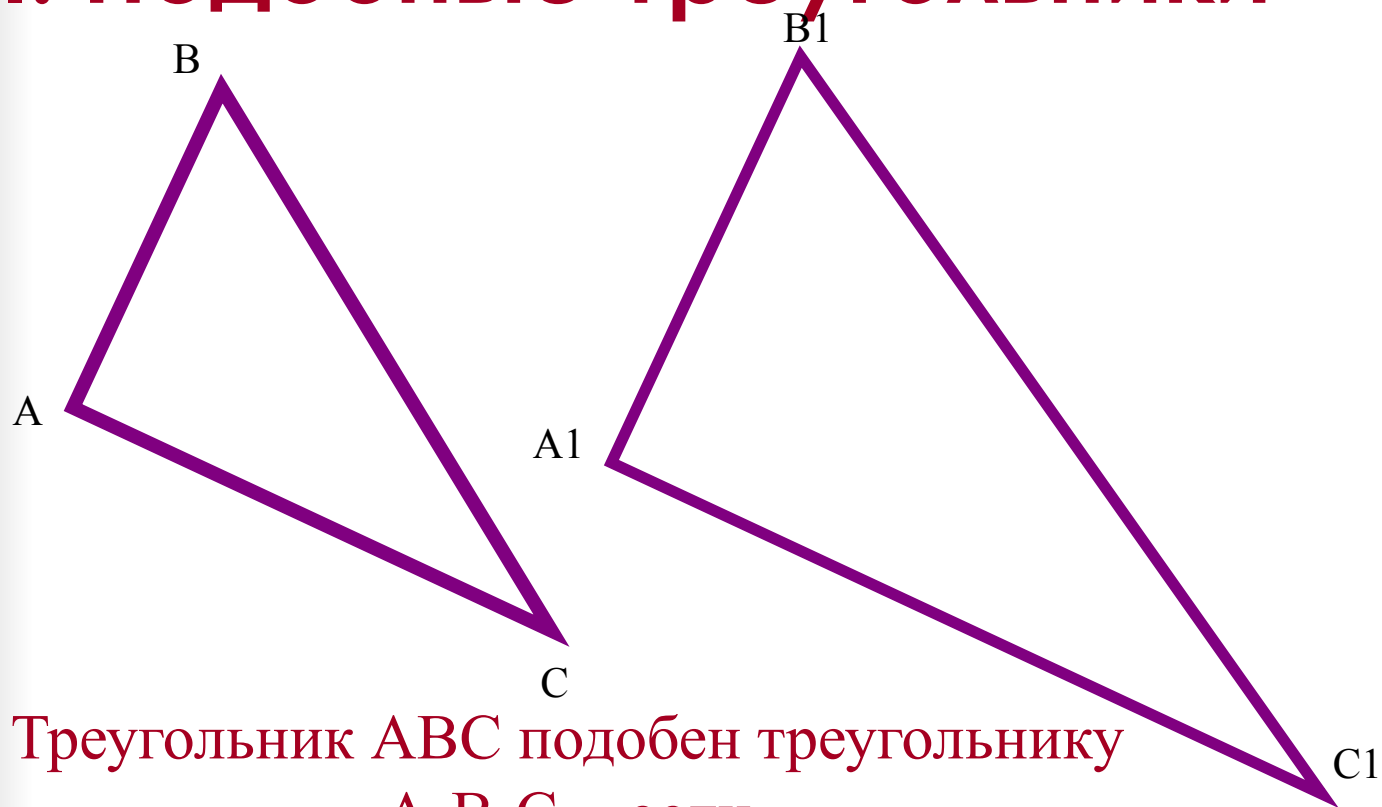




Повторение - мать учения



I. Подобные треугольники



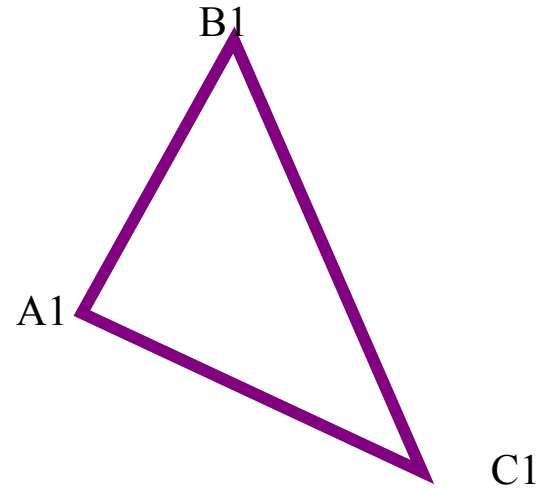
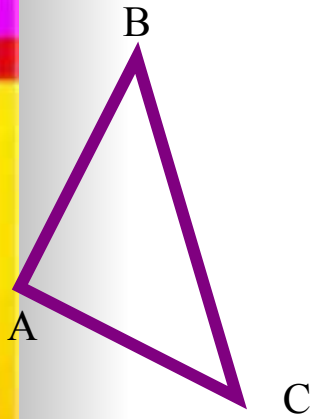
Треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$, если

$$\angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1; \angle C = \angle C_1$$

и выполняется равенство:

$$AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = AC/A_1C_1$$

II. ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

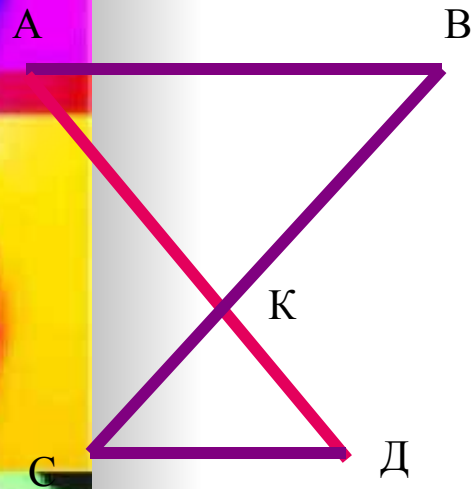


Треугольники подобны, если:

- 1) Два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника.
- 2) Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника, а углы заключённые между этими сторонами равны.
- 3) Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника.




Задача 1



$AB \parallel CD$

Доказать:

Тр. AKB
подобен тр. DKC



Задача 2

Треугольник ABC
подобен
треугольнику $A_1B_1C_1$
 $AB = 2 \text{ см.}$, $B_1C_1 = 15 \text{ см}$

$$AB : A_1B_1 = 1 : 5$$

Найти:

$$A_1B_1 = ? \quad BC = ?$$

Теорема Чебы

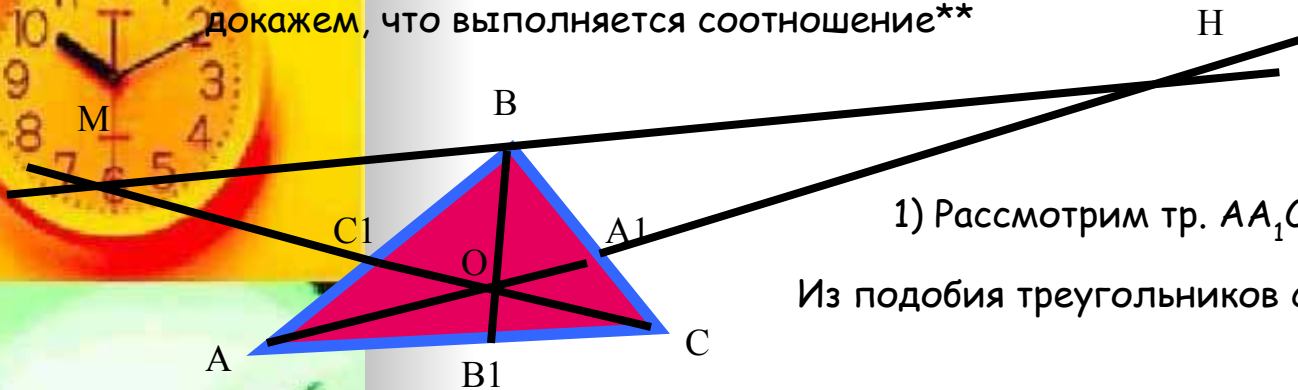
Италия (18 век)



Пусть точки A_1, B_1, C_1 лежат соответственно на сторонах BC, AC и AB треугольника ABC . Отрезки AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда выполняется равенство:

$$\frac{AB_1}{B_1C} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} = 1 \quad **$$

Пусть отрезки AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в точке O . докажем, что выполняется соотношение**



1) Рассмотрим тр. AA_1C и тр. HA_1B

Из подобия треугольников следует $\frac{CA_1}{A_1B} = \frac{AC}{BH}$ (1)

2) Рассмотрим тр. BC_1M и тр. AC_1C : из подобия треугольников следует $\frac{BC_1}{C_1A} = \frac{MB}{AC}$ (2)

(3) 3) Рассмотрим тр. AOB_1 и тр. NOB : из подобия треугольников следует $\frac{AB_1}{BH} = \frac{OB_1}{OB}$

4) Рассмотрим тр. COB_1 и тр. MOB : из подобия треугольников следует $\frac{B_1C}{MB} = \frac{OB_1}{OB}$ (4)

Из (3) и (4) следует, что $\frac{AB_1}{BH} = \frac{B_1C}{MB}$, т. е. $\frac{AB_1}{BH} = \frac{B_1C}{MB}$ (5)

(5)*(1)*(2) : $\frac{AB_1}{B_1C} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} = \frac{BH}{MB} \cdot \frac{AC}{BH} \cdot \frac{MB}{AC} = 1$

Пусть точки A_1, B_1, C_1 лежат на сторонах BC, AC и AB треугольника ABC и пусть для отрезков сторон выполняется равенство: $\frac{AB_1}{BC} \cdot \frac{CA_1}{AB} \cdot \frac{BC_1}{CA} = 1$

$$\frac{AB_1}{BC} \cdot \frac{CA_1}{AB} \cdot \frac{BC_1}{CA} = 1$$

Покажем, что отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 проходят через одну точку. (*)

Так как три отрезка AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке, то

имеет место равенство: $\frac{AB_1}{BC} \cdot \frac{CA_1}{AB} \cdot \frac{BC_1}{CA} = 1$ (**)

Из равенств (*) и (**) следует, что $\frac{AB_1}{BC} = \frac{AB_1}{B_1C} = k$

$$AB_1 = k B_1C \text{ и } AB_1 = k B_1C \quad (***)$$

Но $AB_1 + B_1C = AC$ из (***) имеем $k B_1C + B_1C = (k+1) B_1C = AC$

$AB_1 + B_1C = AC$ из (***) имеем $k B_1C + B_1C = (k+1) B_1C = AC$

$$\text{Значит } B_1C = B_1C$$

Так как точки B_1 и B_1 лежат на отрезке AC , то B_1 и B_1 совпадают

Значит отрезок BB_1 проходит через точку O