

Объем шара

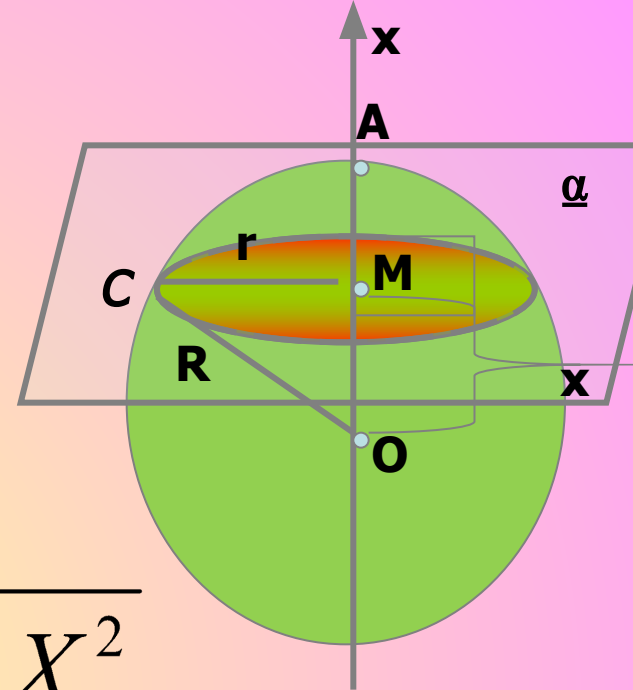
Цель урока:

- Усвоить понятие объёма пространственной фигуры;
- Запомнить основные свойства объёма;
- Узнать формулу объём шара.

Объем шара

Теорема : Объем шара радиуса R равен $\frac{4}{3}\pi R^3$

Дано: шар, $R_{ш}$; O - центр шара; OX – ось шара; $\alpha \perp OX$; M - центр круга сечения; $OC=r$; $S_{сеч.} = S(x)$; x - абсцисса M



Найти : V

$$r = \sqrt{OC^2 - OM^2} = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$S(x) = \pi r^2 \quad \longrightarrow \quad S(x) = \pi(R^2 - x^2)$$

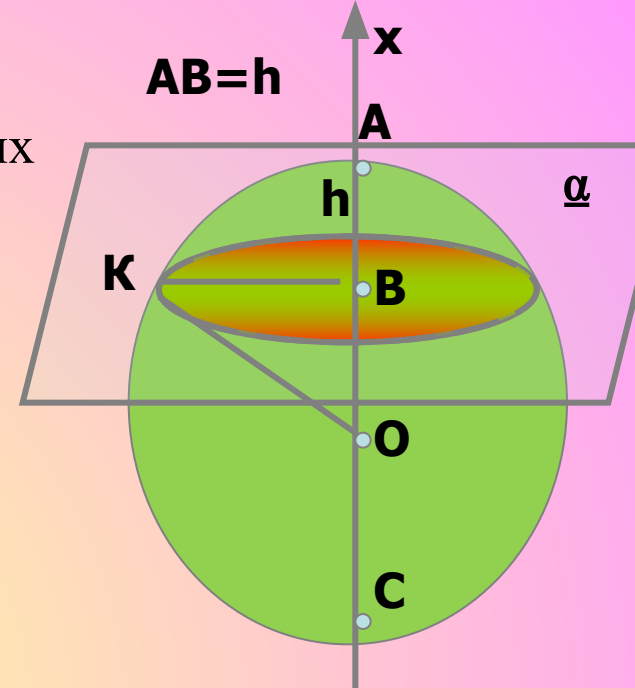
$$-R \leq x \leq R$$

Применяя основную формулу для вычисления объемов имеем : $a = -R$; $b = R$

$$V = \int_{-R}^R \pi(R^2 - x^2) dx = \pi R^2 \int_{-R}^R dx - \pi \int_{-R}^R x^2 dx = \pi R^2 x \Big|_{-R}^R = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая от него плоскостью. На чертеже два шаровых сегмента- верхний и нижний. Круг, полученный в сечении – основание сегмента, АВ- высота верхнего сегмента, ВС- высота нижнего сегмента

(оба отрезка – части диаметра АС. $OK=R_{ш}$.)



$$V_{ш.с.} = \pi h^2 (R - 1/3h)$$

$$OX \perp \underline{\alpha} \quad S(x) = \pi x^2, \text{ где } R-h \leq x \leq R$$

где $S(x)$ - площадь сечения

$S(x)$ - непрерывная функция на $[a; b]$

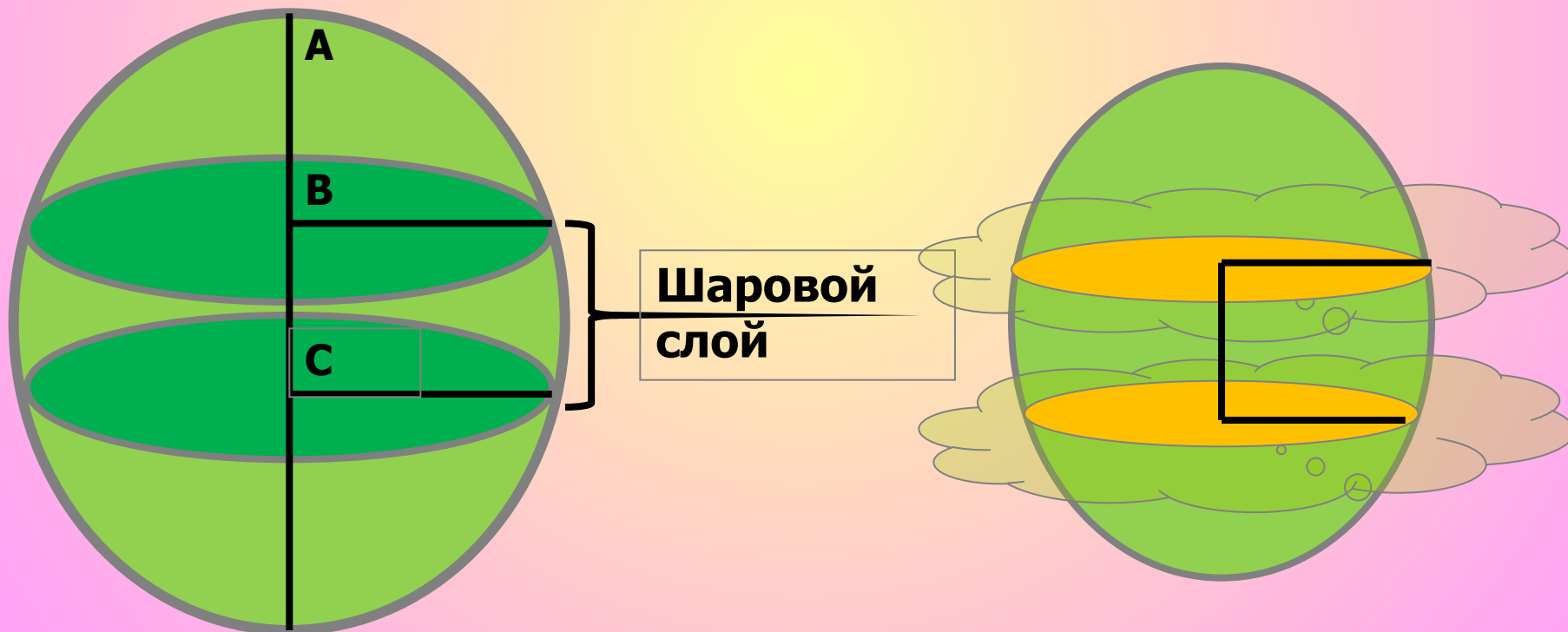
По определению правила вычисления объемов $a=R-h; b=R$

$$V = \pi \int_{R-h}^R (R^2 - x^2) dx = \pi (R^2 x - x^3/3) \Big|_{R-h}^R = \pi h^2 (R - 1/3h)$$

Шаровым слоем называется часть шара, заключенная между двумя секущими параллельными плоскостями.

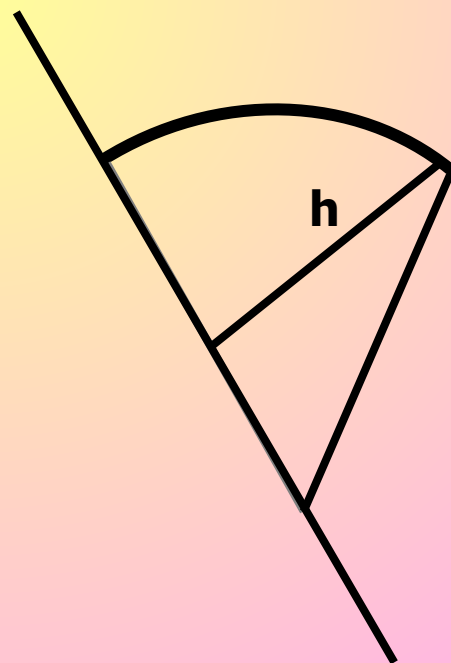
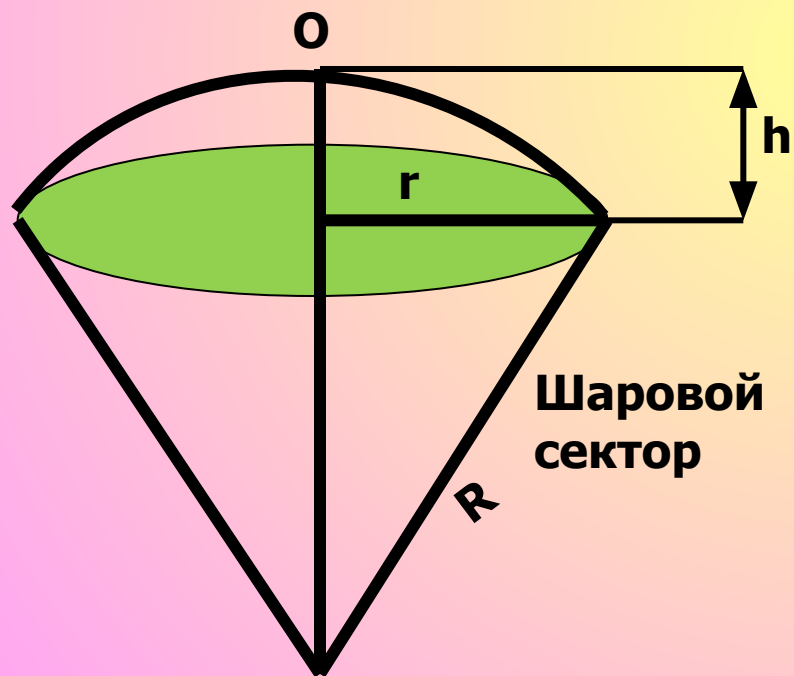
Круги, полученные в сечениях- основания **шарового слоя**, расстояние между этими плоскостями- **высота** шарового слоя.

Объем шарового слоя – разность объемов двух шаровых сегментов с высотой AC и AB.



Шаровым сектором называется тело, полученное вращением кругового сектора с углом меньше 90° , вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

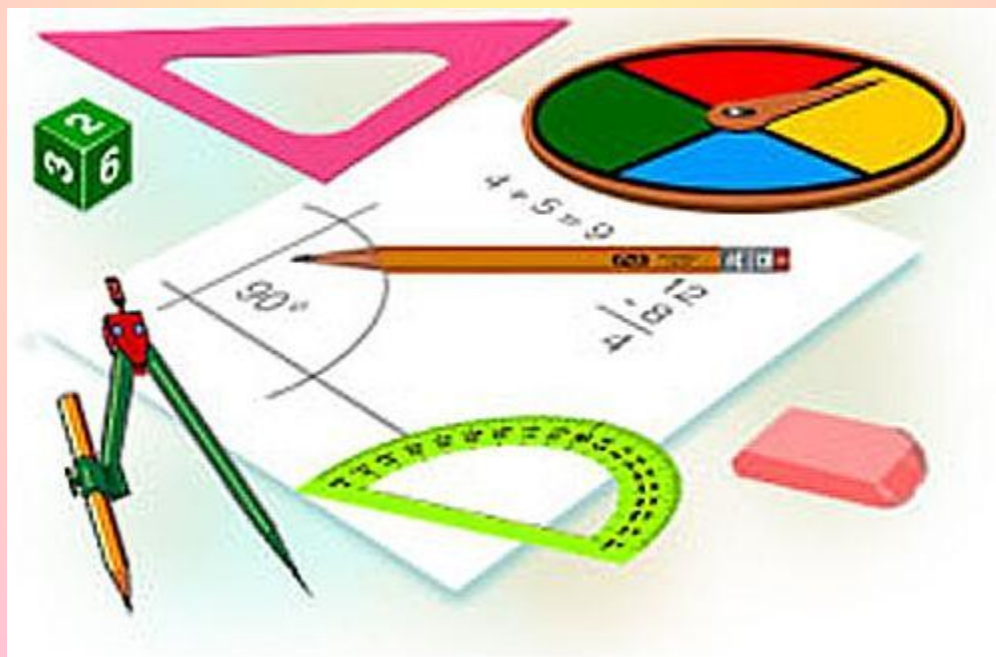
Шаровой сектор состоит из конуса и шарового сегмента с высотой **h**



$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$$

Домашнее задание

П. 71, 72, 73, № 723, 724, 755



Библиография

- ❖ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев
«Геометрия, 10-11», М., Просвещение, 2007
- ❖ В.Я. Яровенко «Поурочные разработки по
геометрии», Москва, «ВАКО», 2006



УСПЕХОВ!

