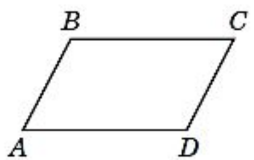
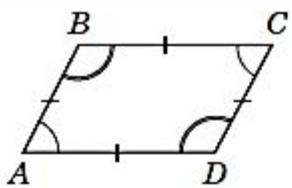
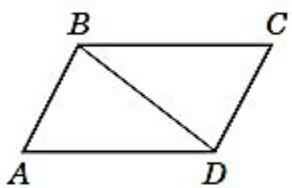
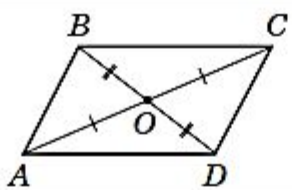
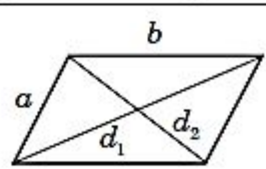
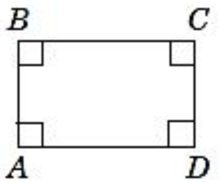
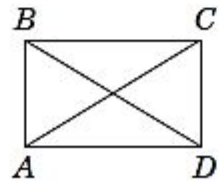
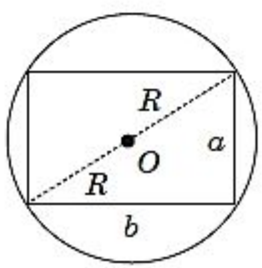
Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат

Параллелограмм	
	**Параллелограмм** — четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны. $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD \Leftrightarrow$ $ABCD$ — параллелограмм

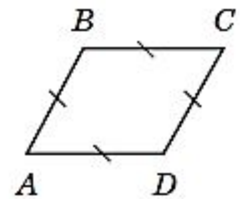
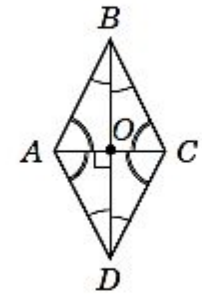
	Свойства	Признаки
	Если $ABCD$ — параллелограмм, то $AB = CD$; $AD = BC$; $\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$	Если $ABCD$ — четырёхугольник и $BC \parallel AD$; $BC = AD$, то $ABCD$ — параллелограмм. Если $ABCD$ — четырёхугольник и $AB = DC$ и $AD = BC$, то $ABCD$ — параллелограмм
	Если $ABCD$ — параллелограмм, BD — диагональ, то $\Delta ABD = \Delta CDB$	—
	Если $ABCD$ — параллелограмм, то $\angle A + \angle B = 180°$ (сумма соседних углов равна 180°)	—
	Если $ABCD$ — параллелограмм, AC и BD — диагонали, то $AO = OC$; $BO = OD$	Если $ABCD$ — четырёхугольник и $AO = OC$, $BO = OD$, то $ABCD$ — параллелограмм
	Сумма квадратов диагоналей равна удвоенной сумме квадратов его смежных сторон: $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$	Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов сторон: $d_1^2 + d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$

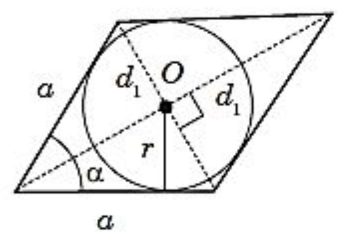
Прямоугольник

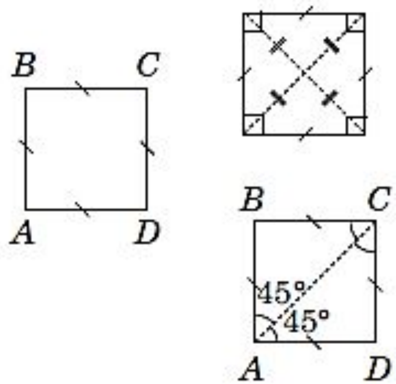
		**Прямоугольник** — параллелограмм, у которого все углы прямые

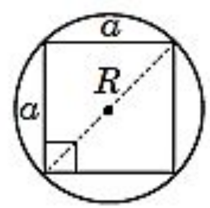
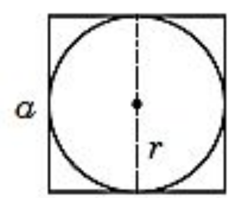
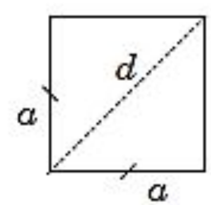
Свойства	Признаки
1. Все свойства параллелограмма. 2. Если $ABCD$ — прямоугольник, то $AC = BD$ (диагонали равны)	1. Если $ABCD$ — параллелограмм и $\angle A = 90°$, то $ABCD$ — прямоугольник. 2. Если $ABCD$ — параллелограмм и $AC = BD$, то $ABCD$ — прямоугольник
	Вокруг любого прямоугольника можно описать окружность: $R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$

Ромб

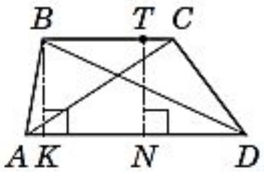
		**Ромб** — параллелограмм, у которого все стороны равны

Свойства	Признаки
1. Все свойства параллелограмма. 2. Если $ABCD$ — ромб, AC и BD — диагонали, то: а) $AC \perp BD$; б) диагонали являются биссектрисами углов	Если $ABCD$ — четырёхугольник и $AB = AD = BC = CD$, то $ABCD$ — ромб
	В любой ромб можно вписать окружность: $r = \frac{h}{2} = \frac{a \sin\alpha}{2} = \frac{d_1 d_2}{4a}$

Квадрат	
	**Квадрат** — прямоугольник, у которого все стороны равны: $AB = BC = CD = AD$ или **Квадрат** — ромб, у которого все углы прямые: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$

Свойства квадрата	
	Вокруг квадрата можно описать окружность $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{d}{2}$
	В квадрат можно вписать окружность $r = \dfrac{a}{2}$
	Диагональ в $\sqrt{2}$ раз больше стороны, т. е. $d = a\sqrt{2}$ и $a = \dfrac{d\sqrt{2}}{2}$

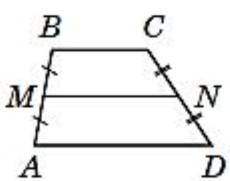
Трапеция



Трапеция — четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

$AD \parallel BC$, AD и BC — основания;
AB и CD — боковые стороны;
AC и BD — диагонали;
BK и TN — высоты

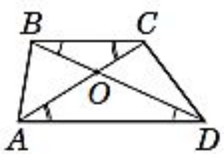
Средняя линия трапеции



Средняя линия трапеции — отрезок, соединяющий середины боковых сторон.

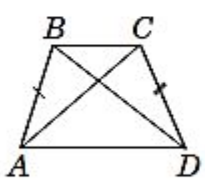
MN — средняя линия

Свойства: $\begin{matrix} MN \parallel BC \\ MN \parallel AD \end{matrix}$; $MN = \dfrac{BC + AD}{2}$



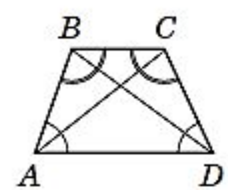
$\Delta BOC \sim \Delta DOA$; $\dfrac{BO}{DO} = \dfrac{OC}{AO} = \dfrac{BC}{AD}$

Равнобокая трапеция

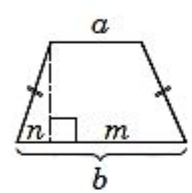


Равнобокая трапеция — трапеция с равными боковыми сторонами

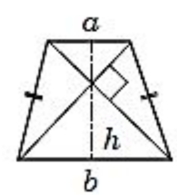
Свойства



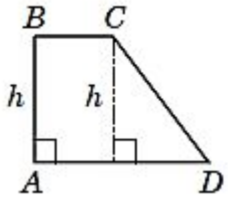
1. $\angle A = \angle D$; $\angle B = \angle C$;
углы при основании равны.
2. $AC = BD$;
диагонали равны.

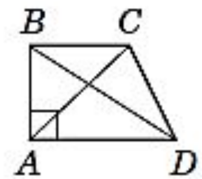


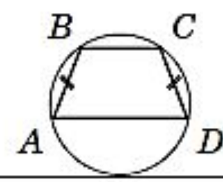
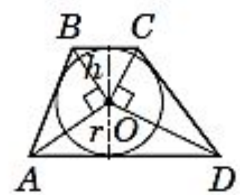
Высота, проведённая из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки m и n длиной $m = \dfrac{a+b}{2}$ (равен средней линии $n = \dfrac{b-a}{2}$).



Если диагонали равнобокой трапеции взаимно перпендикулярны, то высота равна средней линии: $h = \dfrac{a+b}{2}$.

Прямоугольная трапеция	
	**Прямоугольная трапеция** — это трапеция, у которой одна боковая сторона перпендикулярна основаниям: $AB \perp AD$; $AB \perp BC$; $AB = h$

Свойства		
	**Разность квадратов диагоналей равна разности квадратов оснований:** $BD^2 - AC^2 =$ $= AD^2 - BC^2$	**Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов оснований и удвоенного квадрата высоты:** $AC^2 + BD^2 =$ $= AD^2 + BC^2 + 2AB^2$

Трапеция и окружность	
	Если около трапеции **описана окружность**, эта трапеция **равнобокая**. Обратно: около равнобокой трапеции **можно описать окружность**
 $\angle AOB = \angle COD = 90°$ ΔAOB и ΔCOD — прямоугольные	Если в трапецию **вписана окружность**, то: 1) сумма оснований равна сумме боковых сторон: $AB + CD = BC + AD$; 2) радиус окружности равен половине высоты: $r = \dfrac{h}{2}$; 3) если соединить центр окружности с вершинами трапеции, треугольники, прилежащие к боковым сторонам, будут прямоугольными