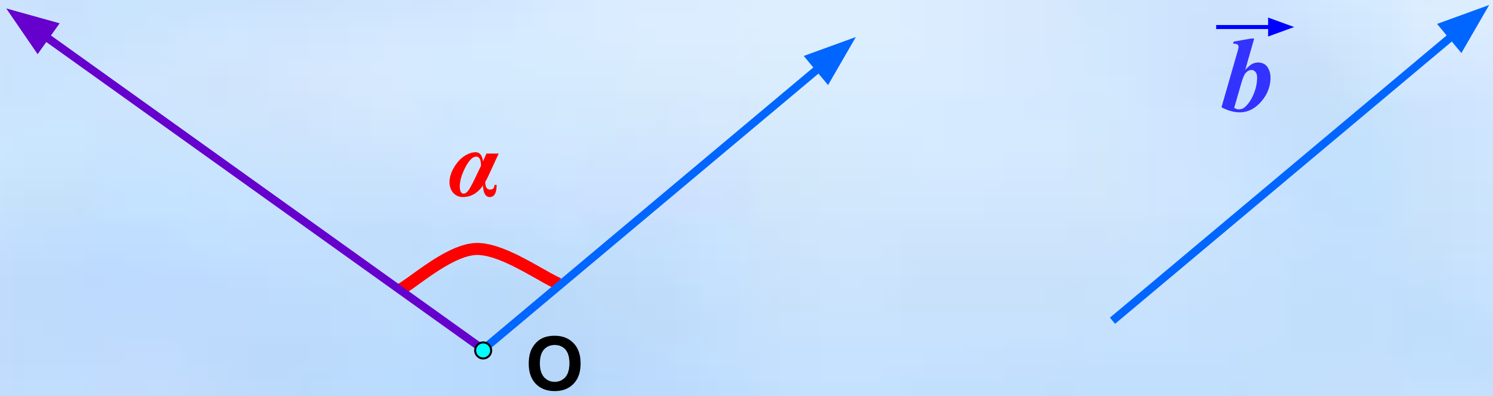
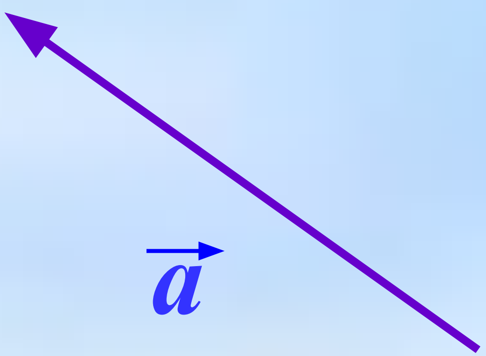
Скалярное произведение векторов

Угол между векторами

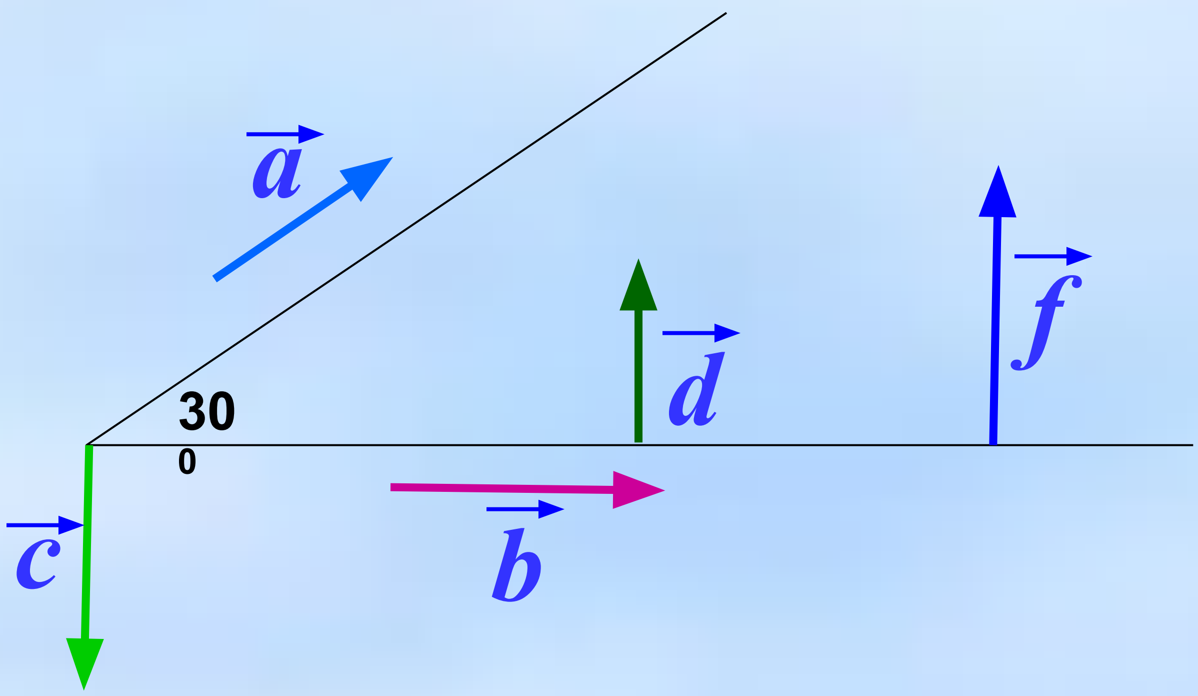




Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен α .

$$\widehat{\vec{a}\ \vec{b}} = \alpha$$

Найдите угол между векторами



$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 30^0$

$\widehat{\vec{a}\,\vec{c}} = 120^0$

$\widehat{\vec{b}\,\vec{c}} = 90^0$

$\widehat{\vec{d}\,\vec{c}} = 180^0$

$\widehat{\vec{d}\,\vec{f}} = 0^0$

Определение

<u>Скалярным произведением</u> двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}\,\vec{b}})$$

Скалярное произведение векторов – число (скаляр).

Работа в парах

Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$,

если $|\vec{a}| = 2$, а $|\vec{b}| = 3$.

Если угол между ними:

1 вариант – 45^0

2 вариант – 30^0

Частный случай №1

$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 90^0$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\overset{=0}{\cos 90^0} = 0$$

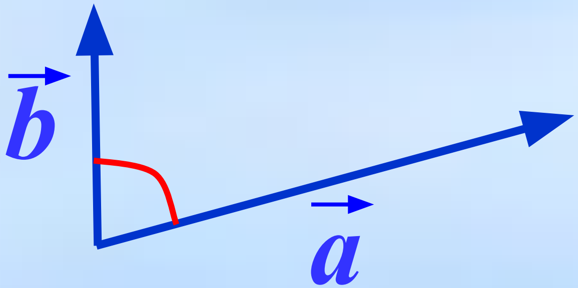
Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a}\perp\vec{b}$$

Найдите угол между ненулевыми векторами

$\vec{m}$ и $\vec{n}$, если их скалярное произведение равно 0.

Частный случай №2



$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} < 90^0$$

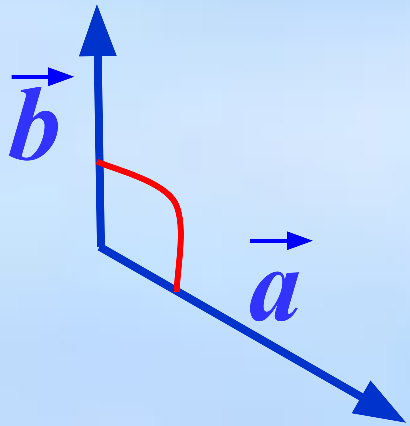
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\alpha > 0$$

> 0

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда, когда угол между векторами **острый.**

$$\vec{a}\cdot\vec{b} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{\vec{a}\,\vec{b}} < 90^0$$

Частный случай №3



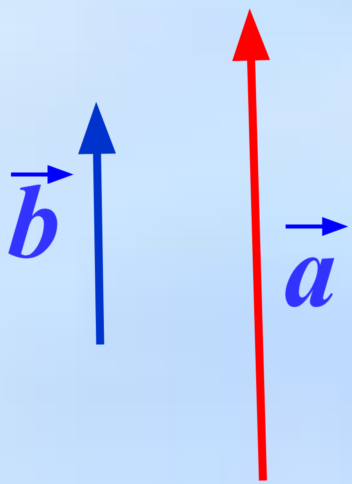
$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\alpha < 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда, когда угол между векторами **тупой.**

$$\vec{a}\cdot\vec{b} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$$

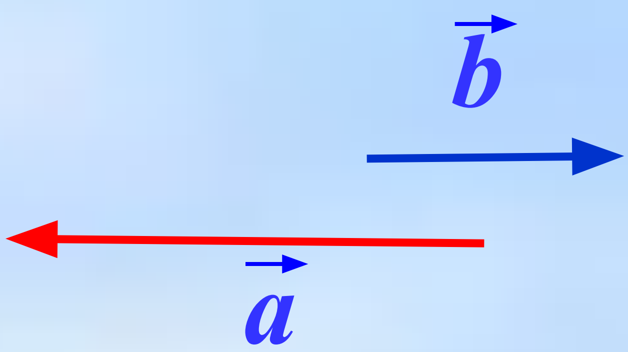
Частный случай №4



$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 0^0$$

1

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos 0^0 = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$$



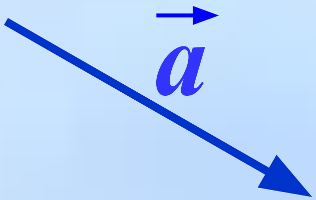
$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 180^0$$

-1

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos 180^0 = -|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$$

Частный случай №5

$$\widehat{\vec{a}\ \vec{a}} = 0^0$$



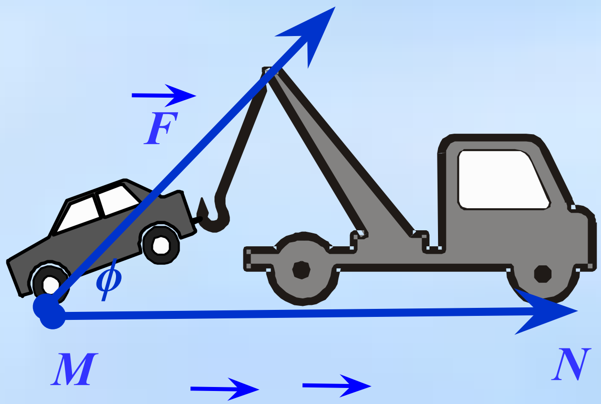
$$\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\overbrace{\cos 0^0}^{1} = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = |\vec{a}|^2$$

Скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{a}$ называется **скалярным квадратом** вектора $\vec{a}$ и обозначается $\vec{a}^{\,2}$

Таким образом,
скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

$$\vec{a}^{\,2} = |\vec{a}|^2$$

Скалярное произведение в физике



Скалярное произведение векторов встречается в физике. Например, из курса механики известно, что работа **A** постоянной силы **F** при перемещении тела из точки **M** в точку **N** равна произведению силы **F** и перемещения **MN** на косинус угла между ними.

$$A = |\vec{F}| \cdot |\vec{MN}| \cos \phi$$

$$A = \vec{F} \cdot \vec{MN}$$

Вычислите угол между векторами, если их скалярное произведение равно 7,5 , а длины 5 и 3?

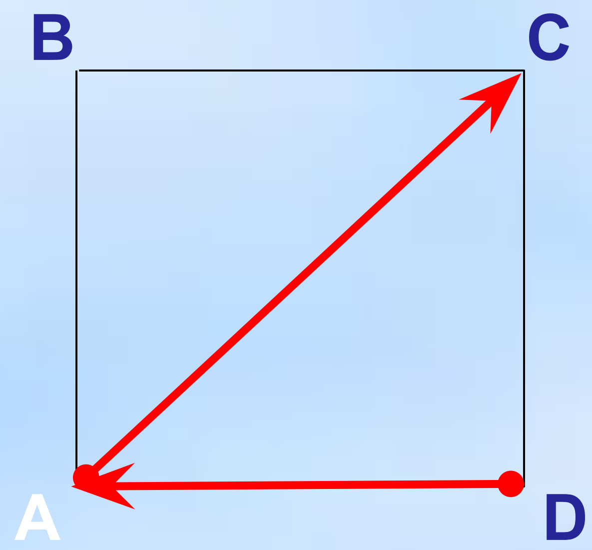
Проверка

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\alpha = 60^0$$

Дан квадрат ABCD.

Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{DA}$.



1 135^0;

ВЕРНО!

2 45^0;

ПОДУМАЙ!

3 90^0.

ПОДУМАЙ!

Проверка

Заверши фразу

Во время занятия я научился…

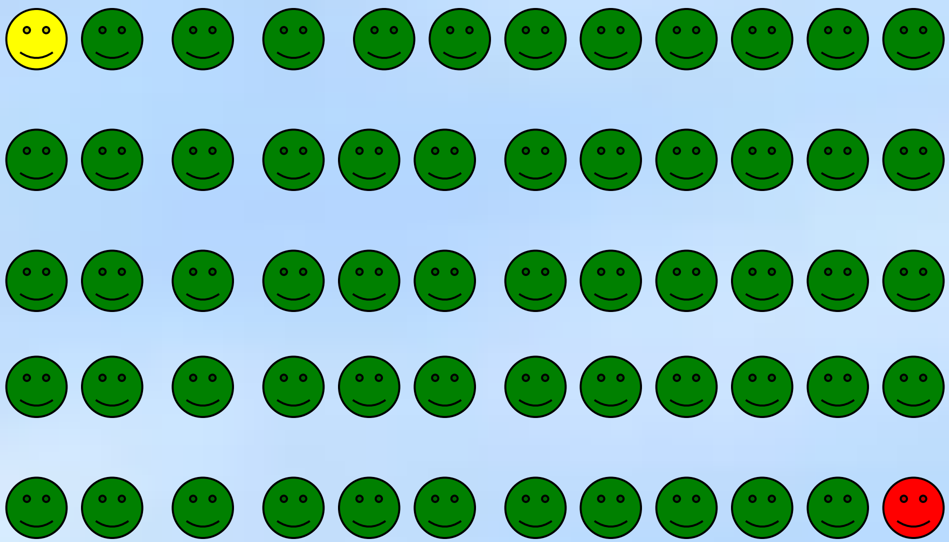
На занятии мне особенно понравилось….

Больше всего мне сегодня запомнилось…

Самым интересным было…

Получили ли Вы удовольствие от сегодняшнего урока?

Что мне дал этот урок.



Домашнее задание

по геометрии

Изучить п.102

Выполнить упр.1042

по информатике

составить алгоритм

программирования

вектора построения

цифр

почтового индекса