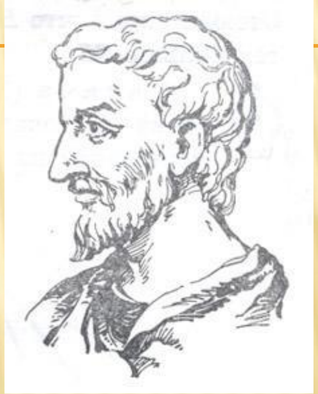
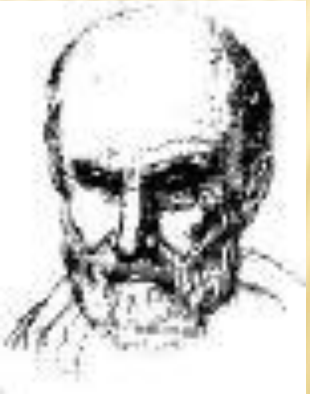
# ПЛОЩАДИ ФИГУР

Выполнил: Агадуллин Айдар
Абросимов Роман Зеленин Илья
Сидоров Ярослав Ильюшин Костя
Кулахметов Руслан Масалев Владислав

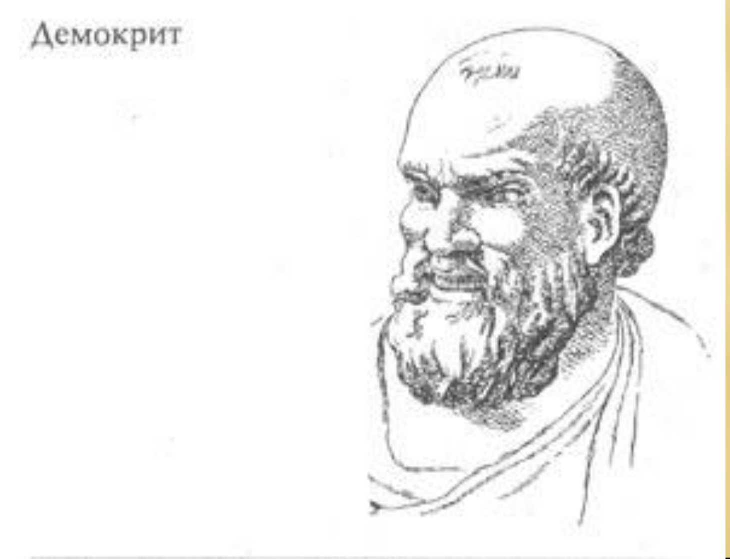
Геометрические знания примерно в объеме современного курса средней школы были изложены еще 2200 лет назад в "Началах" Евклида. Конечно, изложенная в "Началах" наука геометрия не могла быть создана одним ученым. Известно, что Евклид в своей работе опирался на труды десятков предшественников, среди которых были Фалес и Пифагор, Демокрит и Гиппократ, Архит, Теэтет, Евдокс и др.



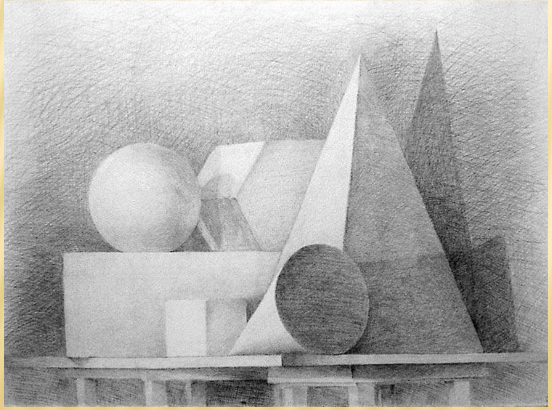
Пифагор



Гиппократ



Ценой больших усилий, исходя из отдельных геометрических сведений, накопленных тысячелетиями в практической деятельности людей, эти великие ученые сумели на протяжении 3 - 4 столетий привести геометрическую науку к высокой ступени совершенства. Историческая заслуга Евклида состоит в том, что он, создавая свои "Начала", объединил результаты своих предшественников, упорядочил и привел в одну систему основные геометрические знания того времени.

Евдокс

***Многие учебники элементарной геометрии во всем мире представляли (а многие и поныне представляют) собой лишь переработку книги Евклида. “Начала” на протяжении веков были настольной книгой величайших ученых. В XVII в. Декарт благодаря методу координат сделал возможным изучение свойств геометрических фигур с помощью алгебры. С этого времени начала развиваться аналитическая геометрия.***

Коренной перелом в геометрии впервые произвел в первой половине XIX в. великий русский математик Николай Иванович Лобачевский, который создал новую, неевклидову геометрию, называемую ныне геометрией Лобачевского.

***Открытие Лобачевского было началом нового периода в развитии геометрии. За ним последовали новые открытия немецкого математика Б. Римана и др. В настоящее время геометрия тесно переплетается со многими другими разделами математики. Одним из источников развития и образования новых понятий в геометрии, как и в других областях математики, являются современные задачи естествознания, физики и техники.***

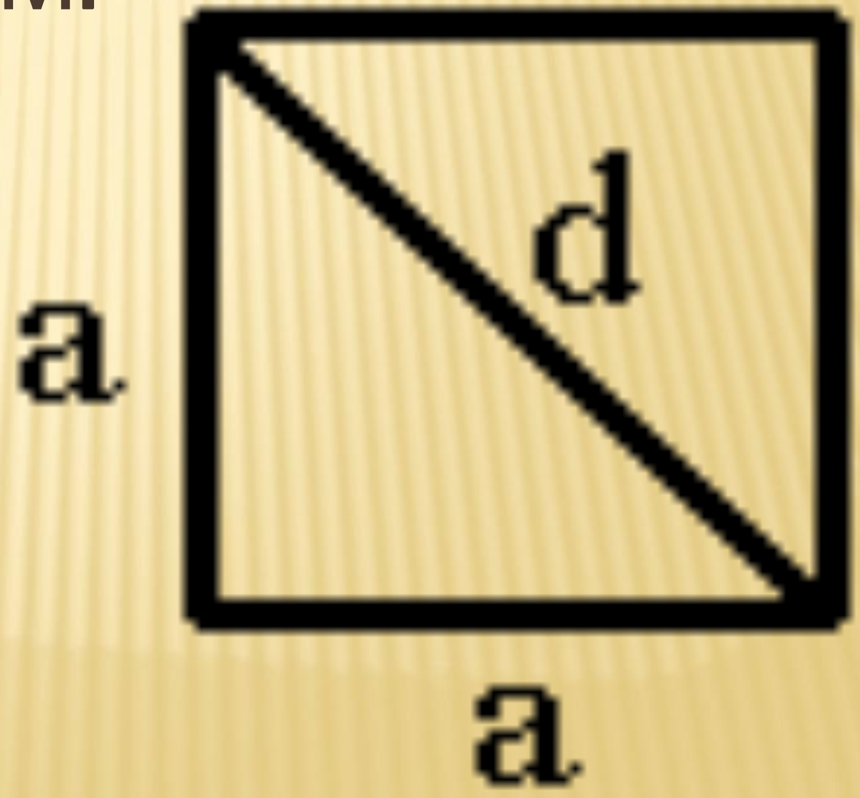
Лобачевский

- **Площадь**, одна из основных величин, связанных с геометрическими фигурами. В простейших случаях измеряется числом заполняющих плоскую фигуру единичных квадратов, т. е. квадратов со стороной, равной единице длины.

**КВАДРАТ** – РАВНОСТОРОННИЙ ПРЯМОУГОЛЬНИК; КВАДРАТ ЯВЛЯЕТСЯ ПРАВИЛЬНЫМ МНОГОУГОЛЬНИКОМ.

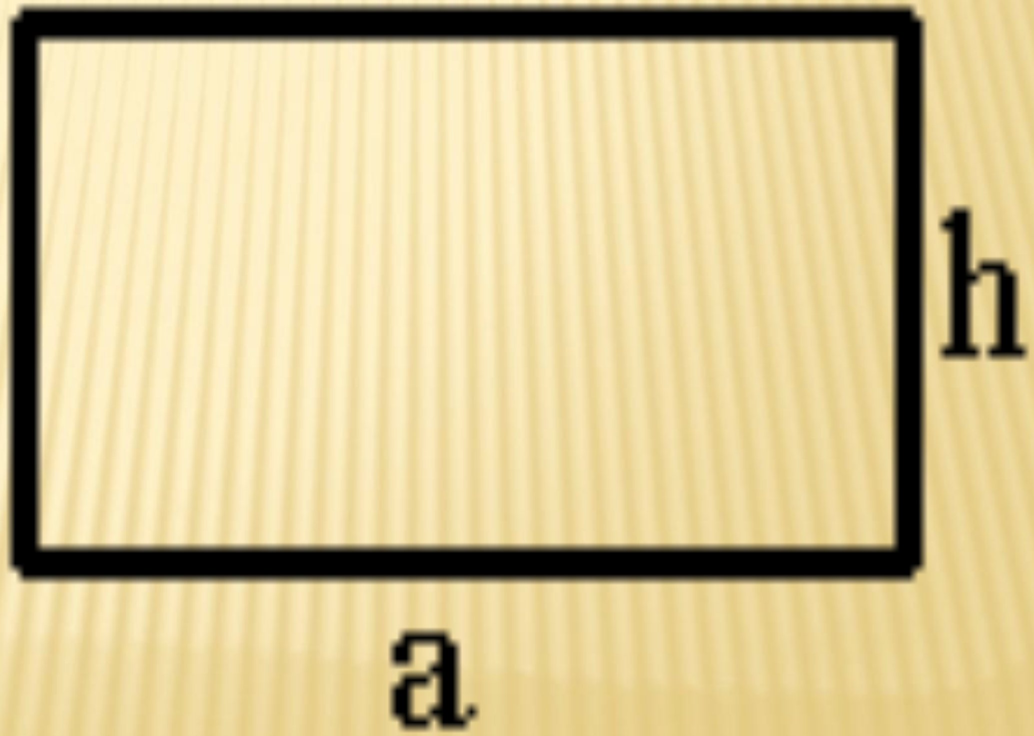
$$S=\frac{1}{2}d^2$$

$$S=a^2$$



**ПРЯМОУГОЛЬНИК** – ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, У КОТОРОГО ВСЕ УГЛЫ ПРЯМЫЕ.

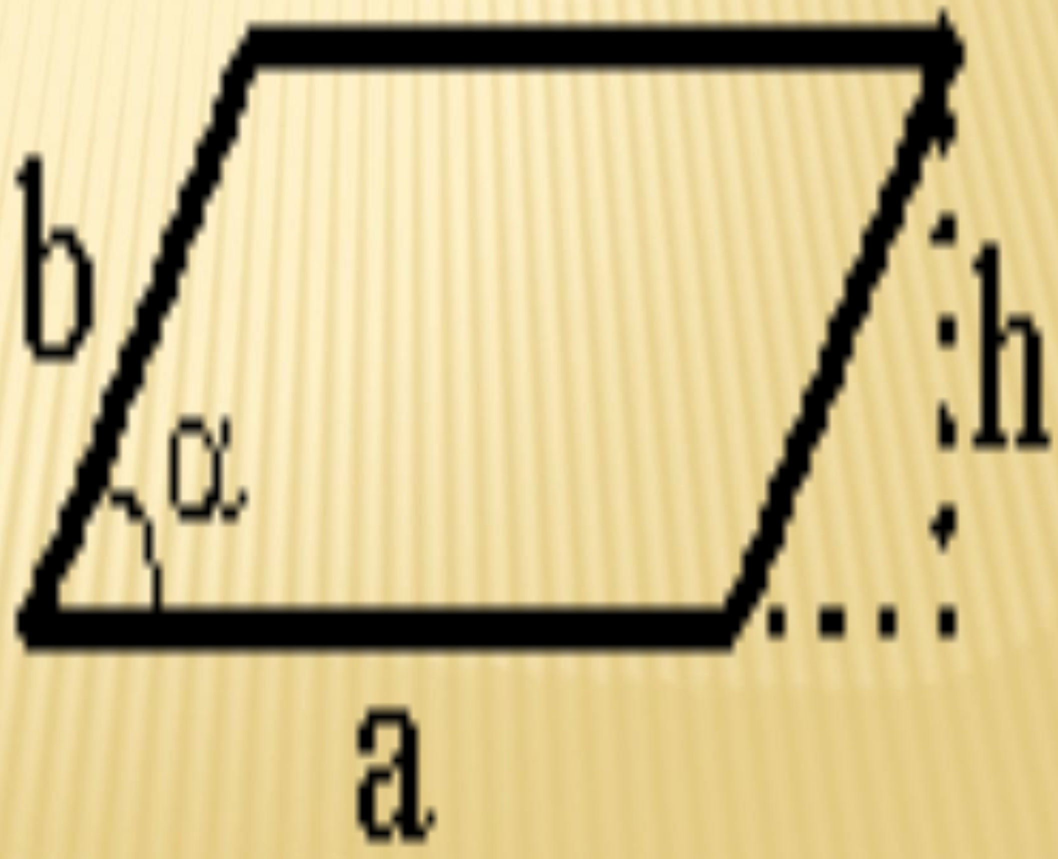
$$S = ah$$



**ПАРАЛЛЕЛОГРАММ** – ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, У КОТОРОГО СТОРОНЫ ПОПАРНО ПАРАЛЛЕЛЬНЫ.

$$S = ah$$

$$S = ab\sin\alpha$$

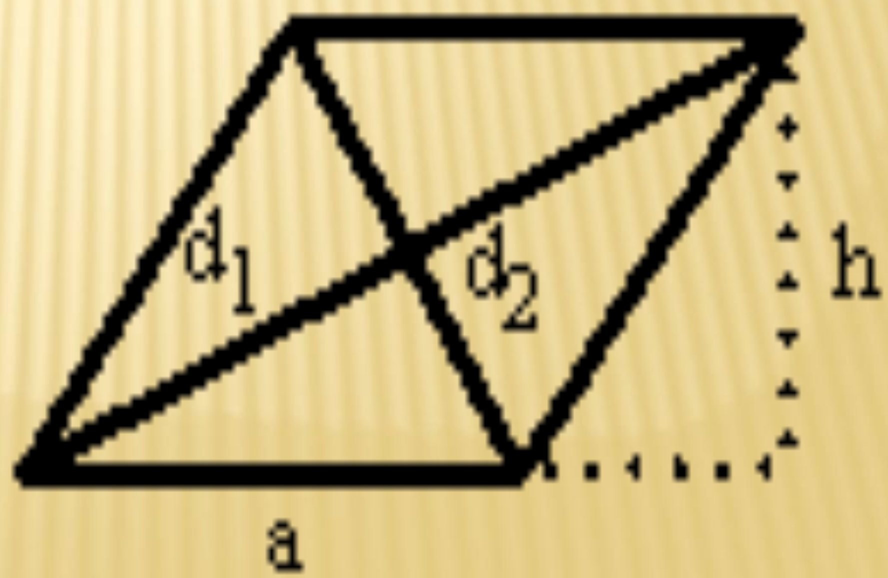


РОМБ – ПАРАЛЛЕЛОГРАММ, У КОТОРОГО ВЫПОЛНЯЕТСЯ ОДНО ИЗ УСЛОВИЙ:
1) ВСЕ СТОРОНЫ РАВНЫ 2) ДИАГОНАЛИ ВЗАИМОПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ
3) ДИАГОНАЛИ ДЕЛЯТ УГЛЫ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА ПОПОЛАМ

$$S = ah$$

$$S = a^2 \sin \alpha$$

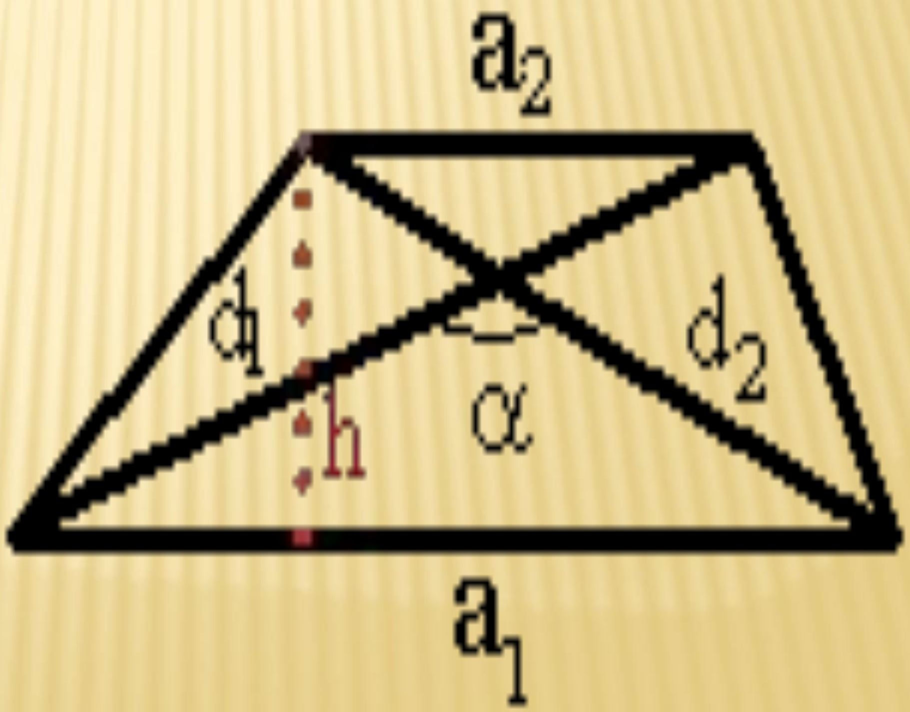
$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$



**ТРАПЕЦИЯ** – ВЫПУКЛЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, У КОТОРОГО ДВЕ СТОРОНЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ, А ДВЕ ДРУГИЕ НЕПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ.

$$S = \frac{(a_1 + a_2)h}{2}$$

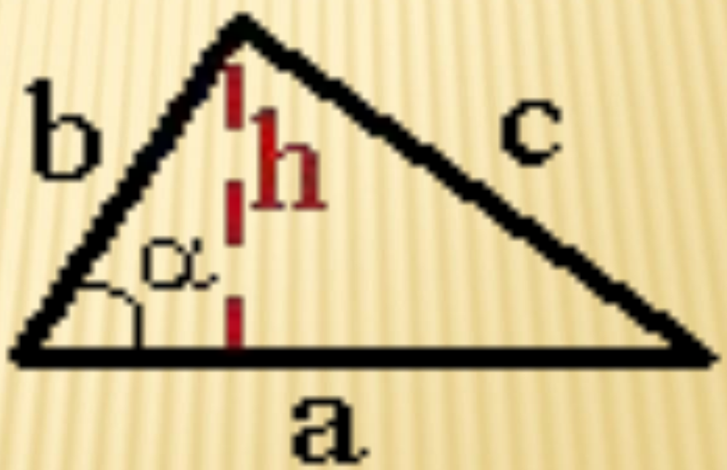
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$



# **ТРЕУГОЛЬНИК** – МНОГОУГОЛЬНИК С ТРЕМЯ СТОРОНАМИ.

$$S = \frac{1}{2}ah$$

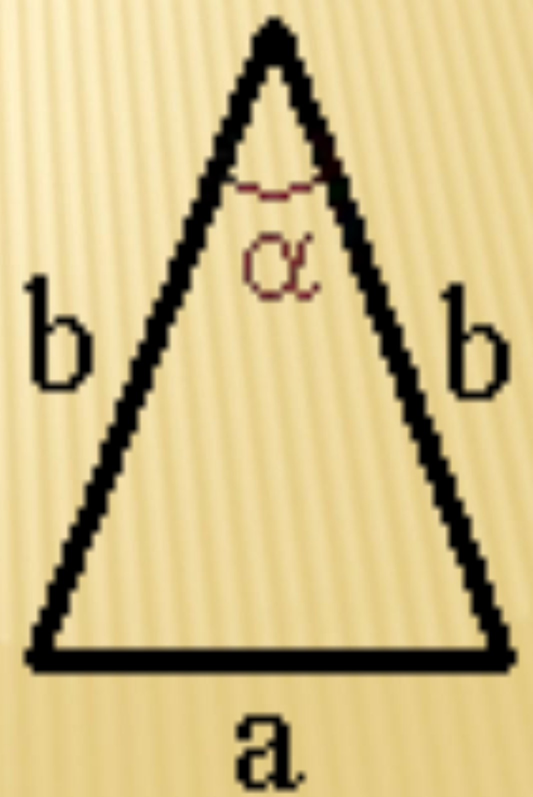
$$S = \frac{1}{2}ab\sin\alpha$$



**РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК –** ТРЕУГОЛЬНИК, У КОТОРОГО ДВЕ ЕГО СТОРОНЫ РАВНЫ.

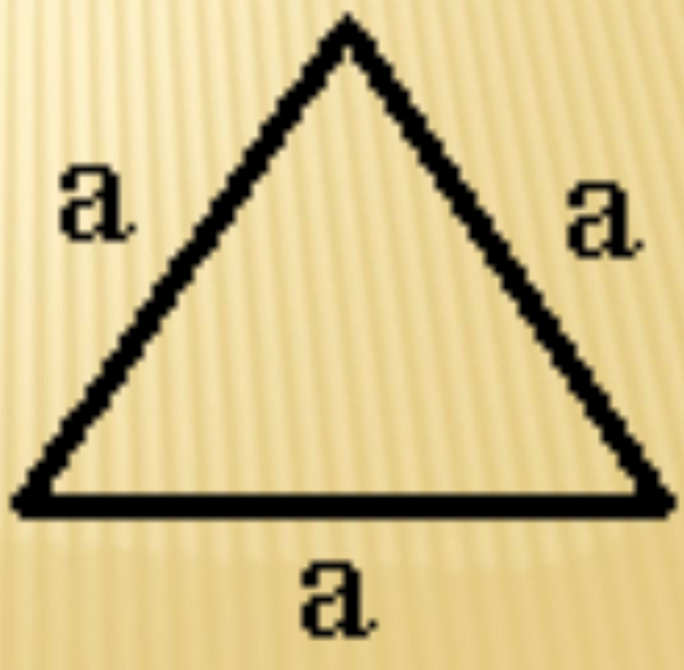
$$S = \frac{a}{4}\sqrt{4b^2 - a^2}$$

$$S = \frac{1}{2}b^2 \sin \alpha$$



**РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК** – ТРЕУГОЛЬНИК, В КОТОРОМ ВСЕ СТОРОНЫ РАВНЫ. В ТАКОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ ВСЕ УГЛЫ ПО 60 ГРАДУСОВ.

$$S=\frac{a^2}{4}\sqrt{3}$$

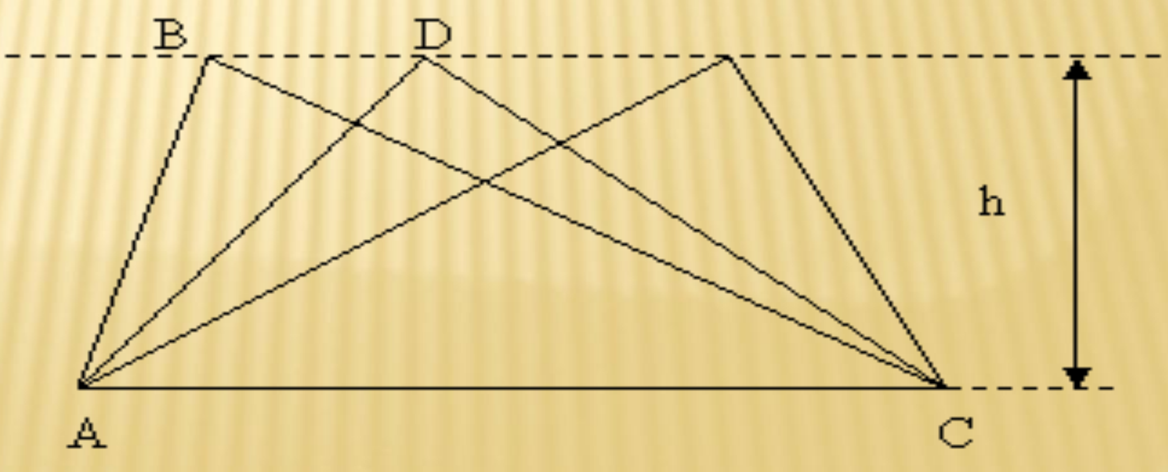


# ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПЛОЩАДЕЙ.

# СВОЙСТВО №1

- Если вершину треугольника передвигать по прямой, параллельной основанию, то площадь при этом не измениться.

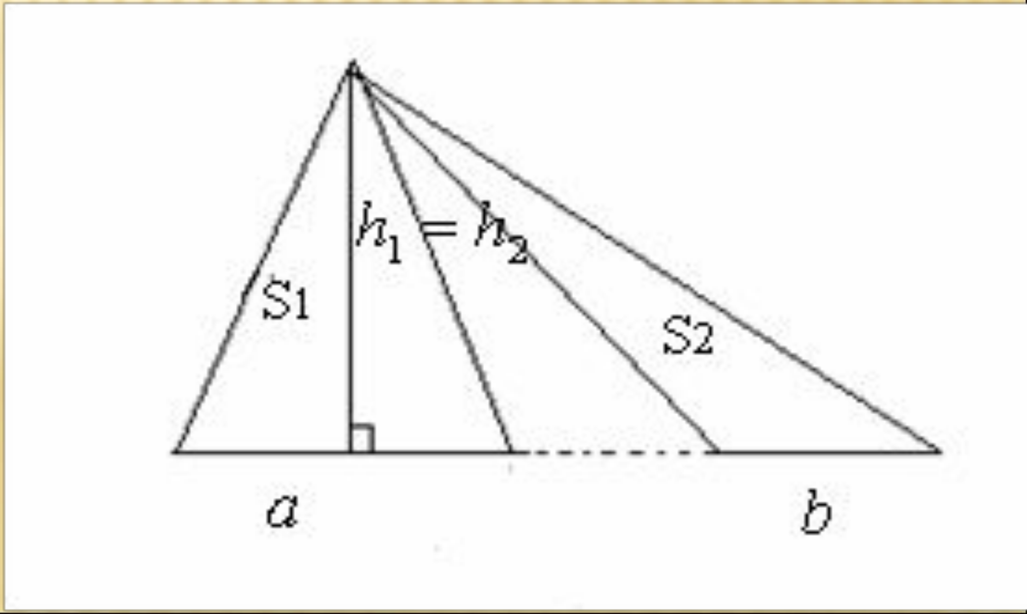
**Доказательство:** Рассмотрим ▲$ABC$ и ▲$ADC$. Они имеют общее основание и равные высоты, так как прямые $AC$ и $BD$ параллельные, то расстояние между ними равно $h$ - высоте ▲$ABC$ и ▲$ADC$. Если площадь треугольника находится по формуле S=21 a h, то SABC=SADC=21 AC h.



# СВОЙСТВО №2

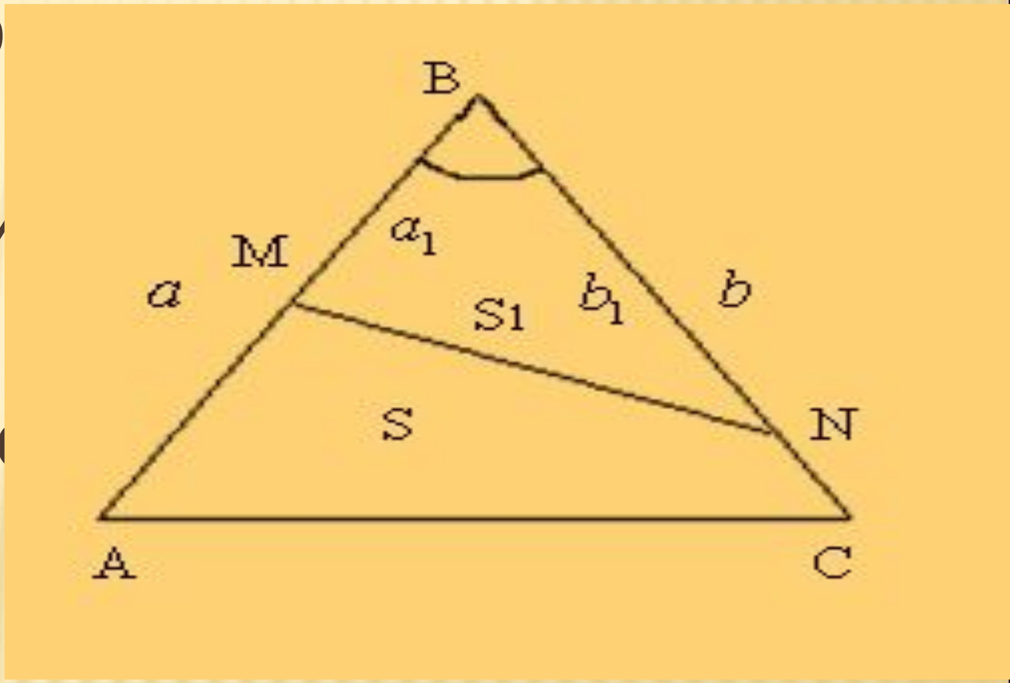
- Если два треугольника имеют одинаковые высоты, то отношение их площадей равно отношению длин оснований (сторон, на которые опущены эти высоты).

**Доказательство:** Пусть $h_1 = h_2$ в двух треугольниках с основаниями $a$ и $b$. Рассмотрим отношение площадей этих треугольников S2S1=21 b h221 a h1. Упростив, получим S2S1=ba.



# Свойство №3

- Если два треугольника имеют общий угол, то их площади относятся как произведение сторон, заключающих этот угол.

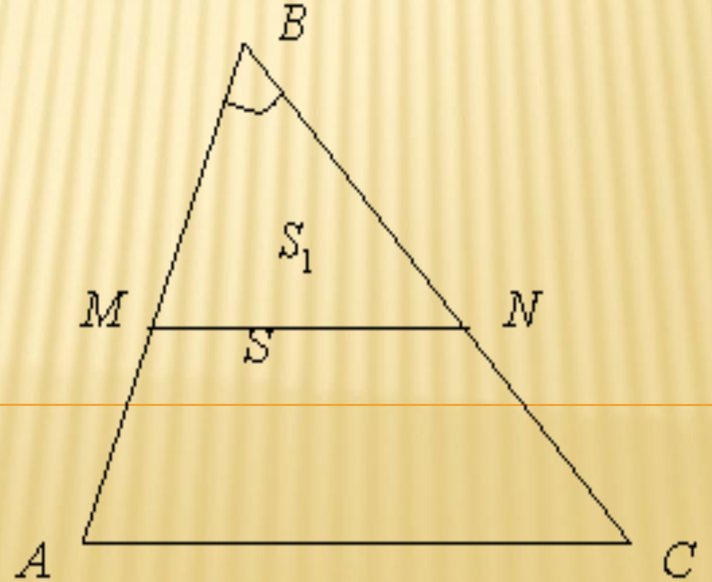



- Тогда $S_2 S_1$=a b sin$B_{21}$ $a_1$ $b_1$ sinB. Упростив, получим S S =aba b

# СВОЙСТВО №4

Отношение площадей подобных треугольников равны квадрату коэффициента подобия.

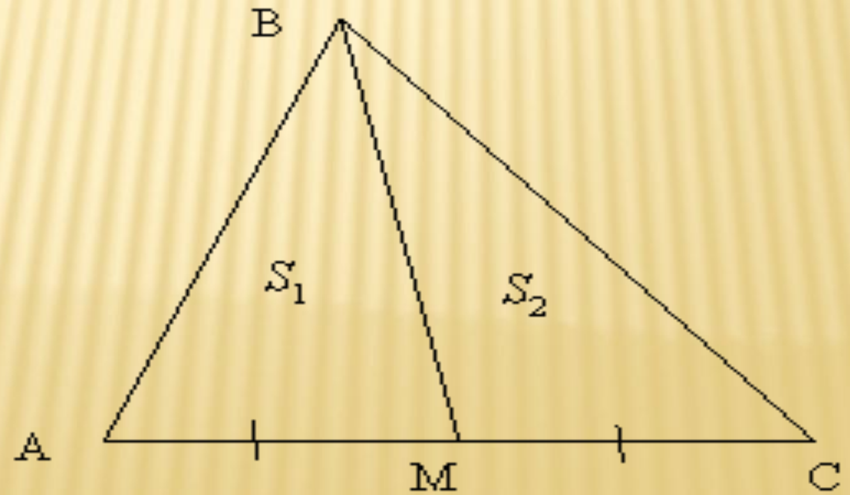
**Доказательство:** Рассмотрим ▲*ABC* и ▲*MBN*. Пусть *AB* = *k MB*, *BC* = *k NB* и ∠ABC=∠MBN . Используя формулу площади треугольника вида S=21 a b sin , рассмотрим отношение подобных площадей ▲*ABC* и ▲*MBN*. Тогда S2S1=21 AB BC sinB21 MB NB sinB= MB NBk NB k MB=k2 .



# СВОЙСТВО № 5

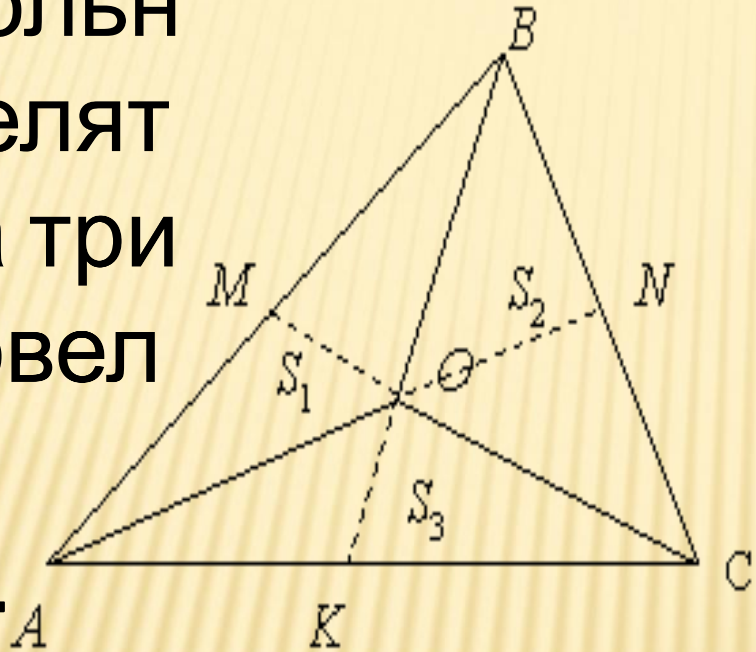
- Медиана треугольника делит его на две равновеликие части.

**Доказательство:** Рассмотрим ▲$ABC$ . Пусть медиана $BM$ , тогда AM=MC=21AC. Медиана делит треугольник на два с одинаковой высотой. Найдем площади треугольников ▲$ABM$ и ▲$MBC$ по формуле S=21 a h. Получим SABM=21 AM h и SMBC=21 MC h. Значит SABM=SMBC.



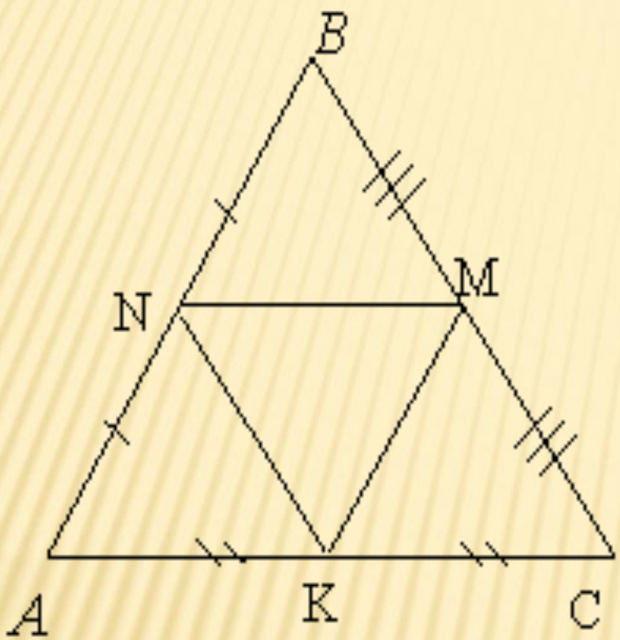
# СВОЙСТВО №6

Медианы треугольника делят его на три равновеликие части.




**Доказательство:**
Рассмотрим ▲*ABC*. Проведем медианы из всех вершин, которые пересекаются в точке *O*. Получим треугольники ▲*AOB*, ▲*BOC*, ▲*AOC*. Пусть их площади равны соответственно $S_1$, $S_2$, $S_3$. А площадь ▲*ABC* равна *S*. Рассмотрим ▲*ABK* и ▲*CBK*, они равной площади, т.к. *BK* медиана. В треугольнике ▲*AOC* *OK* - медиана, значит площади треугольников ▲*AOK* и ▲*COK* равны. Отсюда следует, что $S_1 = S_2$. Аналогично можно

# СВОЙСТВО №7




**Доказательство:** Рассмотрим ▲*ABC*. *NM* - средняя линия в треугольнике и она равна половине основания АС. Если $S_{ABC} = S$ , то SNBM=21 NM h1=21(21 AC)(21 h)=41 S. Аналогично можно доказать, что площади всех треугольников равны одной четвертой части площади ▲*ABC*.

# СВОЙСТВО №8

- Медианы треугольника делят его на 6 равновеликих треугольника


**Доказательство:** По свойству №7 площади ▲$AOB$, ▲$BOC$, ▲$AOC$ равны. По свойству №5 площади ▲$AOM$, ▲$BOM$ равны. Значит $S_1 = S_6$. Аналогично $S_2 = S_3$. Если $S_1 + S_6 = S_2 + S_3$ и $2S_1 = 2S_2$ значит $S_1 = S_2$. И так далее. получим, что все шесть треугольника имеют равные площади и они составляют шестую часть от площади ▲$ABC$.