

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМАМ:

«ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА»,
«ТЕОРЕМА СИНУСОВ», «ТЕОРЕМА
КОСИНУСОВ».

Геометрия
9 класс



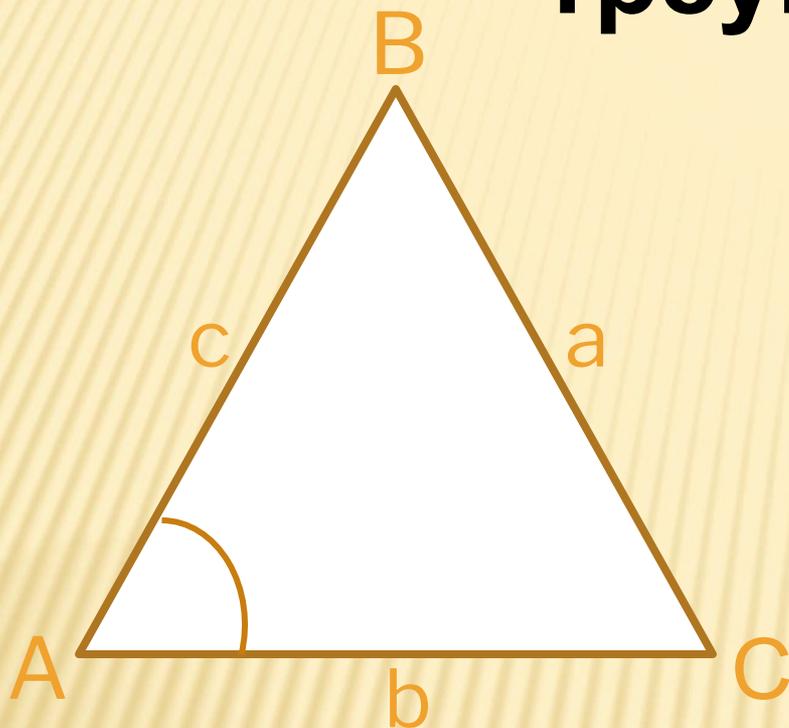
Корельская Галина Юрьевна
Романенко Елена Леонидовна

МБОУ СОШ № 33 г. Архангельск

«Расскажи мне, и я забуду,
покажи мне, и я запомню,
дай мне сделать самому,
и я пойму.»

О. Хайям.

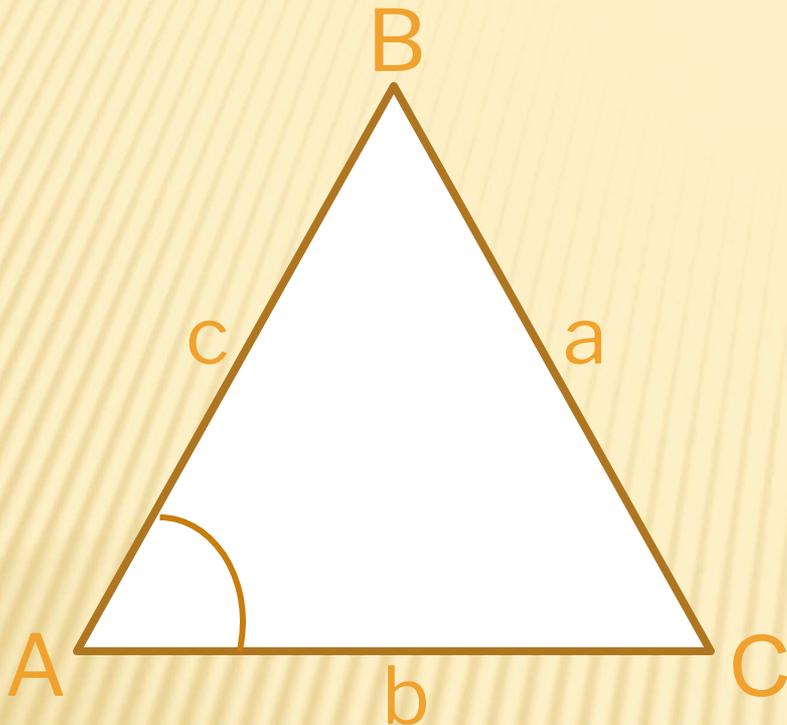
Площадь треугольника



Площадь треугольника
равна половине
произведения его двух
сторон на синус угла
между ними.

$$S = \frac{1}{2} \cdot c \cdot b \cdot \sin A$$

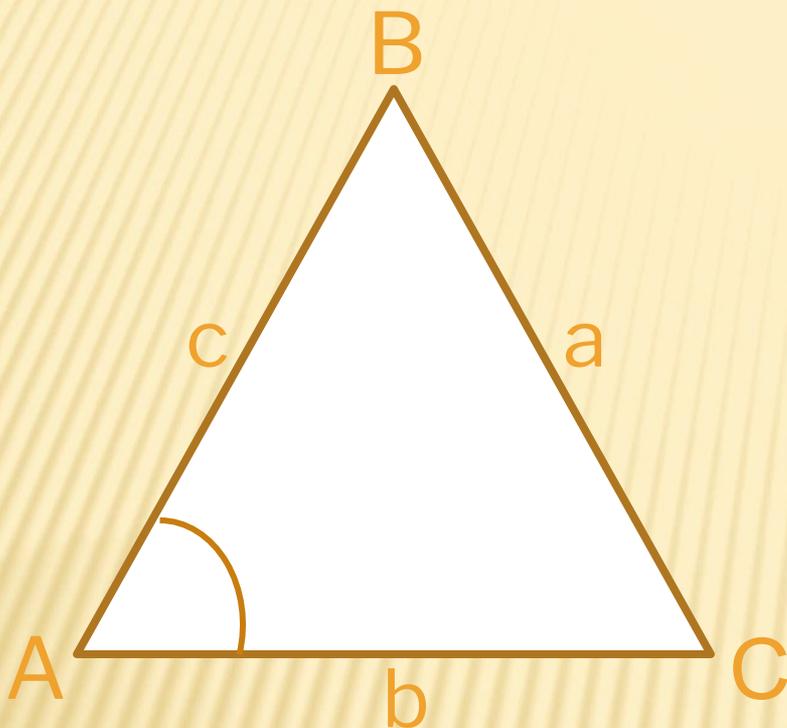
Теорема синусов



Стороны треугольника
пропорциональны
синусам
противолежащих
углов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Теорема косинусов



Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

Задач и

1) Дано: $\triangle ABC$

$$AB = BC = 6 \text{ см}$$

$$\angle B = 30^\circ$$

Найдите S_{\triangle} ?

е:

2) Дано: $\triangle ABC$

$$AB = 4\sqrt{6} \text{ см}$$

$$BC = 6\sqrt{3} \text{ см}$$

$$\angle C = 45^\circ$$

Найдите $\sin A$?

е:

3) Дано: $\triangle ABC$

$$AB = 5 \text{ см}$$

$$BC = 8 \text{ см}$$

$$\angle B = 120^\circ$$

Найдите AC ?

е:

$$1) S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ$$

$$S = 9 \text{ см}^2$$

Отве 9 см^2

Т:

$$2) \frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$$

$$\sin A = \frac{6\sqrt{3} \cdot \sin 45^\circ}{4\sqrt{6}}$$

$$\sin A = \frac{3}{4}$$

Отве $0,75$

Т:

$$3) AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$$

$$AC^2 = 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$AC = \sqrt{129} \text{ см}$$

Отве $\sqrt{129} \text{ см}$

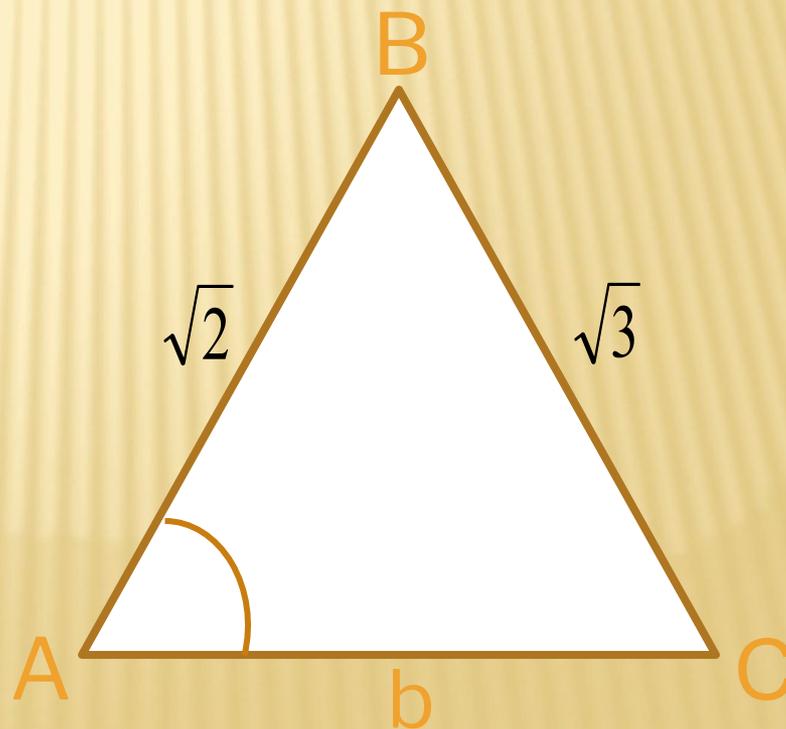
Т:

В треугольнике ABC

угол A равен 60°

Сторона $AB = \sqrt{2}$ см а сторона $BC = \sqrt{3}$ см

Составить план решения задачи для
нахождения: площади треугольника;
градусной меры $\angle B$;
длины стороны AC .



План

решения:

1) Найти угол C по теореме

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$$

синусов:

2) Найти $\angle B$ по теореме о сумме углов

треугольника: $\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$

3) Найти сторону AC по теореме

косинусов:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$$

или по теореме синусов:

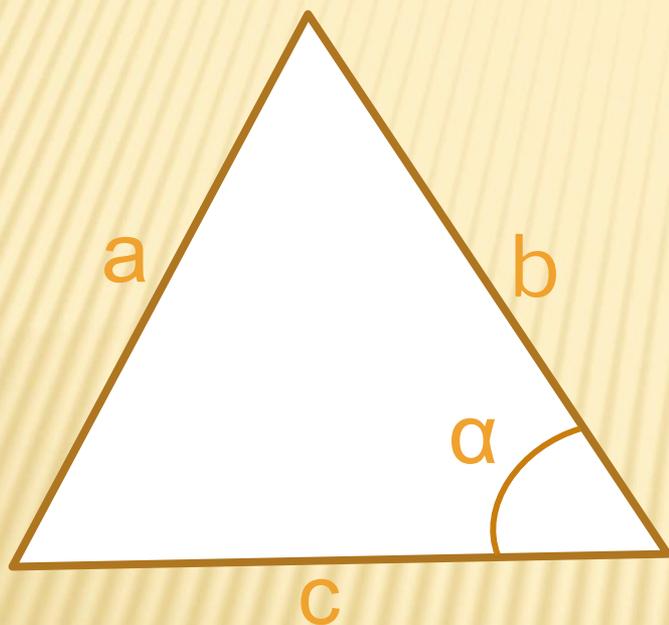
$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$$

4)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 60^\circ$$

В треугольнике ABC $a = 28$, $b = 35$, $c = 42$.

Найдите косинус угла, лежащего против
меньшей стороны треугольника.



По теореме косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos \alpha = \frac{1225 + 1764 - 784}{2 \cdot 35 \cdot 42}$$

$$\cos \alpha = \frac{2205}{2940}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{4}$$

Ответ : 0,75

В $\triangle ABC$ AA_1 CC_1 медианы. Они пересекаются в точке O .

$$AA_1 = 9 \text{ см}, CC_1 = 12 \text{ см}, \angle AOC = 120^\circ.$$

Найдите площадь треугольника.

Дано: $\triangle ABC$

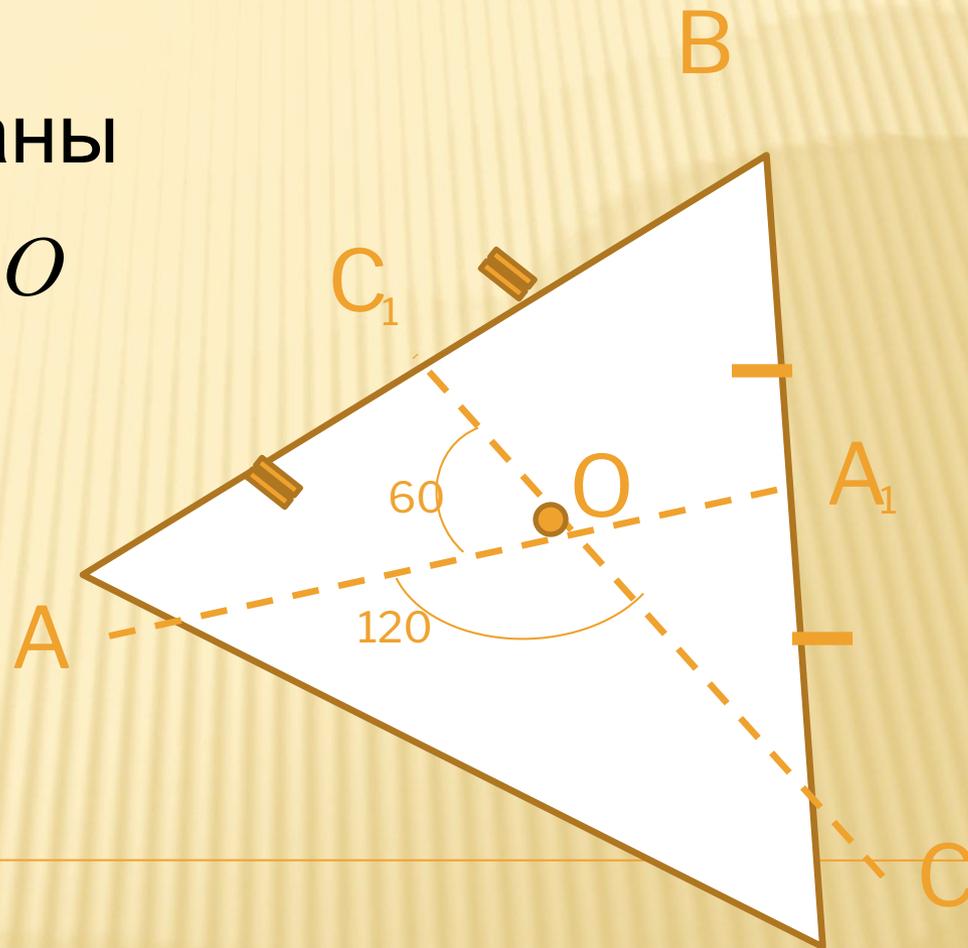
AA_1 и CC_1 - медианы

$AA_1 \cap CC_1$ в точке O

$\angle AOC = 120^\circ$

$AA_1 = 9\text{ см};$

$CC_1 = 12\text{ см};$



Найдите:
площадь

$\triangle ABC$?

Решение задачи:

$$1) \frac{AO}{A_1O} = \frac{2}{1};$$

$$\frac{AO}{AA_1 - AO} = \frac{2}{1};$$

$$AO = 2AA_1 - 2AO;$$

$$3AO = 2 \cdot 9;$$

$$AO = 6 \text{ см.}$$

$$2) \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1};$$

$$\frac{CO}{CC_1 - CO} = \frac{2}{1};$$

$$CO = 2CC_1 - 2CO;$$

$$3CO = 2 \cdot 12;$$

$$CO = 8 \text{ см.}$$

3) $\triangle AOC$ По теореме

$$AC^2 = AO^2 + CO^2 - 2AO \cdot CO \cdot \cos 120^\circ;$$

$$AC^2 = 36 + 64 + 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}; \quad \cos 120^\circ = -\frac{1}{2};$$

$$AC^2 = 148;$$

$$AC = \sqrt{148};$$

$$AC = \sqrt{4 \cdot 37};$$

$$AC = 2\sqrt{37} \text{ см.}$$

4) $\triangle AOC_1$

$$OC_1 = 4 \text{ см};$$

По теореме

косинусов

$$AC_1^2 = AO^2 + OC_1^2 - 2AO \cdot OC_1 \cdot \cos 60^\circ;$$

$$AC_1^2 = 36 + 16 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ;$$

$$AC_1^2 = 52 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}; \quad AC_1^2 = 28;$$

$$AC_1 = 2\sqrt{7} \text{ см};$$

$$AB = 2 \cdot AC_1; \quad AB = 4\sqrt{7} \text{ см}.$$

5) ΔCOA_1

$$OA_1 = 3 \text{ см};$$

По теореме

$$A_1C^2 = OA_1^2 + OC^2 - 2OA_1 \cdot OC \cdot \cos 60^\circ;$$

$$A_1C^2 = 9 + 64 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2};$$

$$A_1C^2 = 49;$$

$$A_1C = 7 \text{ см};$$

$$BC = 2 \cdot A_1C; \quad BC = 14 \text{ см};$$

6) ΔABC По теореме

~~$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B;$~~

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC};$$

$$\cos B = \frac{112 + 196 - 148}{2 \cdot 4\sqrt{7} \cdot 14}; \quad \cos B = \frac{10}{7\sqrt{7}};$$

$$\sin^2 B + \cos^2 B = 1;$$

$$\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B};$$

$$\sin B = \sqrt{1 - \frac{100}{49 \cdot 7}}; \quad \sin B = \frac{9\sqrt{21}}{49};$$

$$7) S_{\Delta} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B;$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{7} \cdot 14 \cdot \frac{9\sqrt{21}}{49};$$

$$S_{\Delta} = 36\sqrt{3} \text{ см}^2.$$

Ответ: $36\sqrt{3} \text{ см}^2$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ ЗАКРЕПЛЕНИЯ МАТЕРИАЛА.

1. Найдите площадь треугольника и его сторону лежащую напротив угла в 135° , если две другие стороны равны $2\sqrt{2}$ см, и 3 см.
2. В $\triangle ABC$ AA_1 и CC_1 медианы, они пересекаются в точке O , $AA_1 = 4,5$, $CC_1 = 6$. Площадь треугольника ABC равна 9 см. Найдите: $\angle AOC$.

ОТВЕТЫ

:

1) $S = 3\text{см}^2,$

$\sqrt{29}\text{ см},$

2) 30° или 150°

Правильный путь таков:
усвой то , что сделали твои
предшественники
и иди дальше.

Л.Н.Толстой.

ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

1. Стороны треугольника 3 см, 5 см и 7 см. Найдите наибольший угол треугольника.
2. Диагонали параллелограмма равны 6 см и 10 см, а угол между ними 45° . Найдите площадь параллелограмма.

МОЛОДЦЫ!

Спасибо за работу!!!
Удачи в изучении геометрии!

Литература : Б.Г.Зив « Дидактические материалы по геометрии».