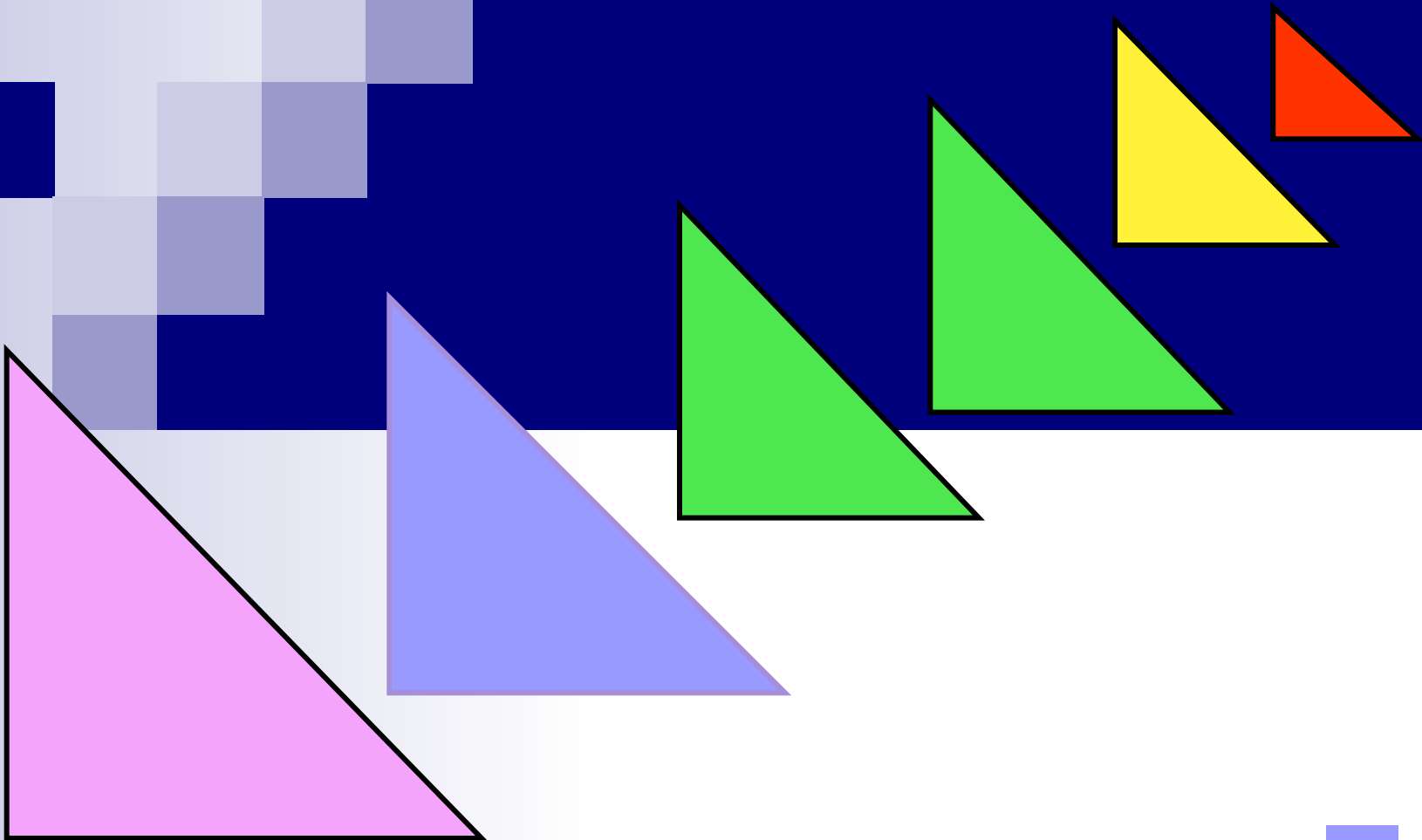
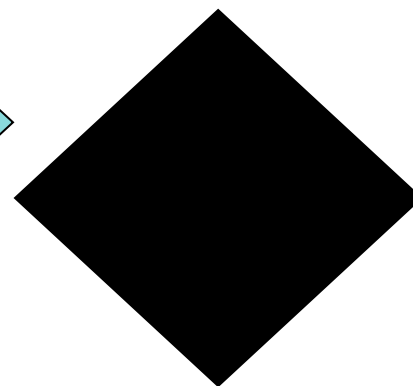
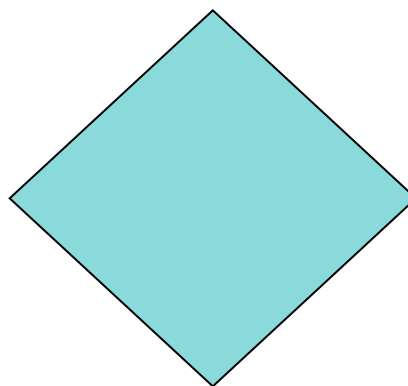
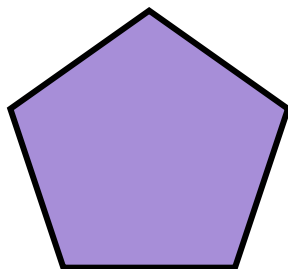
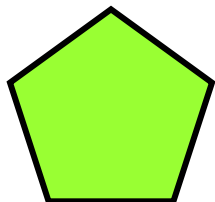
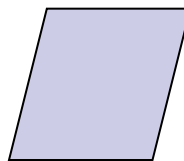
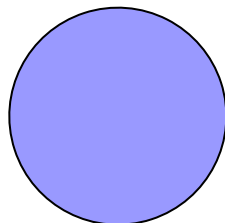
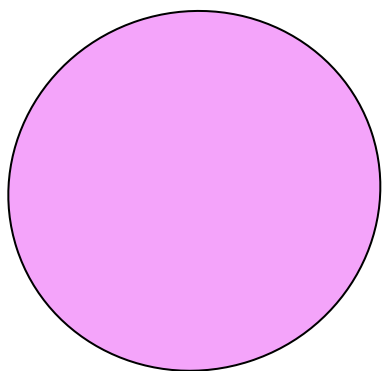


Подобные треугольники



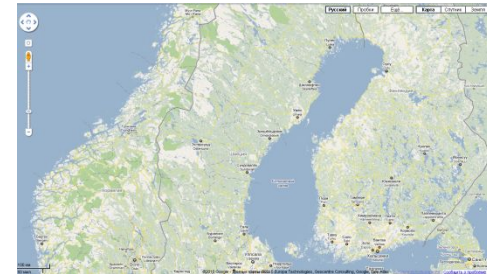
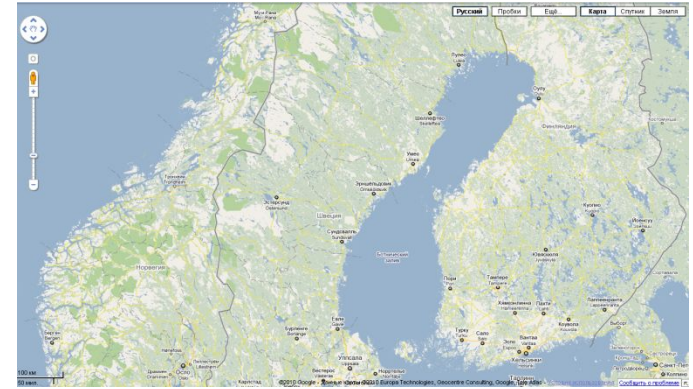
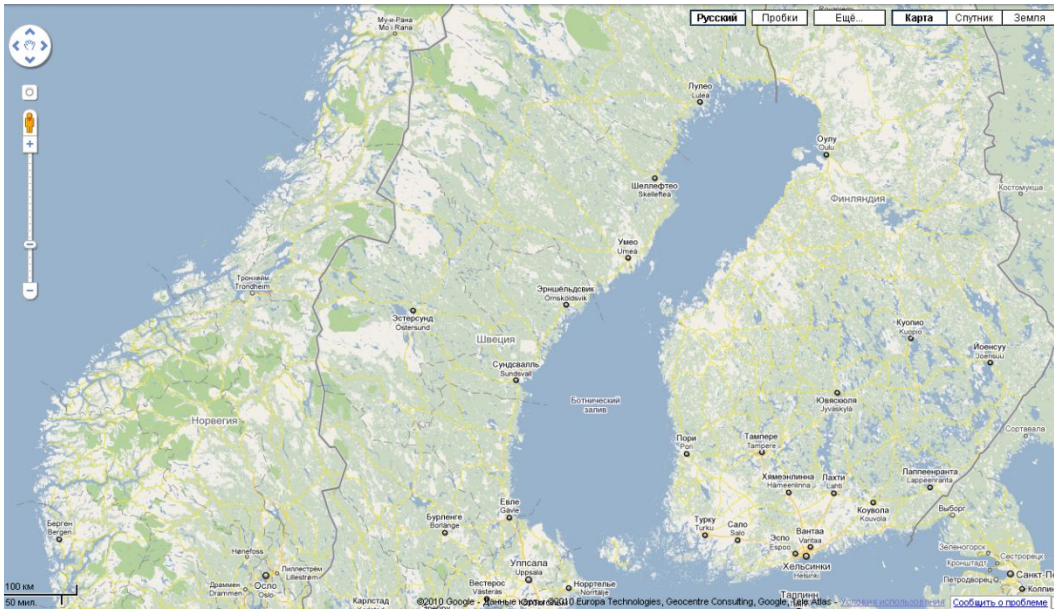
Подобные фигуры



Фигуры принято называть подобными, если они имеют одинаковую форму (похожи по виду).

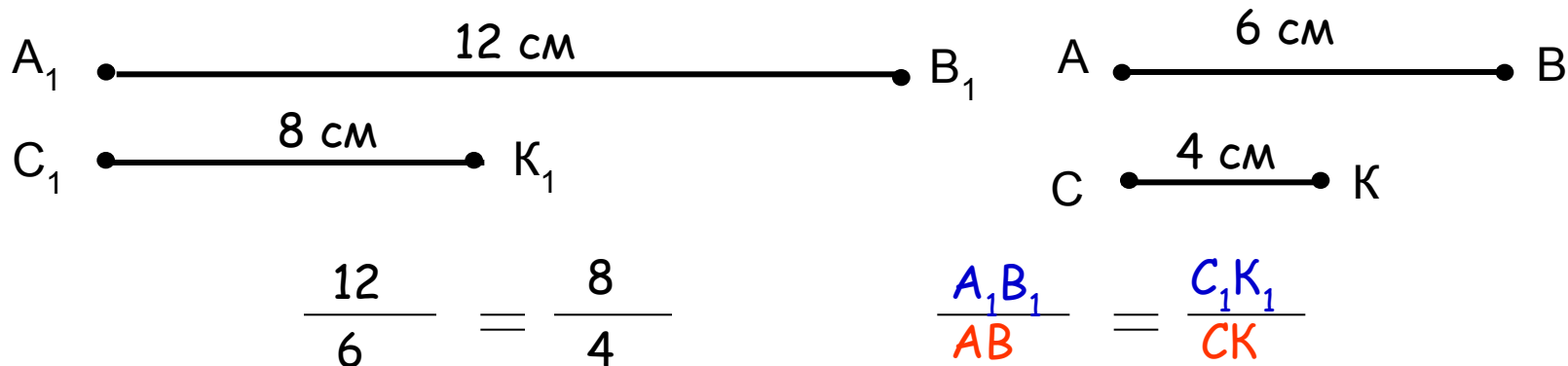


Подобие в жизни (карты местности)



Пропорциональные отрезки

Определение: **отрезки называются пропорциональными, если пропорциональны их длины.**



Говорят, что отрезки A_1B_1 и C_1K_1 пропорциональны отрезкам AB и CK .

Пропорциональны ли отрезки AB и CK отрезкам EP и HT , если:

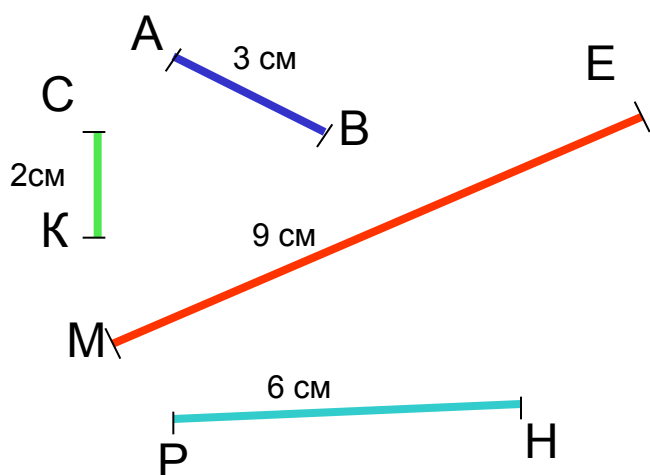
- а) $AB = 15 \text{ см}$, $CK = 2,5 \text{ см}$, $EP = 3 \text{ см}$, $HT = 0,5 \text{ см}$? **да**
- б) $AB = 12 \text{ см}$, $CK = 2,5 \text{ см}$, $EP = 36 \text{ см}$, $HT = 5 \text{ см}$? **нет**
- в) $AB = 24 \text{ см}$, $CK = 2,5 \text{ см}$, $EP = 12 \text{ см}$, $HT = 5 \text{ см}$? **нет**



Пропорциональные отрезки

1.

Тест



Указать верное утверждение:

- а) отрезки АВ и РН пропорциональны отрезкам СК и МЕ;
- б) отрезки МЕ и АВ пропорциональны отрезкам РН и СК;
- в) отрезки АВ и МЕ пропорциональны отрезкам РН и СК.

Приложение: равенство $\frac{ME}{PH} = \frac{AB}{CK}$

можно записать ещё тремя равенствами:

$$\frac{PH}{ME} = \frac{CK}{AB}; \quad \frac{ME}{AB} = \frac{PH}{CK}; \quad \frac{AB}{ME} = \frac{CK}{PH}.$$

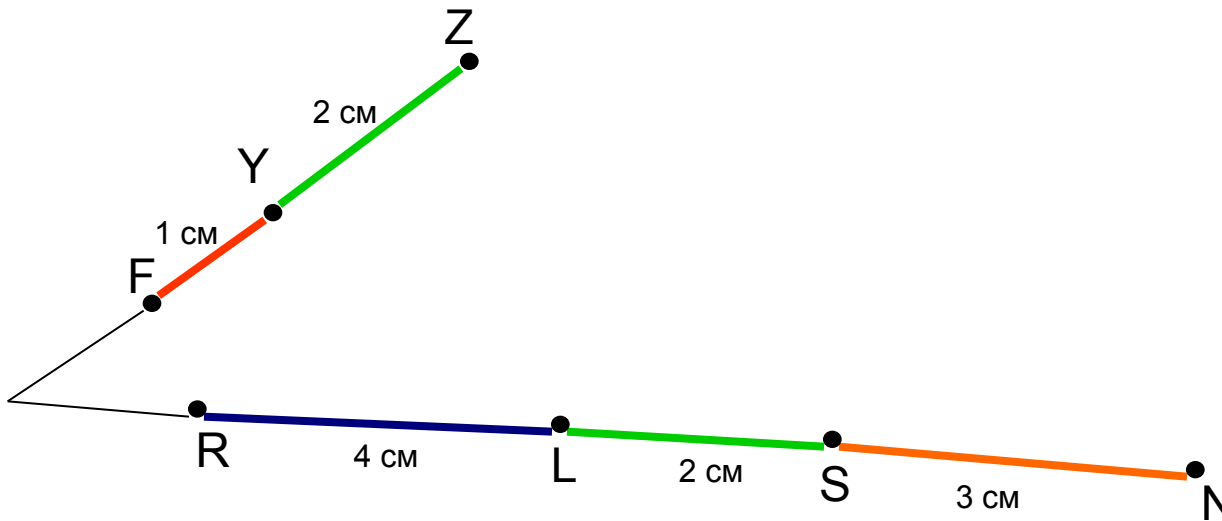
6



Пропорциональные отрезки

2.

Тест



Какой отрезок нужно вписать , чтобы было верным утверждение:
отрезки FY и YZ пропорциональны отрезкам LS и

- а) RL; б) RS; в) SN

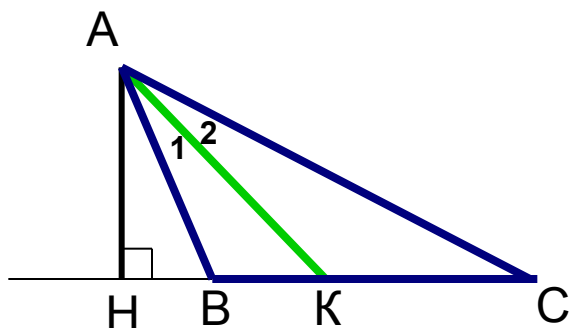
а) RL



Пропорциональные отрезки

(нужное свойство)

Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.



Дано: $\triangle ABC$, AK – биссектриса.

Доказать: $\frac{BK}{AB} = \frac{KC}{AC}$

Доказательство:

Т. к. AK – биссектриса, то $\angle 1 = \angle 2$, значит, $\triangle ABK$ и $\triangle ACK$ имеют по равному углу, поэтому

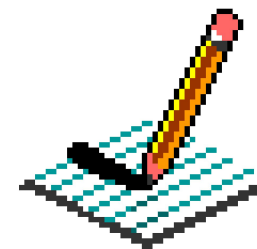
$$\frac{S_{ABK}}{S_{ACK}} = \frac{AB \cdot AK}{AC \cdot AK} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{KC}$$

Проведём $AH \perp BC$.

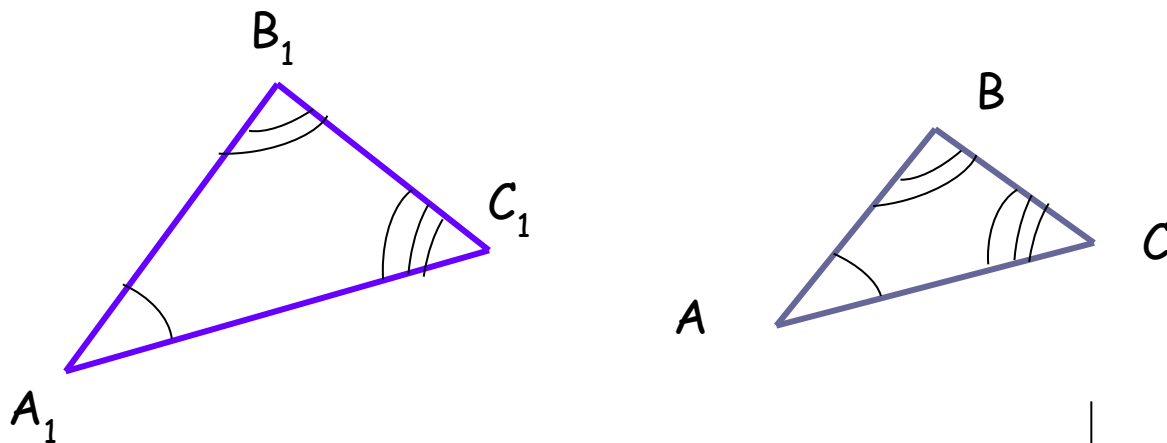
$\triangle ABK$ и $\triangle ACK$ имеют общую высоту AH, значит, $\frac{S_{ABK}}{S_{ACK}} = \frac{BK}{KC}$

Следовательно, $\frac{BK}{AB} = \frac{KC}{AC}$



Подобные треугольники

Определение: треугольники называются подобными, если углы одного треугольника равны углам другого треугольника и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



$$\angle A_1 = \angle A, \quad \angle B_1 = \angle B, \quad \angle C_1 = \angle C$$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k$$

$$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$$

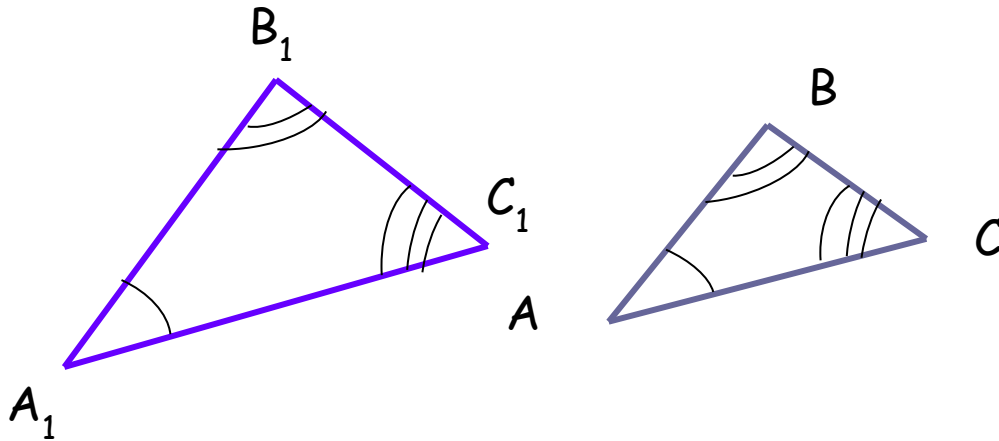
К – коэффициент подобия

Сходственными сторонами в подобных треугольниках называются стороны, лежащие против равных углов.



Подобные треугольники

Нужное свойство:

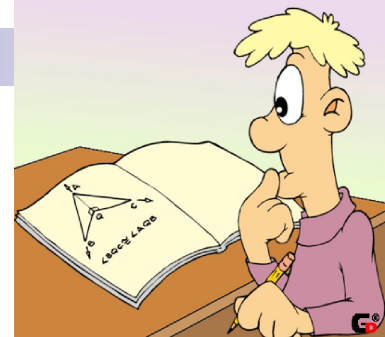


$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$,
K – коэффициент подобия

$$\angle A_1 = \angle A, \angle B_1 = \angle B, \angle C_1 = \angle C,$$
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{1}{k}$$

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$,
 $\frac{1}{k}$ – коэффициент подобия

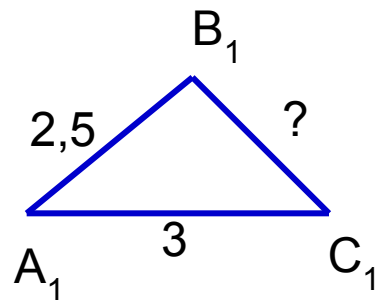
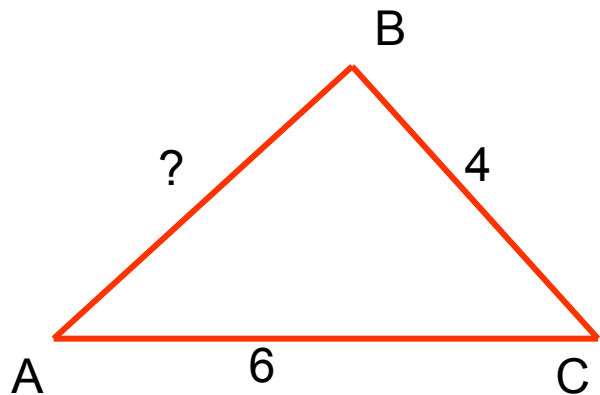
Реши задачи



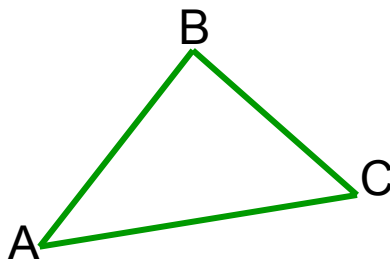
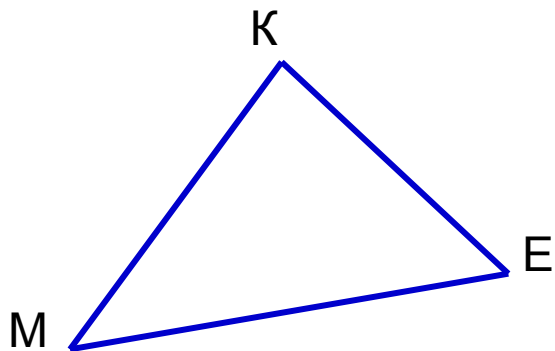
1. Найти стороны $\triangle A_1B_1C_1$, подобного $\triangle ABC$, если $AB = 6$, $BC = 12$, $AC = 9$ и $k = 3$.

2. Найти стороны $\triangle A_1B_1C_1$, подобного $\triangle ABC$, если $AB = 6$, $BC = 12$, $AC = 9$ и $k = 1/3$.

3. По данным на чертеже найти стороны AB и B_1C_1 подобных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$:



Теорема 1. **Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.**



Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

K – коэффициент подобия.

Доказать: $P_{MKE} : P_{ABC} = k$

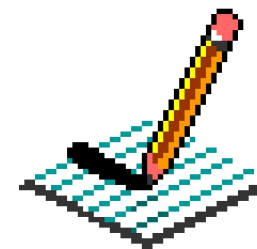
Доказательство:

Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

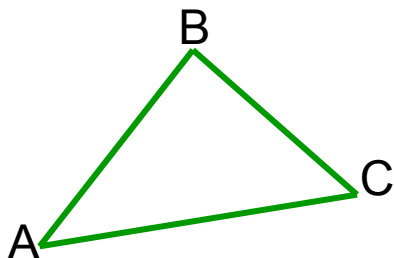
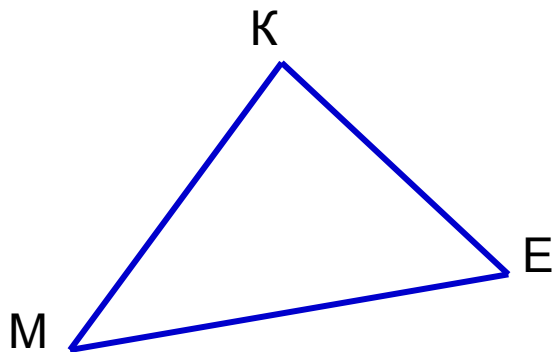
$$\frac{MK}{AB} = \frac{KE}{BC} = \frac{ME}{AC} = k, \quad \text{Значит, } MK = k \cdot AB, \quad KE = k \cdot BC, \quad ME = k \cdot AC.$$

$$P_{MKE} = MK + KE + ME = k \cdot AB + k \cdot BC + k \cdot AC = k \cdot (AB + BC + AC) = k \cdot P_{ABC}.$$

Значит, $P_{MKE} : P_{ABC} = k$.



Теорема 2. **Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.**



Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

k – коэффициент подобия.

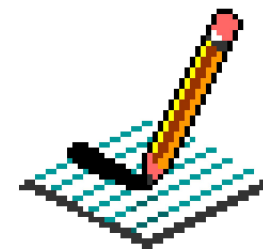
Доказать: $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$

Доказательство:

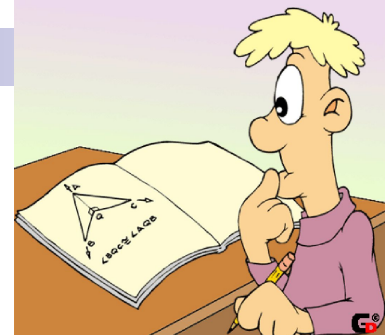
Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

$$\angle M = \angle A, \quad \frac{MK}{AB} = \frac{ME}{AC} = k, \quad \text{значит, } MK = k \cdot AB, \quad ME = k \cdot AC.$$

$$\frac{S_{MKE}}{S_{ABC}} = \frac{MK \cdot ME}{AB \cdot AC} = \frac{k \cdot AB \cdot k \cdot AC}{AB \cdot AC} = k^2$$



Реши задачи



1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Периметр второго треугольника равен 12 см. Чему равен периметр первого треугольника ?

24 см

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 9 см и 3 см. Площадь второго треугольника равна 9 см^2 . Чему равна площадь первого треугольника ?

81 см^2

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 5 см и 10 см. Площадь второго треугольника равна 32 см^2 . Чему равна площадь первого треугольника ?

8 см^2

4. Площади двух подобных треугольников равны 12 см^2 и 48 см^2 . Одна из сторон первого треугольника равна 4 см. Чему равна сходственная сторона второго треугольника ?

8 см



Решение задачи



Площади двух подобных треугольников равны 50 дм^2 и 32 дм^2 , сумма их периметров равна 117 дм . Найдите периметр каждого треугольника.

Дано: $\triangle ABC$, $\triangle PEK$ подобны, $S_{ABC} = 50 \text{ дм}^2$, $S_{PEK} = 32 \text{ дм}^2$,
 $P_{ABC} + P_{PEK} = 117 \text{ дм}$.

Найти: P_{ABC} , P_{PEK}

Решение:

Т. к. по условию треугольники ABC и PEK подобны, то:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{PEK}} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16} = K^2. \quad \text{Значит, } k = \frac{5}{4}$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = K, \quad \frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = \frac{5}{4} = 1,25 \quad \text{Значит, } P_{ABC} = 1,25 P_{PEK}$$

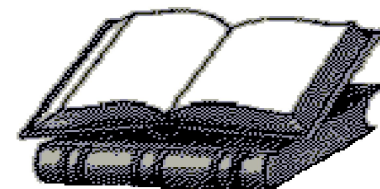
Пусть $P_{PEK} = x \text{ дм}$, тогда $P_{ABC} = 1,25 x \text{ дм}$

Т. к. по условию $P_{ABC} + P_{PEK} = 117 \text{ дм}$, то $1,25 x + x = 117$, $x = 52$.

Значит, $P_{PEK} = 52 \text{ дм}$, $P_{ABC} = 117 - 52 = 65 \text{ (дм)}$. Ответ: 65 дм , 52 дм .



« Математику уже затем учить следует,
что она ум в порядок приводит»



М. В. Ломоносов

Желаю успехов в учёбе!

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.

