
▶ $2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$

▶ $2 \sin^2 x - 5 \cos x - 5 = 0$

▶ $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x - 4 = 0$

▶ $4 \sin x + 3 \cos x = 0$

▶ $\sin^2 x - 5 \sin x \cdot \cos x + 6 \cos^2 x = 0$

▶ $1 + \cos x + \cos 2x = 0$

▶ $\cos x - \sin 2x = 0$

▶ $\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x = 0$

▶ $4 \cos^2 x - 1 = 0$

?

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$



$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

Уравнение

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$

квадратное

относительно "sin x"

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$

$$2 t^2 + 3 t - 2 = 0$$

a b c

$$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$$

$$t_{1,2} = (-3 \pm \sqrt{25}) / 4$$

$$t_1 = -2$$

$$t_2 = 1/2$$

$$\sin x = -2$$

$$\sin x = 1/2$$

Нет корней

$$x = (-1)^k \cdot \pi / 6 + \pi k$$

Ответ:

$$x = (-1)^k \cdot \pi / 6 + \pi k,$$

Пусть $\sin x = t$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$t_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$$

$$\sin x = a \quad (|a| \leq 1)$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

?

$$2 \sin^2 x - 5 \cos x - 5 = 0$$

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$

Если в уравнении встречаются разные тригонометрические функции, то надо попытаться их заменить на какую-нибудь одну, используя тригонометрические тождества.

Каким тригонометрическим тождеством связаны **синус** и **косинус** одного и того же аргумента?

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$2 \sin^2 x - 5 \cos x - 5 = 0$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$2(1 - \cos^2 x) - 5 \cos x - 5 = 0$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$2 - 2 \cos^2 x - 5 \cos x - 5 = 0$$

$$-2 \cos^2 x - 5 \cos x - 3 = 0$$

$$2 \cos^2 x + 5 \cos x + 3 = 0$$

$$2t^2 + 5t + 3 = 0$$

a **b** **c**

Пусть $\cos x = t$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

$$D = b^2 - 4ac$$
$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = -3/2$$

$$t_2 = -1$$

$$\cos x = -3/2$$

$$\cos x = -1$$

$\cos x = a$ ($|a| \leq 1$)
при $a = -1$
частный случай

Нет корней

$$x = \pi + 2\pi k$$

Ответ: $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$





$$\underline{\text{tg } x} + 3 \underline{\text{ctg } x} - 4 = 0$$

Если в уравнении встречаются разные тригонометрические функции, то надо попытаться их заменить на какую-нибудь одну, используя тригонометрические тождества.

*Каким тригонометрическим тождеством связаны **тангенс** и **котангенс** одного и того же аргумента?*

$$\text{tg } x \cdot \text{ctg } x = 1$$

$$\text{tg } x + 3 \text{ ctg } x - 4 = 0$$

$$\text{tg } x \cdot \text{ctg } x = 1$$

$$\text{tg } x + 3 \cdot \frac{1}{\text{tg } x} - 4 = 0$$

$$\text{ctg } x = 1 / \text{tg } x$$

$$t + 3/t - 4 = 0 \quad | \cdot t$$

Пусть $\text{tg } x = t$

$$t^2 + 3 - 4t = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

a b c

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = 3$$

$\text{tg } x = a$ (a-любое число)

$$\text{tg } x = 1$$

$$\text{tg } x = 3$$

$$x = \text{arctg } a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi/4 + \pi n$$

$$x = \text{arctg } 3 + \pi k$$

Ответ: $x = \pi/4 + \pi n$; $x = \text{arctg } 3 + \pi k$; $k, n \in \mathbb{Z}$



$$4 \sin x + 3 \cos x = 0$$



Это уравнение однородное
1 - ой степени
относительно $\sin x$ и $\cos x$

Уравнение, в
котором каждое
слагаемое
имеет одну и ту же
степень называется
однородным



Уравнение решается путём деления
обеих его частей на старшую
степень косинуса, то есть на
 $\cos x \neq 0$

В результате получается
уравнение вида

$$A \operatorname{tg} x + B = 0$$

$$4 \sin x + 3 \cos x = 0$$

$$| : \cos x \neq 0$$



$$4 \frac{\sin x}{\cos x} + 3 \frac{\cos x}{\cos x} = 0$$

$$\text{tg } x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$4 \text{tg } x + 3 = 0$$

$$4 \text{tg } x = -3$$

$$\text{tg } x = -3 / 4$$

$$\underline{a x + b = 0}$$

$$a x = -b$$

$$x = -b / a$$

$$\text{tg } x = a \text{ (} a \text{-любое число)}$$

$$x = \text{arctg}(-3 / 4) + \pi k$$

$$x = \text{arctg } a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

ОТВЕТ: $x = \text{arctg}(-3/4) + \pi k; k \in \mathbb{Z}$



$$\sin^2 x - 5 \sin x \cdot \cos x + 6 \cos^2 x = 0$$



Это уравнение однородное
2 - ой степени
относительно $\sin x$ и $\cos x$

Уравнение, в котором каждое слагаемое имеет одну и ту же степень называется **однородным**



Уравнение решается путём деления обеих его частей на старшую степень косинуса, то есть на $\cos^2 x \neq 0$

В результате получается уравнение вида

$$A \operatorname{tg}^2 x + B \operatorname{tg} x + C = 0$$



$$\sin^2 x - 5 \sin x \cdot \cos x + 6 \cos^2 x = 0 \quad | : \cos^2 x \neq 0$$

$$\sin^2 x / \cos^2 x - (5 \sin x \cdot \cos x) / \cos^2 x + 6 \cos^2 x / \cos^2 x = 0$$

$$\operatorname{tg}^2 x - 5 \operatorname{tg} x + 6 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = \sin x / \cos x$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

Пусть $\operatorname{tg} x = t$

a b c

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$$

$$t_1 = 2$$

$$t_2 = 3$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\operatorname{tg} x = 2$$

$$\operatorname{tg} x = 3$$

$$\operatorname{tg} x = a \text{ (a-любое число)}$$

$$x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k$$

$$x = \operatorname{arctg} 3 + \pi n$$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k; x = \operatorname{arctg} 3 + \pi n; k, n \in \mathbb{Z}$$



$$1 + \cos x + \cos 2x = 0$$

Это уравнение
решается с
помощью одной из
формул
тригонометрии:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

В некоторых
тригонометрических
уравнениях
предварительно
требуется преобразовать
выражение с помощью
формул тригонометрии:

- основных
тригонометрических
тождеств,
- сложения,
- двойного аргумента



В результате получается уравнение с одной функцией
одного и того же аргумента

$$1 + \cos x + \underline{\cos 2x} = 0$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$1 + \cos x + \underline{2 \cos^2 x - 1} = 0$$

$$\cos x + 2 \cos^2 x = 0$$

$\cos x$ - общий множитель

$$\cos x(1 + 2 \cos x) = 0$$

Произведение равно «0»,
если

$$\cos x = 0$$

$$1 + 2 \cos x = 0$$

$$\cos x = a \quad (|a| \leq 1)$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi/2 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1/2$$

$$x = \pm$$

$$x = \pm 2\pi/3 + 2\pi k$$

Ответ: $x = \pi/2 + \pi n; \pm 2\pi/3 + 2\pi k, \quad k, n \in \mathbb{Z}$



$$\cos x + \sin 2x = 0$$



Это уравнение
решается с помощью
формулы
тригонометрии:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

В некоторых
тригонометрических
уравнениях
предварительно
требуется преобразовать
выражение с помощью
формул тригонометрии:

- основных
тригонометрических
тождеств,
- сложения,
- двойного аргумента



В результате получается уравнение, которое решается
путём вынесения общего множителя за скобки

$$\cos x - \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos x - 2 \sin x \cdot \cos x = 0$$

$$\cos x(1 - 2 \sin x) = 0$$

$\cos x$ - общий множитель

Произведение равно «0»,
если

$$\cos x = 0$$

$$1 - 2 \sin x = 0$$

$$x = \pi/2 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1/2$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin 1/2 + \pi k$$

$$\sin x = a \quad (|a| \leq 1)$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \cdot \pi/6 + \pi k$$

Ответ: $x = \pi/2 + \pi n; (-1)^k \cdot \pi/6 + \pi k, \quad k, n \in \mathbb{Z}$



$$\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x = 0$$



**Это уравнение решается
путём вынесения общего
множителя за скобки**



**В результате разность
тригонометрических функций
преобразуется в произведение,
которое по условию равно «0»**



$$\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x = 0$$

$\operatorname{tg} x$ - общий множитель

$$\operatorname{tg} x (\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} x - 3) = 0$$

Произведение равно «0», если

$$\operatorname{tg} x = 0$$

$$\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} x - 3 = 0$$

$$x = \operatorname{arctg} 0 + \pi k$$

$$\operatorname{tg} x = 3/\sqrt{3}$$

$\operatorname{tg} x = a$ (a-любое число)

$$x = \pi n, \\ n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$$

$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, \\ k \in \mathbb{Z}$

$$x = \operatorname{arctg}$$

$$x = \pi/3 + \pi k$$

Ответ: $x = \pi n; \pi/3 + \pi k, k, n \in \mathbb{Z}$



$$4 \cos^2 x - 1 = 0$$



**Это уравнение решается
путём разложения
выражения на
множители**



**В результате выражение в левой
части уравнения преобразуется в
произведение,
которое по условию равно «0»**



$$4 \cos^2 x - 1 = 0$$

$$(2 \cos x - 1)(2 \cos x + 1) = 0$$



$$2 \cos x - 1 = 0$$

$$2 \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = 1/2$$

$$\cos x = -1/2$$

$$x = \pm \arccos 1/2 + 2\pi n$$

$$x = \pm \arccos(-1/2) + 2\pi k$$

$$x = \pm \pi / 3 + 2\pi n$$

$$x = \pm 2\pi / 3 + 2\pi k$$

Произведение равно «0», если

$$\cos x = a$$

(a-любое число)

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \pm \pi / 3 + 2\pi n; \pm 2\pi / 3 + 2\pi k, \quad k, n \in \mathbb{Z}$