Комбинаторика

Комбинаторика
раздел математики, посвящённый решению задач выбора и расположения элементов в соответствии с данными условиями.

Термин «комбинаторика» происходит от латинского слова «combina», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».

Термин «комбинаторика» был введён в математический обиход немецким философом, математиком Лейбницем, который в 1666 году опубликовал свой труд «Рассуждения о комбинаторном искусстве».

- **Комбинаторными задачами принято называть задачи, в которых необходимо подсчитать, сколькими способами можно осуществить то или иное требование, выполнить какое-либо условие, сделать тот или иной выбор.**

Перестановки. Число перестановок

- Установленный в конечном множестве порядок называется **перестановкой** его элементов

Число перестановок элементов конечного множества зависит только от числа элементов, для множества из n элементов это число обозначают P_n

$$P_n = n!$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$$

ВЫЧИСЛИТЕ

- $(7!-5!) : 6! = 5!(6\cdot7 - 1) : 5!\cdot6 = 41 : 6$
- $2! + 4! = 2\cdot1 + 4\cdot3\cdot2\cdot1 = 26$
- $3!x = 24$

$x = 24 : 3!$
$x = 24 : 6$
$x = 4$

<u>Задачи</u>

1) Сколькими способами можно расставить в ряд 7 книг на одной полке.

<u>Решение</u>: 7!= 5040 способами

2) Из цифр 0, 2, 4, 6, 8 составить пятизначные числа. При этом в записи каждого из этих чисел каждая цифра встречается только один раз.

<u>Решение:</u> 5! - 4! = 96 пятизначных чисел.

3) Учитель дал 4 ученикам вопросы для ответа у доски. Сколько существует способов для выбора порядка, в котором они будут отвечать?

<u>Решение:</u> 4! = 24 способов

4) Ученик за каникулы должен прочитать 5 книг. Сколько существует способов для выбора порядка, в котором он будет читать эти книги.

<u>Решение:</u> 5! = 120 способов

Размещения. Число размещений

- **Множество вместе с заданным порядком расположения его элементов называют упорядоченным множеством. Упорядоченное множества записывают, располагая в круглых скобках его элементов в заданном порядке. Например, (А, Б, В)- упорядоченное множество с первым элементом А, вторым элементом Б и третьим элементом В.**
- **Конечные упорядоченные множества называют размещениями. Число размещений m элементов в каждом составленных из данных n элементов, обозначают через**

A_n^m

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$0 \le m \le n$$

$$0! = 1$$

Задачи

1) Трех человек на три различные должности из восьми кандидатов

Решение: Эти должности можно выбрать можно выбрать следующими способами:

$$A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$$

2) Группа учащихся изучает 7 учебных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день недели должно быть 4 различных урока.

Решение:

$$A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$$

Сочетания.
Число сочетаний.

- В комбинаторике конечные множества называют сочетаниями.
- Число сочетаний из n по m (т.е. подмножеств по m элементов в каждом, содержится в множестве из n элементов) обозначается через C_n^m

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$$

Задачи

1) Из 8 шахматистов нужно составить команду, в которую входили бы 3 человека. Сколько способов существует?

Решение: $C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot (8-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56$

2) Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?

Решение:

$$C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 120$$

Реши:

1) Сколько различных двузначных чисел можно образовать из цифр 1,2, 3, 4 при условии, что в каждом числе нет одинаковых цифр?

2) Сколько различных двузначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4?

3) Сколько различных перестановок можно образовать из букв слова зебра?

Ответы:

1) $A_4^2=\frac{4!}{(4-2)!}=12$

2) $A_4^2+4=12+4=16$

3) 120

Комбинаторика

- Правило сложения
- Правило умножения

Правило суммы

- **Если пересечение конечных множеств А и В пусто, то число элементов в их объединении равно сумме чисел элементов множеств А и В :**

$$n\left(A \cup B\right) = n(a) + n(B)$$

Задача №1.

- На одной полке книжного шкафа стоит 30 различных книг, а на другой – 40 различных книг (не такие как на первой). Сколькими способами можно выбрать одну книгу.
- **Решение:**

$03 + 40 = 70$ (**способами**).

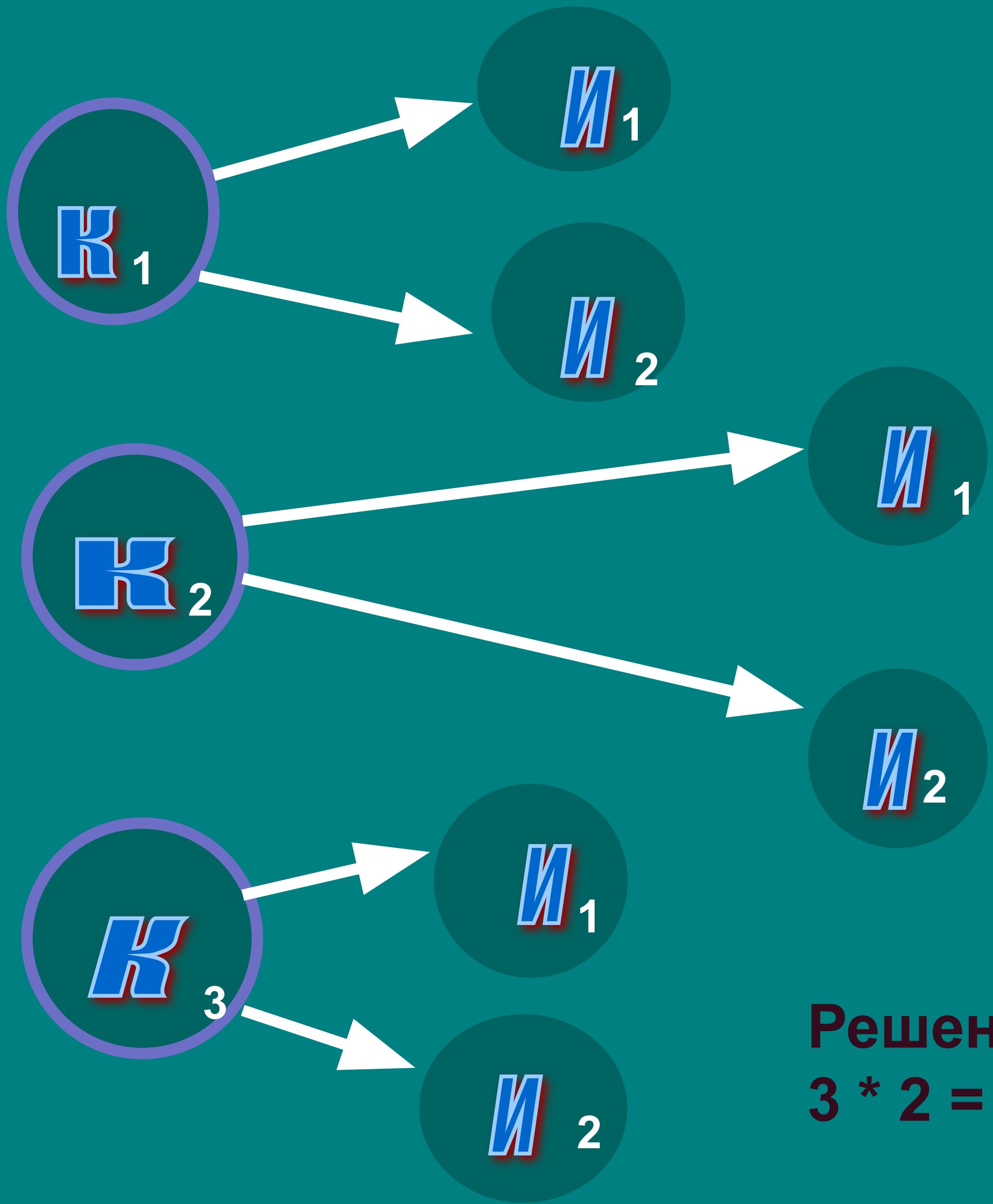
Правило умножения.

- Если множества А и В конечны, то число N возможных пар (а; в), где а из А, в из В равно произведению чисел элементов этих множеств:

$$N = n(A) * n(B)$$

Задача № 2

Пусть существует три кандидата на пост командира и 2 на пост инженера. Сколькими способами можно сформировать экипаж корабля, состоящий из командира и инженера?



Решение:
3 * 2 = 6 (способ).

У Куклы Светланы 3 юбки и 5 кофт, удачно сочетающихся по цвету. Сколько различных комбинаций одежды имеется у Светланы?

Решение. **3·5 = 15**

О

Учу, уроки, я.

Сколько всевозможных предложений получится из этих слов?

Не спеши, подумай.
Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0,1,2,4,5,9?

	0	2	4
1	10	12	14
2	20	22	24
4	40	42	44
5	50	52	54
9	90	92	94