



Направление подготовки 31.05.01 Лечебное дело (врач лечебник)

Учебный План утвержден решениями Ученого совета НГМУ
Протокол №3 от 17.04.2018 г.:

Учебная дисциплина Б1.Б.11 МАТЕМАТИКА

(Примечание: См. Вид-Страница заметок к слайду)



**КАФЕДРА
МАТЕМАТИКИ**
НГМУ



ЛЕКЦИОННОЕ ЗАНЯТИЕ

Тема:

Введение в теорию вероятностей.

Логические операции над множествами.

Элементы комбинаторики.

Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления.



**КАФЕДРА
МАТЕМАТИКИ**



МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

(лекционные занятия)

Раздел 1. Теория вероятностей

8 час

- | | | |
|---|---|-------|
| 1 | Тема-1.1 Введение в теорию вероятностей. Логические операции над множествами. Элементы комбинаторики. Вероятность события -определения, основные свойства и формулы вычисления. | 2 час |
| 2 | Тема-1.2 Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формула Байеса. Формула Бернулли и формула Пуассона. | 2 час |
| 3 | Тема-1.3 Случайные величины и их числовые характеристики. Основные законы распределения дискретных случайных величин. | 2 час |
| 4 | Тема-1.4 Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики. Основные законы распределения непрерывных случайных величин. Правило трех сигм. | 2 час |

Раздел 2. Математическая статистика

4 час

- | | | |
|---|---|-------|
| 5 | Тема-2.1 Основные понятия математической статистики. Статистические оценки параметров распределения. | 2 час |
| 6 | Тема-2.2 Основные понятия теории статистических гипотез. Проверка статистических гипотез. Основы теории корреляции. | 2 час |





Тема - 1.1

План лекционного занятия

(лекционное занятие)

Введение в теорию вероятностей

- | | | |
|---|--|--------|
| 1 | <ul style="list-style-type: none">• Предмет теории вероятностей, цель и задачи.• Краткая историческая справка. Основатели теории вероятностей.• Вклад российских математиков в развитие теории вероятностей.• Области применения теории вероятностей. | 15 мин |
|---|--|--------|

Логические операции над множествами

- | | | |
|---|--|--------|
| 2 | <ul style="list-style-type: none">• Множества, их элементы и выборки элементов• Инверсия (отрицание) и дополнение• Объединение (сложение, дизъюнкция) и пересечение (умножение, конъюнкция)• Разность (вычитание) и симметрическая разность | 15 мин |
|---|--|--------|

Элементы комбинаторики

- | | | |
|---|--|--------|
| 3 | <ul style="list-style-type: none">• Соединения, их классификация - перестановки, размещения, сочетания• Перестановки• Размещения• Сочетания | 30 мин |
|---|--|--------|

Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления

- | | | |
|---|--|--------|
| 4 | <ul style="list-style-type: none">• Случайные события – основные определения• Классическое определение вероятности• Геометрическое определение вероятности• Относительная частота события, статистическая вероятность• Аксиоматическое определение вероятности | 30 мин |
|---|--|--------|





1. Введение в теорию вероятностей :

- Предмет теории вероятностей , цель и задачи

Предметом теории вероятностей (одного из разделов математики) являются закономерности, свойственные множественным однотипным случайным явлениям (экспериментам).

Цель применения вероятностных методов в исследованиях в том, чтобы минуя слишком сложное (зачастую практически невозможное) изучение отдельного явления (эксперимента), результаты которого обусловлены большим количеством влияющих факторов, обратиться к закономерностям, присущим множествам подобных однотипных случайных явлений.

Задачи использования вероятностных методов заключаются в том, чтобы сделать научный прогноз (определить количественную меру возможности появления ожидаемого события) в предметной области изучаемых случайных явлений (проводимых экспериментах) и целенаправленно влиять на их ход, контролировать и ограничивать сферу действия случайностей (случайных факторов), снижать их влияние на результат экспериментов.



1. Введение в теорию вероятностей :

- Краткая историческая справка.

Основоположники теории вероятностей.



Блез Паскаль
(*Blaise Pascal*)
1623-1662
Франция



Пьер Ферма
(*Pierre de Fermat*)
1601-1665
Франция



Христиан Гюйгенс
(*Christiaan Huygens*)
1629-1695
Голландия



Якоб Бернулли
(*Jakob Bernoulli*)
1655-1705
Швейцария



Пьер-Симон Лаплас
(*Pierre-Simon de Laplace*)
1749-1827
Франция

Первые научные работы Б. Паскаля, П. Ферма и Х. Гюйнеса по теории вероятностей, которые позднее развил Я. Бернулли, появились в связи с анализом закономерностей при игре в кости.

П-С. Лаплас придал теории вероятностей практически законченный вид.





1. Введение в теорию вероятностей :

- Вклад российских математиков в развитие теории вероятностей.



П.Л. Чебышев
1821-1894



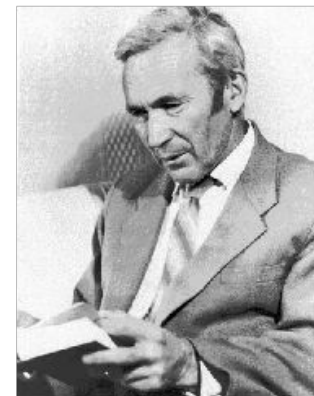
А.М. Ляпунов
1857-1918



А.А. Марков
1856-1922



С.Н. Бернштейн
1880-1968



А.Н. Колмогоров
1903-1987

П.Л. Чебышев и его ученики А.М. Ляпунов и А.А. Марков поставили и решили ряд общих задач в теории вероятностей, обобщающих теоремы Бернулли и Лапласа.

Труды С.Н. Бернштейна и А.Н. Колмогорова позволили теории вероятностей приобрести строгий математический вид. Теория вероятностей стала окончательно восприниматься как один из разделов математики.



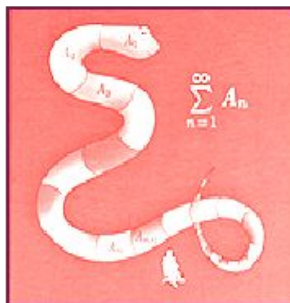
1. Введение в теорию вероятностей :

- Области применения теории вероятностей.

Внедрение методов теории вероятностей в сферы практической деятельности началось в 20 веке.



Сельское хозяйство, биометрия (начало XX в. Англия)



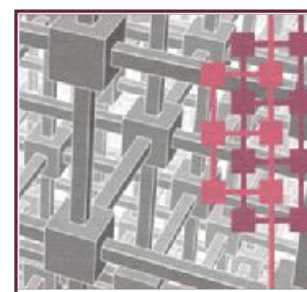
Медицина и фармакология



Биология и биоинформатика



Астрономия, физика и астрофизика



Надежность технических систем



Прикладная статистика и другие



С середины 1980-х годов возникла возможность широкого использования компьютеров - фактор, революционизировавший применение всех приложений теории вероятностей.

Методом прямых вычислительных экспериментов на математических моделях стало возможно получать результаты, которые ранее были недоступны – thinking of unthinkable.





Тема - 1.1

План лекционного занятия

(лекционное занятие)

Введение в теорию вероятностей

- | | | |
|---|--|--------|
| 1 | <ul style="list-style-type: none">• Предмет теории вероятностей, цель и задачи.• Краткая историческая справка. Основатели теории вероятностей.• Вклад российских математиков в развитие теории вероятностей.• Области применения теории вероятностей. | 15 мин |
|---|--|--------|

Логические операции над множествами

- | | | |
|---|--|--------|
| 2 | <ul style="list-style-type: none">• Множества, их элементы и выборки элементов• Инверсия (отрицание) и дополнение• Объединение (сложение, дизъюнкция) и пересечение (умножение, конъюнкция)• Разность (вычитание) и симметрическая разность | 15 мин |
|---|--|--------|

Элементы комбинаторики

- | | | |
|---|--|--------|
| 3 | <ul style="list-style-type: none">• Соединения, их классификация - перестановки, размещения, сочетания• Перестановки• Размещения• Сочетания | 30 мин |
|---|--|--------|

Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления

- | | | |
|---|--|--------|
| 4 | <ul style="list-style-type: none">• Случайные события – основные определения• Классическое определение вероятности• Геометрическое определение вероятности• Относительная частота события, статистическая вероятность• Аксиоматическое определение вероятности | 30 мин |
|---|--|--------|





2. Логические операции над множествами:

• Множества, их элементы и выборки элементов

Множество – это совокупность любых объектов (элементов, обозначаемых малыми латинскими буквами) материальных или абстрактных (мысленных), которые понимаются как единое целое и обозначаются большими латинскими буквами.

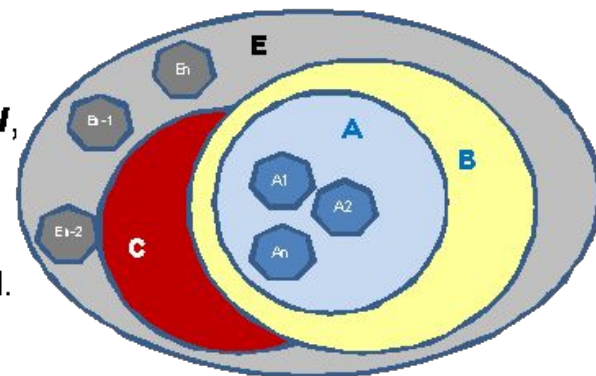
Принадлежность элементов к множеству записывается как: $a_n \in A$;

Множество состоит из всех его **элементов**: $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$
и/или подмножеств $E = \{A, B, C, \dots, e_1, e_2, \dots, e_n\}$

Включенность **подмножества** в множество записывается как: $A \subset B \subset E$;

Правило суммы: Если из заданного множества **E** некоторый **элемент** e_1 может быть выбран **(m) способами**, а другой **элемент** e_2 может быть выбран **(n) способами**, то выбрать **либо** e_1 , **либо** e_2 можно **(m+n) способами**.

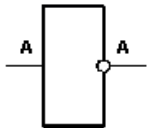
Правило произведения: Если из заданного множества **E** некоторый **элемент** e_1 может быть выбран **(m) способами**, и после каждого такого выбора другой **элемент** e_2 может быть выбран **(n) способами**, то пара элементов (e_1, e_2) в указанном порядке может быть выбрана **(m n) способами**.





2. Логические операции над множествами:

• Инверсия (отрицание) и дополнение

Название логической операции	Обозначение, символьная запись	Таблица истинности	Диаграмма Эйлера	Логический элемент цифровой схемы
Инверсия, отрицание множества A	A	$A = 1; A = 0$ $A = 0; A = 1$		

Если множество A есть единое целое, содержащее все его элементы ($A=1$), тогда множество A есть пустое множество ($A=0$) и не содержит никаких элементов.

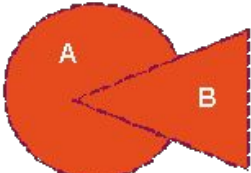
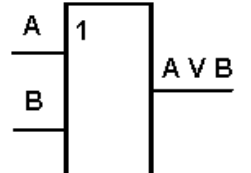
Название логической операции	Обозначение, символьная запись	Таблица истинности	Диаграмма Эйлера	Логический элемент цифровой схемы
Дополнение	A'	$A + A' = 1$ $1' = 0; 0' = 1$		

Если некое множество, представляет собой единое целое, и состоит из двух подмножеств A и A' , содержащих в себе все элементы единого множества ($A+A'=1$), то подмножество A' является дополнением подмножества A до единого целого.

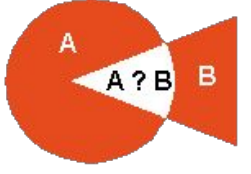
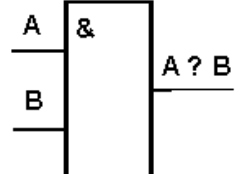


2. Логические операции над множествами:

- Объединение и пересечение

Название логической операции	Обозначение, символическая запись	Таблица истинности	Диаграмма Эйлера	Логический элемент цифровой схемы
Объединение (сложение, дизъюнкция)	$A \vee B$ $A \text{ or } B$ $A + B$	$0 \vee 0 = 0$ $0 \vee 1 = 1$ $1 \vee 0 = 1$ $1 \vee 1 = 1$	 $A \subset (A \vee B)$ $B \subset (A \vee B)$	

Элементами множества $(A \vee B)$ будут являться все элементы, которые принадлежат или подмножеству A , или подмножеству B , то есть образуют множество (фигуру), являющееся результатом объединения двух исходных подмножеств.

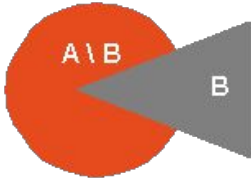
Название логической операции	Обозначение, символическая запись	Таблица истинности	Диаграмма Эйлера	Логический элемент цифровой схемы
Пересечение (умножение, конъюнкция)	$A \wedge B$ $A \text{ and } B$ $A \cdot B$	$0 \wedge 0 = 0$ $0 \wedge 1 = 0$ $1 \wedge 0 = 0$ $1 \wedge 1 = 1$	 $(A \wedge B) \subset A$ $(A \wedge B) \subset B$	

Элементами подмножества $(A \wedge B)$ будут являться только те элементы, которые одновременно принадлежат и множеству A , и множеству B , то есть образуют подмножество (фигуру), являющееся результатом пересечения двух исходных множеств.

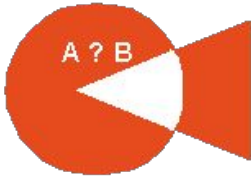


2. Логические операции над множествами:

• Разность и симметрическая разность

Название логической операции	Обозначение, символьная запись	Таблица истинности	Диаграмма Эйлера	Логический элемент цифровой схемы
Разность	$A \setminus B$	нет		нет

Элементами подмножества $(A \setminus B)$ будут являться те и только те элементы исходного множества A , которые одновременно не принадлежат множеству B .

Название логической операции	Обозначение, символьная запись	Таблица истинности	Диаграмма Эйлера	Логический элемент цифровой схемы
Симметрическая разность	$A \oplus B$	нет		нет

Элементами множества $A \oplus B$ будут являться те и только те элементы исходных множеств A или B , которые не принадлежат им одновременно.



Тема - 1.1

План лекционного занятия

(лекционное занятие)

Введение в теорию вероятностей

- | | | |
|---|--|--------|
| 1 | <ul style="list-style-type: none">• Предмет теории вероятностей, цель и задачи.• Краткая историческая справка. Основатели теории вероятностей.• Вклад российских математиков в развитие теории вероятностей.• Области применения теории вероятностей. | 15 мин |
|---|--|--------|

Логические операции над множествами

- | | | |
|---|--|--------|
| 2 | <ul style="list-style-type: none">• Множества, их элементы и выборки элементов• Инверсия (отрицание) и дополнение• Объединение (сложение, дизъюнкция) и пересечение (умножение, конъюнкция)• Разность (вычитание) и симметрическая разность | 15 мин |
|---|--|--------|

Элементы комбинаторики

- | | | |
|---|--|--------|
| 3 | <ul style="list-style-type: none">• Соединения, их классификация - перестановки, размещения, сочетания• Перестановки• Размещения• Сочетания | 30 мин |
|---|--|--------|

Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления

- | | | |
|---|--|--------|
| 4 | <ul style="list-style-type: none">• Случайные события – основные определения• Классическое определение вероятности• Геометрическое определение вероятности• Относительная частота события, статистическая вероятность• Аксиоматическое определение вероятности | 30 мин |
|---|--|--------|





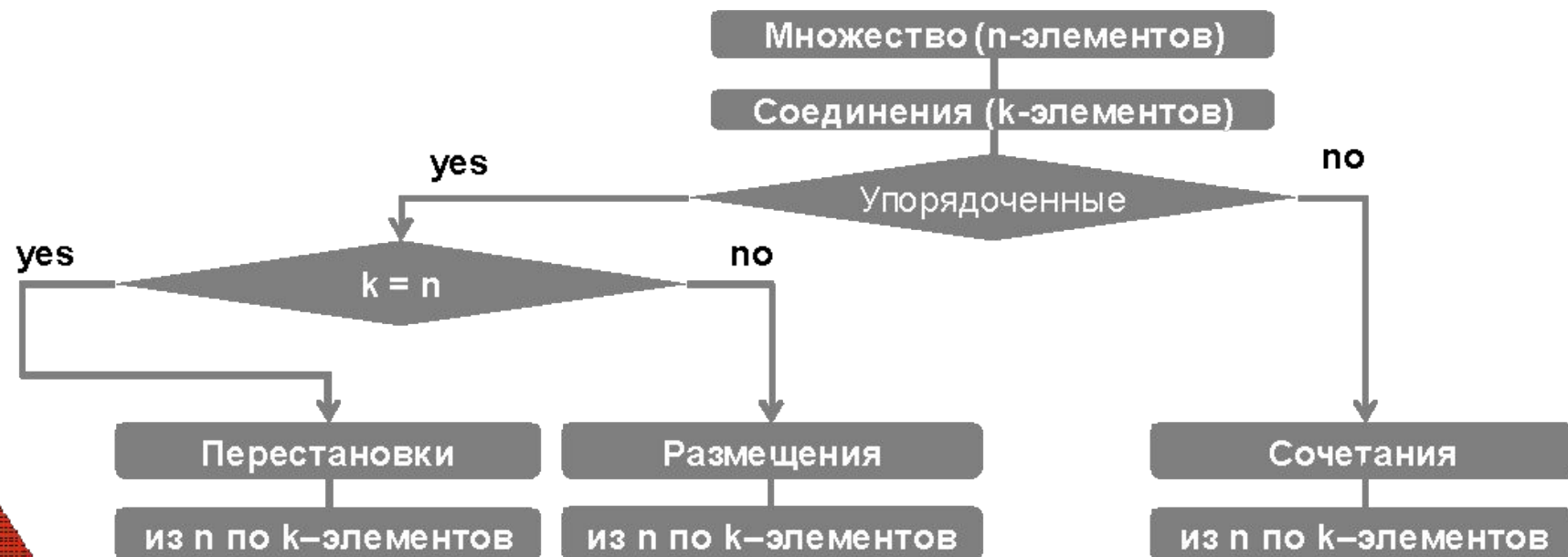
3. Элементы комбинаторики

• соединения, их классификация - перестановки, размещения, сочетания



Комбинаторика – раздел математики, изучающий различного рода **соединения** элементов в множестве: *перестановки, размещения, сочетания*.

Соединения – это выборки элементов из заданного множества, отличающиеся одна от другой или наборами элементов, или при одинаковых наборах, порядком расположения этих элементов в выборке.





3. Элементы комбинаторики

- перестановки

Перестановками (Permutation) P_n из множества **n** называются такие упорядоченные соединения из всех **n** – элементов заданного множества, которые отличаются друг от друга порядком расположения этих элементов.

Количество перестановок из всех **n** – элементов заданного множества определяется формулой:

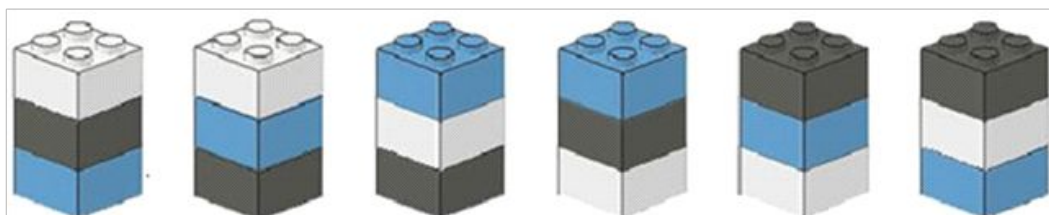
$$P_n = n!$$

где, «**n-факториал**» – это произведение всех натуральных чисел упорядоченного ряда от **n** до **1** включительно, определяемое по формуле:

$$n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 1, \text{ где } n > 2, \text{ причем } 1! = 1 \text{ также как } 0! = 1$$

Пример: количество перестановок из 3-х однотипных элементов равно шести.

$$P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$





3. Элементы комбинаторики

- размещения

Размещениями (Accommodation) A_n^k из n – элементов по k

заданного множества называются упорядоченные соединения по k – элементов в каждом, отличающиеся между собой либо набором элементов, либо их порядком.

Максимально возможное количество размещений из n – элементов по k определяется формулой:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

при $n = k$ количество размещений равно количеству перестановок.

Примечание :

техника сокращений

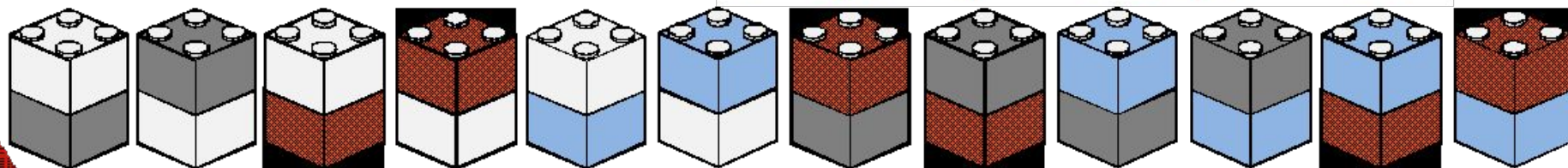
$$A_{10}^4 = \frac{10!}{6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} = 5040$$

Пример: максимальное количество размещений

по 2-элемента из 4-х однотипных

элементов равно двенадцати.

$$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 12$$





3. Элементы комбинаторики

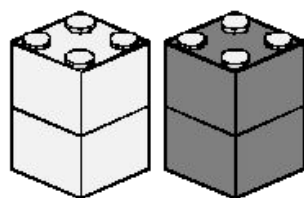
- размещения: размещения с повторениями

Размещениями с повторениями $\bar{A}_n^k$ из n – элементов по k заданного множества называются размещения, у которых в соединениях по k – элементов могут участвовать повторяющиеся элементы, при этом их порядок в соединениях равнозначен.

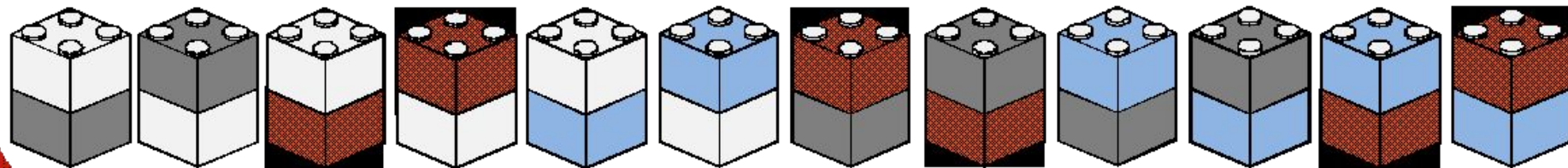
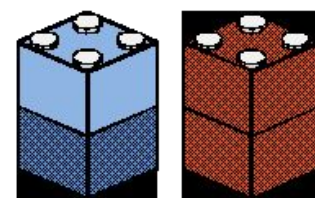
Максимально возможное количество размещений с повторениями из n – элементов по k определяется формулой:

$$\bar{A}_n^k = n^k$$

Пример: максимальное количество размещений с повторениями по 2-элемента из 4-х однотипных элементов равно шестнадцати.



$$\bar{A}_4^2 = 4^2 = 16$$





3. Элементы комбинаторики

• сочетания

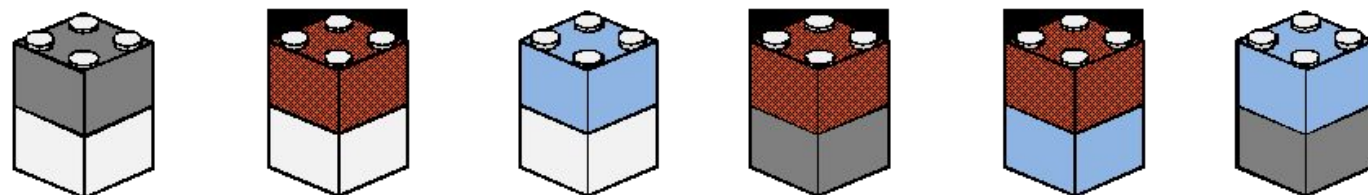
Сочетаниями (Combination) C_n^k из n – элементов по k заданного множества называются неупорядоченные соединения по k – элементов в каждом, отличающиеся между собой хотя бы одним элементом.

Максимально возможное количество сочетаний из n – элементов по k определяется формулой:

$$C_n^k = \frac{n!}{(n - k)! \times k!}$$

Пример: максимальное количество сочетаний по 2-элемента из 4-х однотипных элементов равно шести.

$$C_4^2 = \frac{4!}{(4 - 2)! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 6$$





3. Элементы комбинаторики

• сочетания: сочетания с повторениями

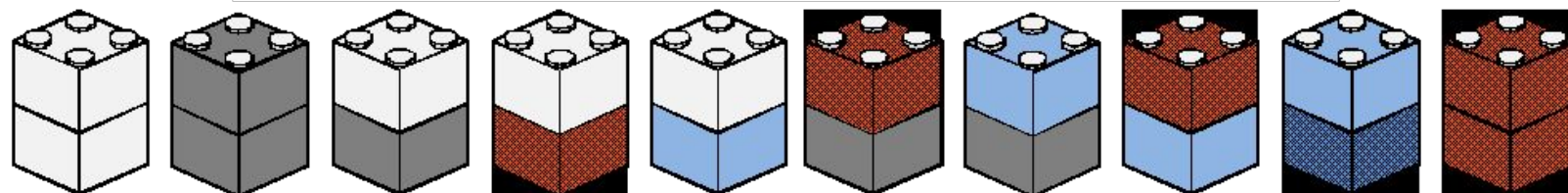
Сочетаниями с повторениями $\bar{C}_n^k$ из n – элементов по k заданного множества называются сочетания, которые могут содержать повторяющиеся элементы сколько угодно раз от 1 до k включительно, или не содержать их вовсе.

Максимально возможное количество сочетаний с повторениями из n – элементов по k определяется формулой:

$$\bar{C}_n^k = \frac{(n + k - 1)!}{(n - 1)! \times k!}$$

Пример: максимальное количество размещений с повторениями по 2-элемента из 4-х однотипных элементов равно десяти.

$$\bar{C}_4^2 = \frac{(4 + 2 - 1)!}{(4 - 1)! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 10$$



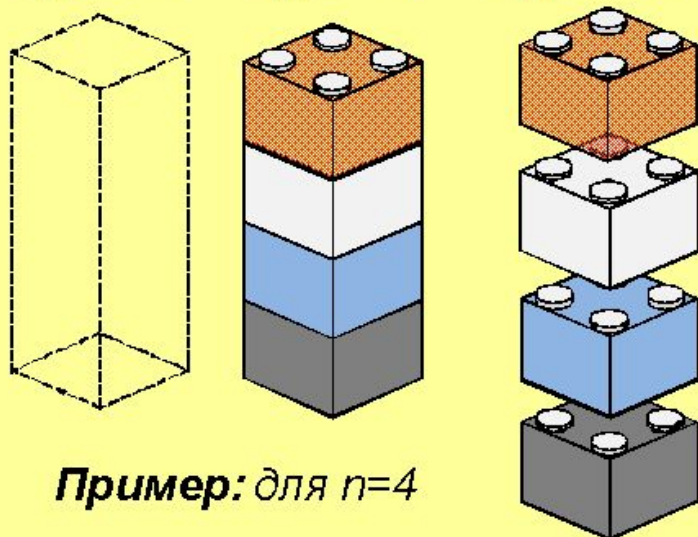


3. Элементы комбинаторики

• сочетания: количественные свойства сочетаний

Количественные свойства сочетаний

$$C_n^0 = 1 \quad C_n^n = 1 \quad C_n^1 = n$$

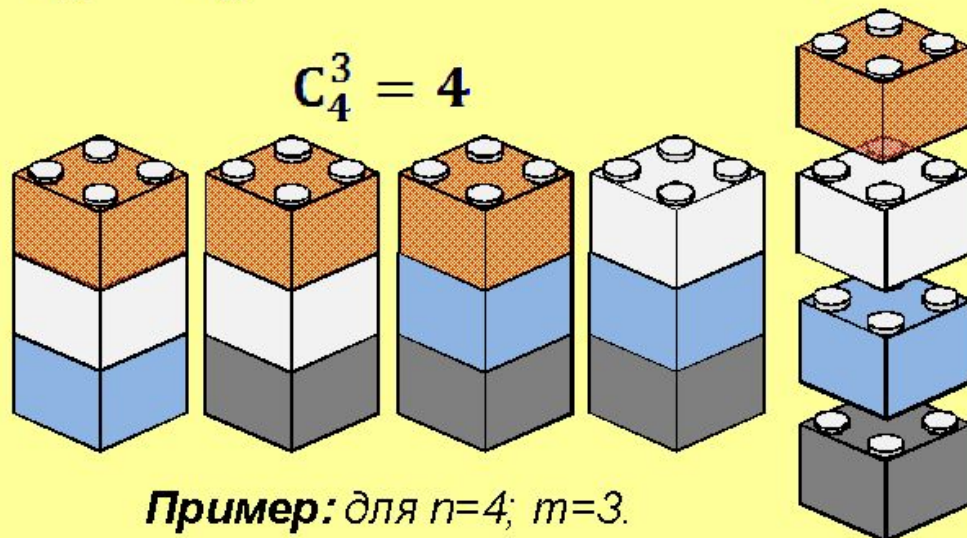


Пример: для $n=4$

$$C_n^m = C_n^{(n-m)}$$

$$C_4^{4-3} = 4$$

$$C_4^3 = 4$$



Пример: для $n=4$; $m=3$.

$$C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$$

$$C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16 = 2^4$$



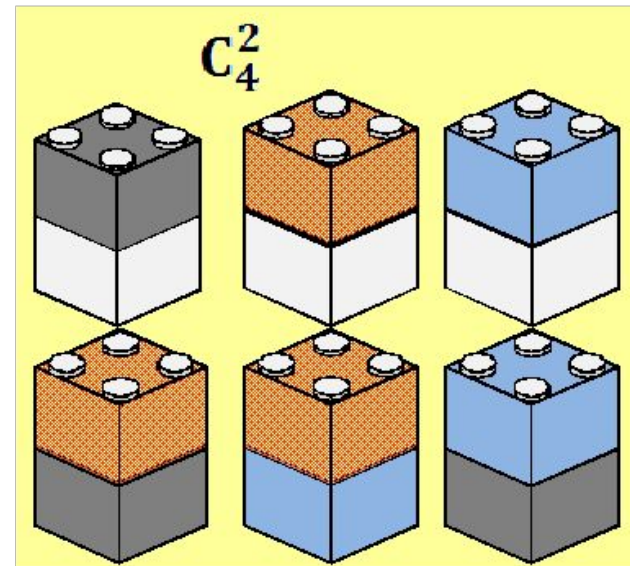
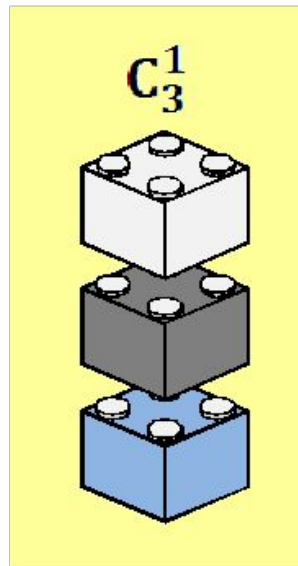
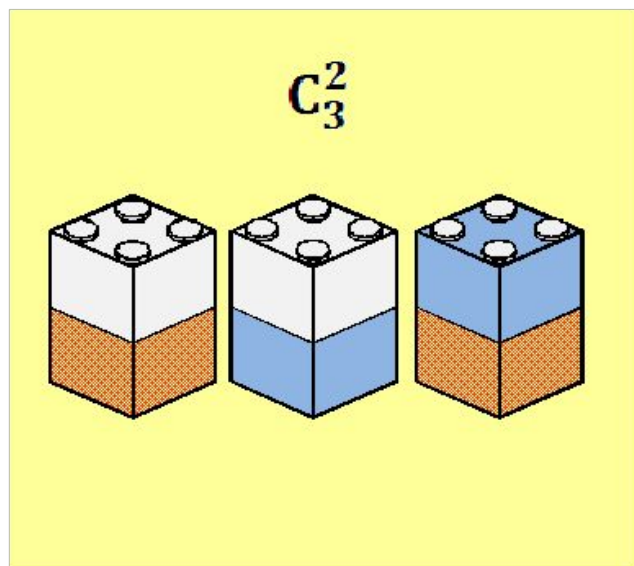
3. Элементы комбинаторики

• сочетания: количественные свойства сочетаний

Количественные свойства сочетаний

$$C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$$

Пример: $C_3^2 + C_3^1 = C_4^2$





Тема - 1.1

План лекционного занятия

(лекционное занятие)

Введение в теорию вероятностей

- | | | |
|---|--|--------|
| 1 | <ul style="list-style-type: none">• Предмет теории вероятностей, цель и задачи.• Краткая историческая справка. Основатели теории вероятностей.• Вклад российских математиков в развитие теории вероятностей.• Области применения теории вероятностей. | 15 мин |
|---|--|--------|

Логические операции над множествами

- | | | |
|---|--|--------|
| 2 | <ul style="list-style-type: none">• Множества, их элементы и выборки элементов• Инверсия (отрицание) и дополнение• Объединение (сложение, дизъюнкция) и пересечение (умножение, конъюнкция)• Разность (вычитание) и симметрическая разность | 15 мин |
|---|--|--------|

Элементы комбинаторики

- | | | |
|---|--|--------|
| 3 | <ul style="list-style-type: none">• Соединения, их классификация - перестановки, размещения, сочетания• Перестановки• Размещения• Сочетания | 30 мин |
|---|--|--------|

Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления

- | | | |
|---|--|--------|
| 4 | <ul style="list-style-type: none">• Случайные события – основные определения• Классическое определение вероятности• Геометрическое определение вероятности• Относительная частота события, статистическая вероятность• Аксиоматическое определение вероятности | 30 мин |
|---|--|--------|





4. Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления :

• случайные события - основные определения

Случайное событие – это результат эксперимента (при заданной совокупности условий **S**), состоящий в том, что ожидаемое единичное элементарное событие **A** может произойти или не произойти.

Вероятность случайного события $P(A)$ – это численная величина, отражающая меру того, что ожидаемое в результате эксперимента случайное событие произойдет.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Невозможное событие – это случайное событие **$P(O)$** , которое никогда не произойдет, как ожидаемое, в результате эксперимента. **$P(O) = 0$**

Достоверное событие – это случайное событие **$P(?)$** , которое обязательно произойдет, как ожидаемое, в результате эксперимента. **$P(?) = 1$**

Несовместные события – это события, когда появление одного из них, исключает появление других в одном и том же эксперименте.





4. Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления :

- Классическое определение вероятности

Вероятность (Probabilitas) события: классическое определение.

Вероятностью $P(A)$ события **A** называют отношение числа **m** благоприятствующих этому событию исходов к общему числу **n** всех единственных и равновозможных элементарных исходов эксперимента.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

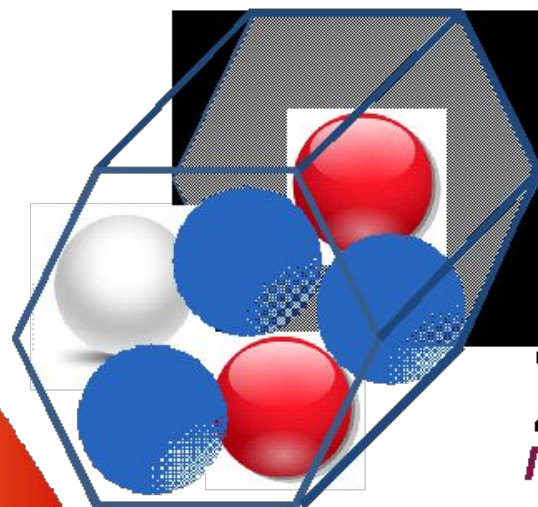
Пример: Совокупность условий S : в лототроне размещены 1 белый, 2 красных и 3 синих шара одинаковых по размеру и массе. Выпадение любого из них равновозможно.

$$P(B) = \frac{1}{6};$$

$$P(K) = \frac{2}{6};$$

$$P(C) = \frac{3}{6};$$

$$P(\text{Цв}) = \frac{5}{6};$$



Полная группа событий: это группа таких событий, из которых хотя бы одно обязательно произойдет.

$$P(B) + P(K) + P(C) = 1;$$

Единственно возможные события: это случайные события, исход одного (любого) из которых будет достоверен для ожидаемого результата эксперимента **$P(A)=1$** ;

Противоположенные события: пара единственно возможных событий, образующих полную группу. **$P(A) + P(A) = 1$** ;



4. Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления:

• Геометрическое определение вероятности

Геометрической вероятностью $P(A)$ события **A** называют отношение геометрической меры **g** (длина, площадь, объем), выражающей количество благоприятствующих событию **A** исходов, к аналогичной геометрической мере **G** , выражающей общее количество всех возможных и равновероятных исходов в эксперименте.

$$P(A) = \frac{g}{G}$$

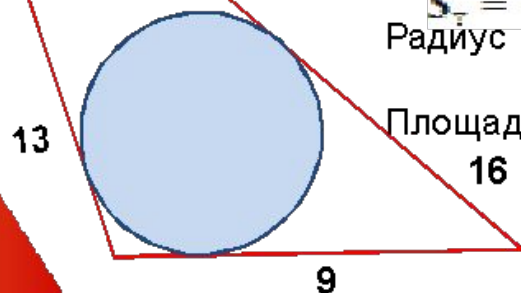
Пример №1. На участке телефонной линии между 40-м и 70-м километрами произошёл обрыв провода. Какова вероятность того, что он произошёл между 50-м и 55-м километрами линии?

$$P(A_{50-55}) = \frac{(55 - 50)}{(70 - 40)} = \frac{1}{6} \text{ или } 16,67\%$$

Пример №2. В треугольник со сторонами 16, 13 и 9 (ед.) вписан круг. Точка **M** произвольно ставится в треугольник. Найти вероятность того, что точка **M** попадёт в круг. Общему числу положительных исходов соответствует площадь круга, а общему числу исходов площадь треугольника. Полупериметр треугольника $p = 1/2(16+13+9) = 19$ (ед.). Площадь треугольника по формуле Герона

$$S_{\triangle} = \sqrt{19 \times (19 - 16) \times (19 - 13) \times (19 - 9)} = 6\sqrt{95} \text{ (ед.)}^2$$

Радиус вписанного в треугольник круга $r = S_{\triangle}/p$.



Площадь круга

$$S_{\text{к}} = \pi r^2 = \pi \left(\frac{S_{\triangle}}{p} \right)^2 = \pi \left(\frac{6\sqrt{95}}{19} \right)^2 = \frac{180\pi}{19} \text{ (ед.)}^2$$

Тогда:

$$P(M) = \frac{S_{\text{к}}}{S_{\triangle}} = \frac{180\pi}{19 \times 6\sqrt{95}} \approx 0,51 \text{ или } 51\%$$

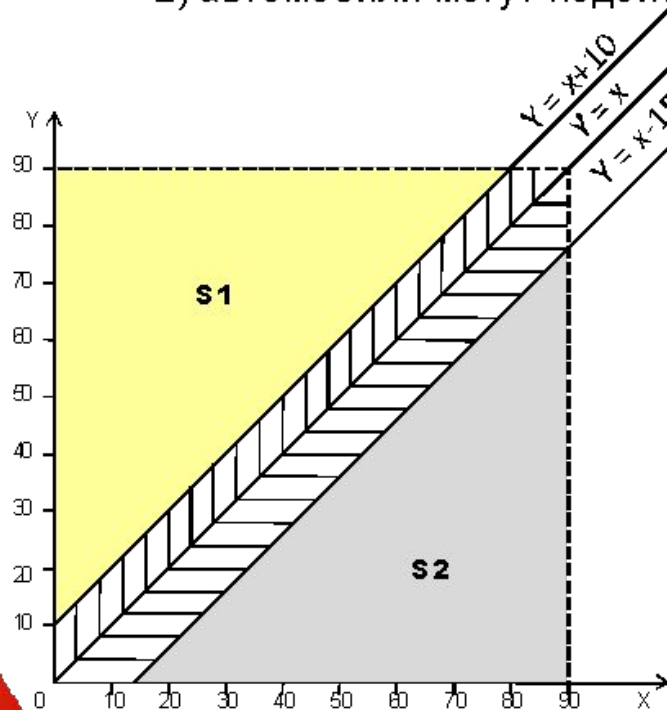


4. Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления:

• Геометрическое определение вероятности

Пример №3. Две грузовые машины могут подойти на погрузку в промежуток времени от 11.00 до 12.30. Погрузка первой машины длится 10 минут, второй – 15 минут. Какова вероятность того, что одной машине придется ждать окончания погрузки другой?

- 1) автомобили могут подойти на погрузку в любом порядке;
- 2) автомобили могут подойти на погрузку в любые моменты времени в течение 1,5 час.



Общему множеству исходов будет соответствовать площадь квадрата со стороной 90ед. (мин).

Множеству исходов, когда машины пересекутся во времени, соответствует площадь заштрихованной фигуры.

$$S_{\text{КВ}} = 90 \times 90 = 8100 \text{ (КВ. ед)}$$

$$S_{\text{фиг}} = S_{\text{КВ}} - (S_1 + S_2)$$

$$S_1 + S_2 = \frac{80 \times 80}{2} + \frac{75 \times 75}{2} = 6012,5 \text{ (КВ. ед)}$$

$$P(A) = \frac{S_{\text{фиг}}}{S_{\text{КВ}}} = \frac{8100 - 6012,5}{8100} \approx 0,26 \text{ или } 26\%$$



4. Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления:

- Относительная частота события, статистическая вероятность

Относительная частота $W(A)$ события **A** это отношение числа экспериментов **m**, в которых данное событие появилось, к общему числу **n** фактически проведенных экспериментов

$$W(A) = \frac{m}{n}$$

Статистическая вероятность $P(A)$ события **A** это число, к которому стремится значение относительной частоты **$W(A)$** в точке устойчивости при увеличении числа фактически проведенных экспериментов

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} W(A)$$



Пример: $W(A_{100}) = \frac{83}{100} = 0,83$

$$W(A_{10000}) = \frac{8437}{10000} = 0,8437$$

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow 10000} W(A) = 0,84$$



4. Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления:

- Относительная частота события, статистическая вероятность

Вероятность отклонения относительной частоты от статистической вероятности в различных сериях экспериментов на величину не более чем ?

приблизительно равна

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \leq \delta\right) \approx 2\Phi\left(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sqrt{pq}}\right) \text{ где } q = (1 - p); \quad \Phi - \text{функция Лапласа, численное значение которой берется из таблицы}$$

Пример: В некотором регионе в результате многолетнего статистического наблюдения установлена вероятность рождения мальчиков 52%. С какой вероятностью можно утверждать, что среди следующей тысячи новорожденных, относительная частота появления мальчика отклонится от соответствующей вероятности не более чем на 2%

Задано: $p=0,52$; $q=(1-0,52)=0,48$; $n=1000$; $\delta=0,02$.

$$P\left(\left|\frac{m}{1000} - 0,52\right| \leq 0,02\right) \approx 2\Phi\left(\frac{0,02\sqrt{1000}}{\sqrt{0,52 \times 0,48}}\right) \approx$$

$$\approx 2\Phi(1,27) \approx 2 \times 0,3980 = 0,796 \text{ или } 79,6\%$$

Тогда, $(p - \delta) \leq \frac{m}{1000} \leq (p + \delta)$ или $(0,52 - 0,02) \leq \frac{m}{1000} \leq (0,52 + 0,02)$

$$0,50 \leq \frac{m}{1000} \leq 0,54 \quad \text{или} \quad 500 \leq m \leq 540$$



4. Вероятность события - определения, основные свойства и формулы вычисления:

- Аксиоматическое определение вероятности

Вероятностью $P(A)$ события A , рассматриваемого множества событий E , называется число, которое сопоставляется каждому событию ($A \subset E$) и которое, удовлетворяет следующим аксиомам :

Аксиома 1: (неотрицательности). Вероятность любого события $P(A) \geq 0$.

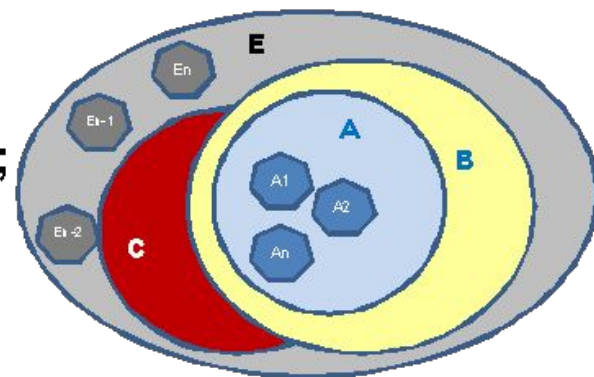
Аксиома 2: (нормировки). Вероятность достоверного события равна $P(?) = 1$.

Аксиома 3: (сложения). Вероятность суммы любого конечного множества попарно несовместных событий ($A_1, A_2, \dots, A_n$) равна сумме их вероятностей $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$.

Аксиома 4: (однозначности). Эквивалентные события имеют равные вероятности.

Следствия аксиом:

- 1). Вероятность невозможного события равна $P(O) = 0$;
- 2). Вероятность противоположного события $P(A) = 1 - P(\bar{A})$;
- 3). Вероятность любого события $0 \leq P(A) \leq 1$;
- 4). Если $A \subset B \subset E$, то $P(A) \leq P(B)$;





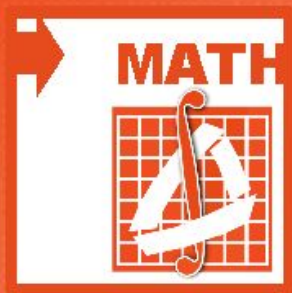
Задание для самостоятельной работы

- решите предлагаемую задачу

Задание: Студент и студентка обедают в столовой с 13 до 14 часов. Каждый из них приходит в столовую в произвольный момент времени и обедает в течение 10 минут.

Какова вероятность их встречи?





СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ