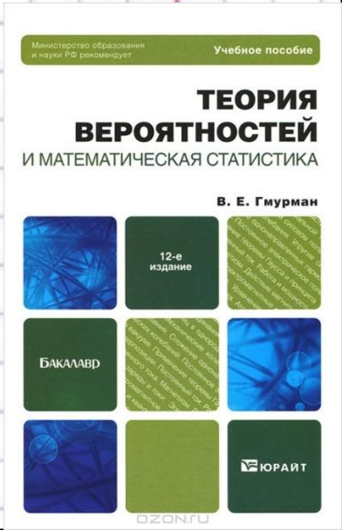
Основы теории вероятности и математической статистики

Практическое применение предмета в реальной жизни или парадоксы в теории вероятности.

Тео́рия вероя́тностей - раздел математики, изучающий закономерности случайных явлений: случайные события: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

Математическая стати́стика — наука, разрабатывающая математические методы систематизации и использования статических данных для научных и практических выводов.



НУ И ЗАЧЕМ ОНА НАМ В ЖИЗНИ??
ГДЕ МОЖЕТ ПРИГОДИТСЯ??
ДЛЯ ЧЕГО НУЖЕН ЭТОТ ПРЕДМЕТ??
ЧТО С СТ???

Для начала обратимся к истории!

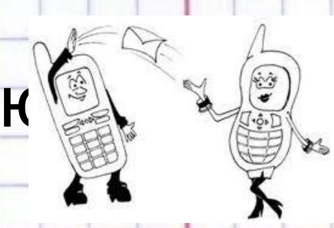
Возникла Теория Вероятностей в 17 веке в переписке Б. Паскаля и П.Ферма, где они производили анализ азартных игр. Советские и русские ученые также принимали участие в развитии этого раздела математики: П.Л. Чебышев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов, А.Н. Колмогоров.

Реальная жизнь оказывается не такой простой и однозначной.

Исходы многих явлений невозможно предсказать заранее, какой бы полной информацией мы о них не располагали.

Нельзя, например, сказать наверняка, какой стороной упадет брошенная вверх монета, когда в следующем году выпадет первый снег или сколько человек в городе захотят в течение ближайшего часа позвонить по телефону.

Такие непредсказуемые явления называют **случайными.**



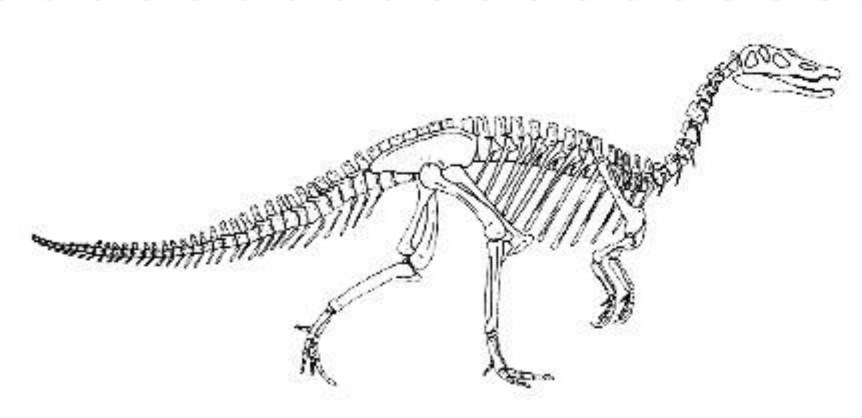
Однако случай тоже имеет свои законы, которые начинают проявляться при многократном повторении случайных явлений.

Именно такие закономерности изучаются в специальном разделе математики – ***Теории вероятностей.***

«Теория вероятностей есть в сущности не что иное, как здравый смысл, сведенной к исчислению»

Лаплас

"Какова вероятность, что, выйдя на улицу, вы встрет



Пятьдесят на пя

- Либо встречу, либо не встречу". Это слишком банально.

Рассмотрим примеры применения данного предмета в жизни на реальных примерах.

Парадоксы в теории вероятности.

"Парадокс дней рождения"

Как вы думаете, сколько людей должно быть в определённой группе, чтобы по крайней у двоих из них дни рождения совпадали с вероятностью 100% (имеется в виду день и месяц без учёта года рождения)? Здесь и дальше имеется в виду не високосный год, т.е. год, в котором 365 дней. Ответ очевиден - в группе должно быть 366 человек. Теперь другой вопрос: сколько должно быть человек, чтобы нашлась пара с совпадающим днем рождения с вероятностью 99,9%?

На первый взгляд всё просто - 364 человека. На самом деле достаточно 68 человек! То, что казалось практически очевидным, на самом деле очень далеко от истины.

"Парадокс раздела ставки"

Предположим, что вы играете в покер с равным вам по силе соперником, т.е. с равными шансами. Вы договорились играть до шести побед. Тот, кто первым выиграет шесть СНГ, получает, скажем, 80 монет. Но по каким-то независимым от вас причинам, вам не удалось доиграть, и вы закончили игру при счёте 5:3 в вашу пользу. Теперь, вам нужно честно разделить призовые 80 монет.

Что первое приходит в голову?

Поскольку вы сыграли 8 игр, а монет 80, то кажется логичным разделить их 50 на 30.

Но это неправильно. Вам для победы не хватило одного выигрыша, в то время, как вашему сопернику нужно было выиграть 3 следующие игры.

Вероятность этого 0,5х0,5х0,5=0,125, т 12,5%. Во всех остальных 87,5% случа победите вы. Следовательно, ваши шансы 87,5 к 12,5,

или 7 к 1. Именно так и должны быть поделены призовые: вам 70 денег, вашему сопернику - 10.

“Парадокс игры с неравносильными противниками”

Вы – сильный, постоянный игрок в покер, своего лимита. Вам предлагают хороший приз, если вы выиграете подряд по крайней мере два СНГ из трёх против равного вам по силе, регулярного, противника, скажем, Фила Айви (или любого другого профи, который заведомо сильнее вас). Вы можете выбрать схему игры: профи – регулярный игрок - профи или регулярный игрок - профи – регулярный игрок.

Какую схему вам лучше выбрать?

Вы можете выбрать схему игры: профи – регулярный игрок - профи или регулярный игрок - профи – регулярный игрок.

На первый взгляд кажется, что второй вариант для вас предпочтительнее, так как в этом случае вы дважды играете с более слабым соперником. Однако, при этом вам обязательно с одной попытки придется обыгрывать профи, иначе у вас не будет двух побед подряд.

На самом деле, оказывается, что вероятность победить по схеме профи - регуляр - профи выше. Если вы выигрываете у профи с вероятностью p и с вероятностью q - у регуляра, то $p<q$, т.к. профи играет лучше регуляра.

Выбрав первый вариант, вы должны выиграть либо первый и второй матчи (вероятность этого pq), либо второй и третий матчи (вероятность этого qp).

Т.е., вероятность того, что произойдёт одно из этих событий, равна $pq+qp-pqp$ (pqp необходимо вычесть, иначе дважды учитывается вероятность вашего выигрыша в трёх матчах).

Аналогично, если вы выбираете второй вариант, то вероятность того, что вы победите 2 раза подряд, равна $qp+pq-qpq$. Поскольку $p<q$, получаем $pq+qp-pqp<qp+pq-qpq$, откуда следует, что вам лучше выбрать вариант профи - регуляр - профи.

"Петербургский парадокс"

Этот парадокс считается самым знаменитым. Предположим, что некто бросает монету и согласен уплатить вам доллар, если выпадет орел. В случае же выпадения решки он бросает монету второй раз и платит вам два доллара, если при втором подбрасывании выпадет орел. Если же снова выпадет решка, он бросает монету в третий раз и платит вам четыре доллара, если при третьем подбрасывании выпадает орел.

Короче говоря, *с каждым разом он удваивает выплачиваемую сумму.* Бросать монету некто продолжает до тех пор, пока вы не остановите игру и не предложите расплатиться.

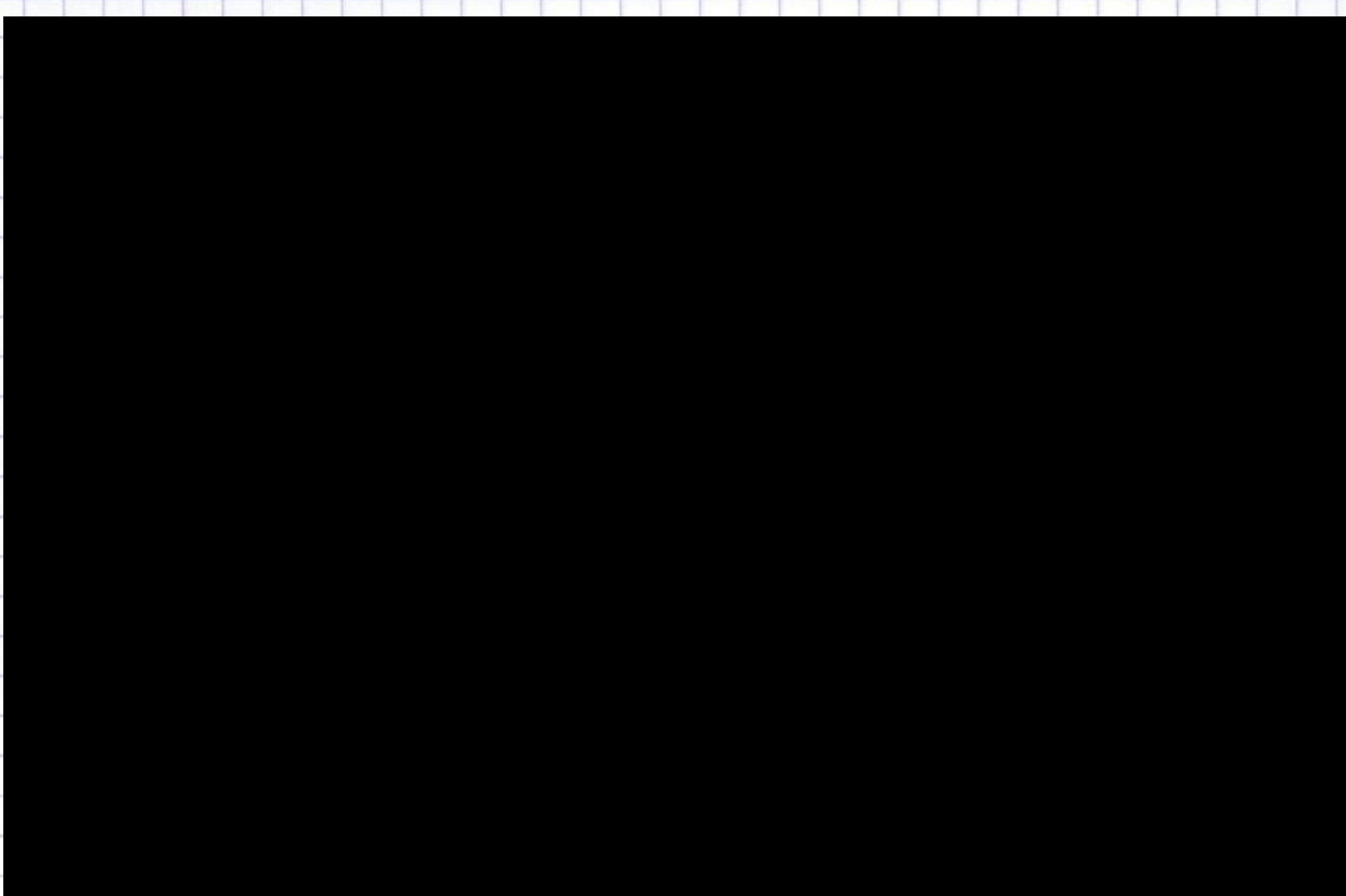
Какую сумму вы должны заплатить, чтобы некто согласился играть с вами в эту "одностороннюю игру", а вы не остались в убытке?

В ответ трудно поверить: сколько бы вы ни платили за каждую партию, пусть даже по миллиону долларов, вы все равно сможете с лихвой окупить свои расходы. В каждой отдельно взятой партии вероятность того, что вы выиграете один доллар, равна 1/2, вероятность выиграть два доллара равна 1/4, четыре доллара — 1/8 и т.д. В итоге вы можете рассчитывать на выигрыш в сумме (1 x 1/2) + (2 x 1/4) + (4 x 1/8) … Этот бесконечный ряд расходится: его сумма равна бесконечности. Следовательно, независимо от того, какую сумму вы будете выплачивать перед каждой партией, проведя достаточно длинный матч, вы непременно окажетесь в выигрыше.

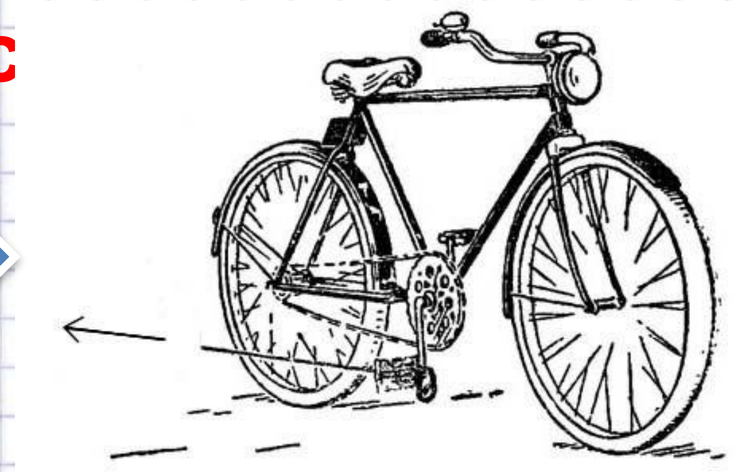
Делая такое заключение, мы предполагаем, что капитал банка неограничен и мы можем проводить любое число партий. Разумеется, если вы заплатили за право сыграть одну партию, например 1000 долларов, то с весьма высокой вероятностью вы эту партию проиграете, но ожидание проигрыша с лихвой компенсируется шансом, хотя и небольшим, выиграть астрономическую сумму при выпадении длинной серии из одних лишь орлов.

Петербургский парадокс возникает в любой азартной игре с

"Парадокс Монти Холла" или "Дилемма игрока"



"История про математика, проигравшего велос



Теперь немного о дисперсии.

Была эта история на самом деле или нет, неизвестно, да, впрочем, и не важно. Однажды математик по профессии поспорил со случайным встречным: оппонент говорил, что следующие 100 человек, прошедшие мимо них, будут мужчинами, математик же утверждал, что этого не будет. Причем математик ставил на кон велосипед против всего 1 рубля своего оппонента.

Логика математика была очень проста: есть всего 1 шанс из около 1267 октиллионов (октиллион - единица с 27-ю нулями), то есть, по его мнению, он ничем не рисковал.

Логика оппонента была тоже по-своему безупречна: рубль - невелика потеря, а вот возможность, пусть призрачная, выиграть велосипед, того стоит. Наверняка, этот человек не брезговал потереями и игровыми

Спор решился не в пользу математика, потому что как раз в этот момент по их улице прошел батальон солдат. Так что не стоит забывать, что кроме вероятности и достоверности, есть еще обстоятельства, имеющие привычку образовываться в неподходящий момент. Помните об этом, когда ваших карманных тузов переедут пятый раз подряд.

Спасибо за внимание!
До свидания!