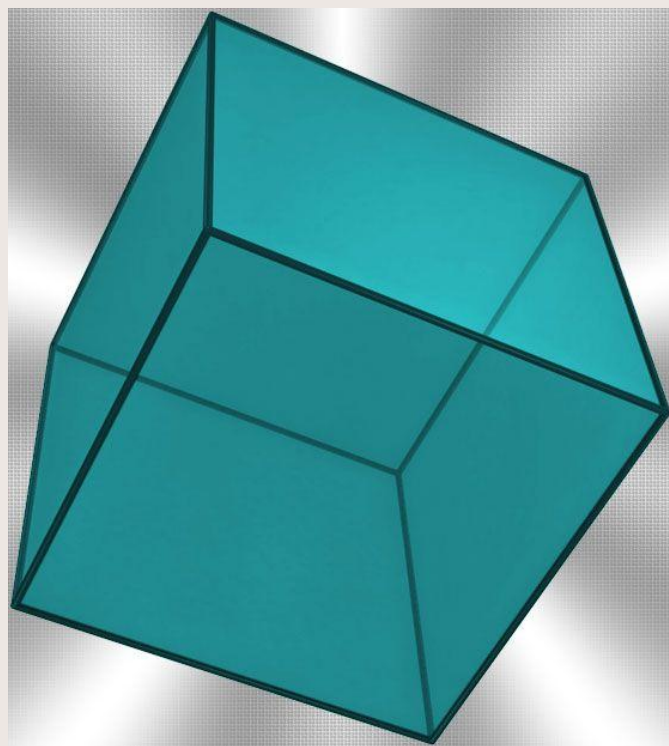
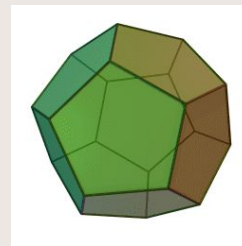
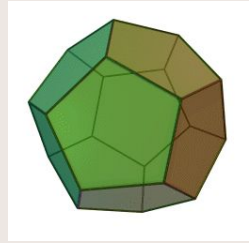


# Многогранники



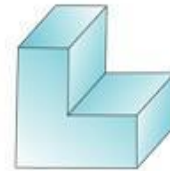
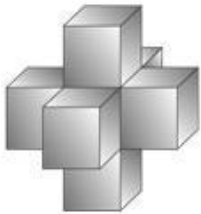
2019 год

# Определения



Существует несколько определений многогранника:

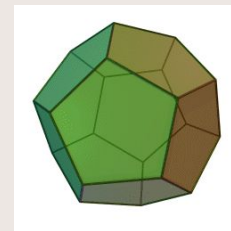
- Поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело, называется **многогранником**.
- **Многогранник** - геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками.



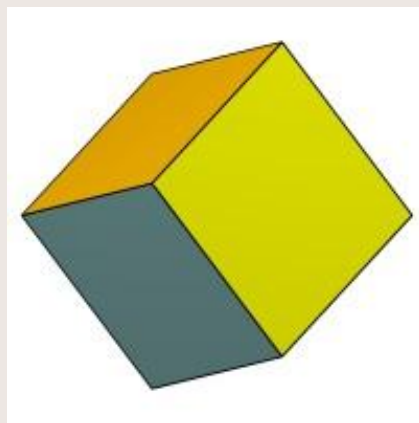


- **Геометрическим телом** (или просто телом) называют ограниченную связную фигуру в пространстве, которая содержит все свои граничные точки.
- Границу тела называют также его **поверхностью** и говорят, что **поверхность ограничивает тело**.

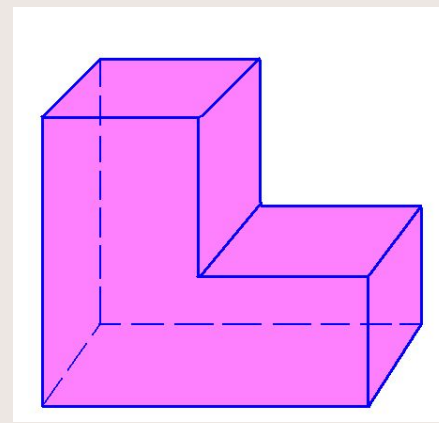
# Многогранник...



...называется выпуклым,  
если он расположен по  
одну сторону от  
плоскости каждой его  
грани.



...называется невыпуклым,  
если он расположен по  
разные стороны от  
плоскости одной из его  
граней.



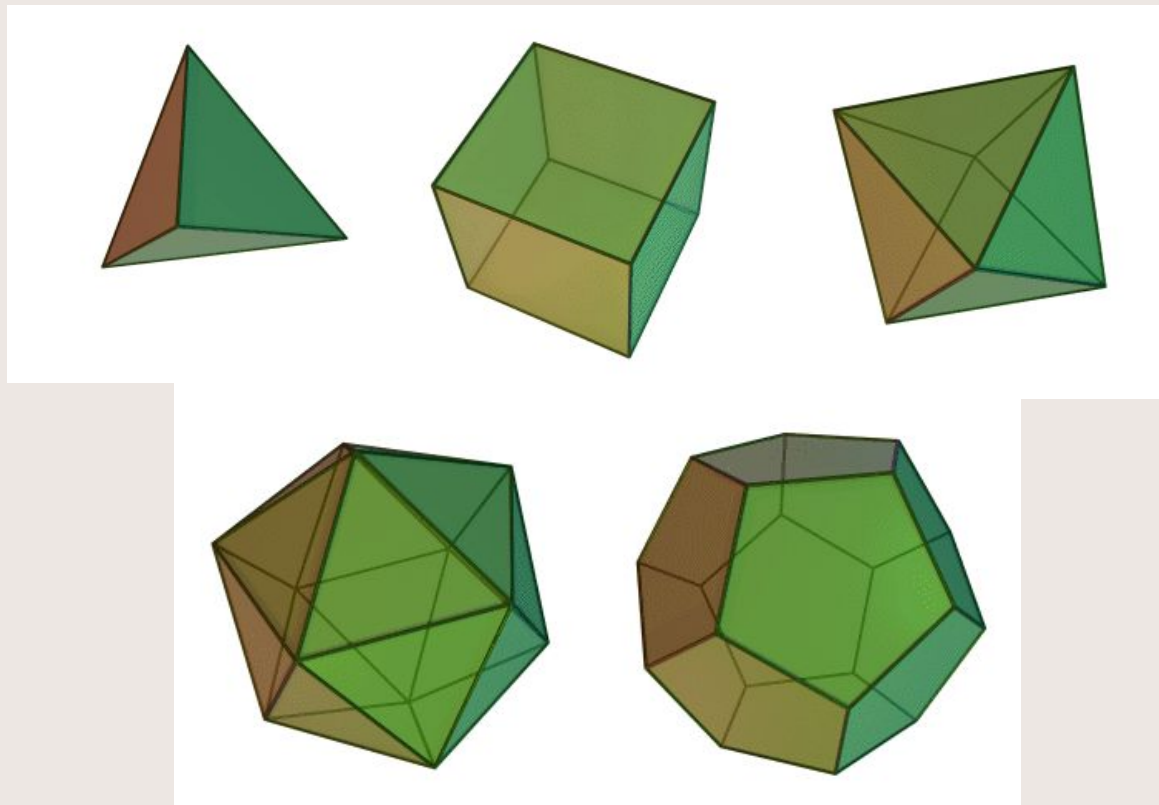
# Правильный многогранник...



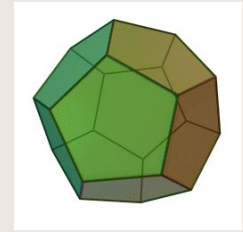
- ...или платоново тело — это выпуклый многогранник, состоящий из одинаковых правильных многоугольников и обладающий пространственной симметрией.

# Правильный многогранник

- В трёхмерном евклидовом пространстве существует всего пять правильных многогранников:



Названия многогранников пришли из Древней Греции и в них указывается число граней:



- «эдра» - грань
  - «окта» - 8
  - «дедека» - 12
- «тетра» - 4
  - «гекса» - 6
  - «икоса» - 20



Тетраэдр



Гексаэдр (куб)



Октаэдр

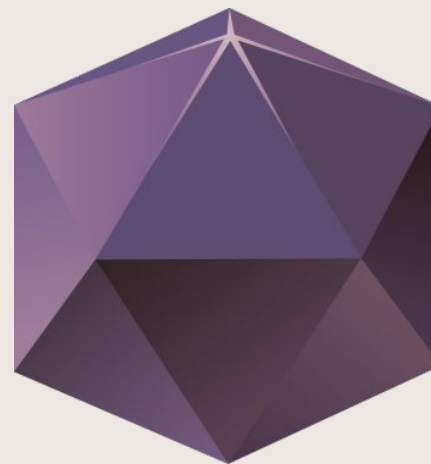
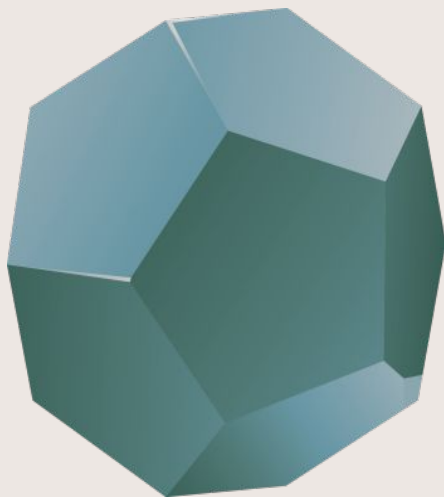


Додекаэдр



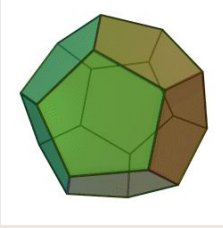
Икосаэдр

# Правильные многогранники

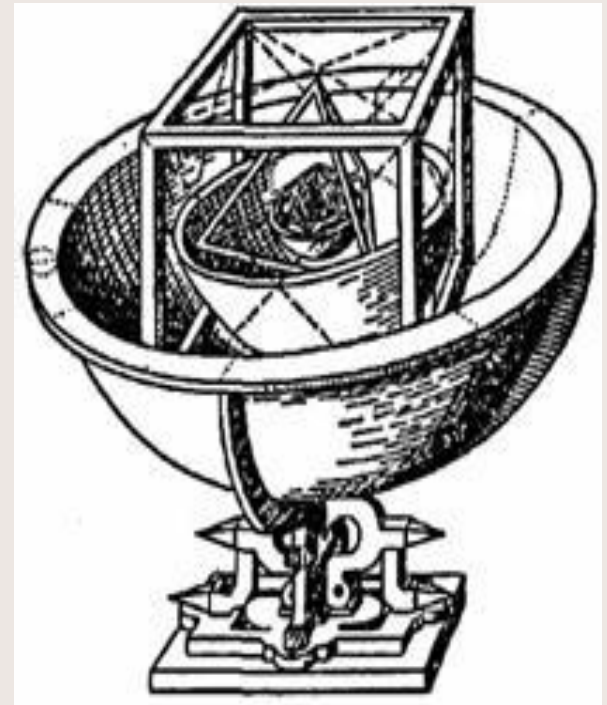




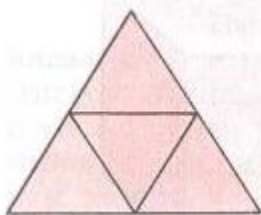
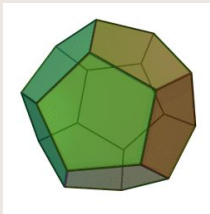
# Правильные многогранники в философской картине мира Платона



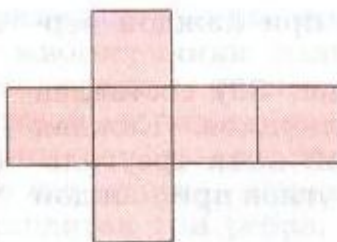
- Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» - огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников. Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени; икосаэдр – как самый обтекаемый – воду; куб – самая устойчивая из фигур – землю, а октаэдр – воздух. Пятый многогранник – додекаэдр символизировал весь мир и почитался главнейшим



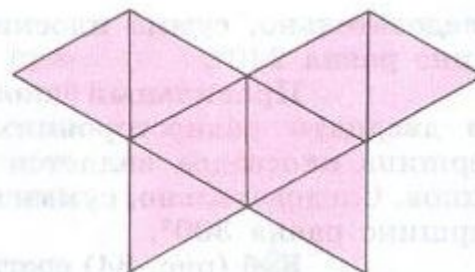
# Развертки многогранников



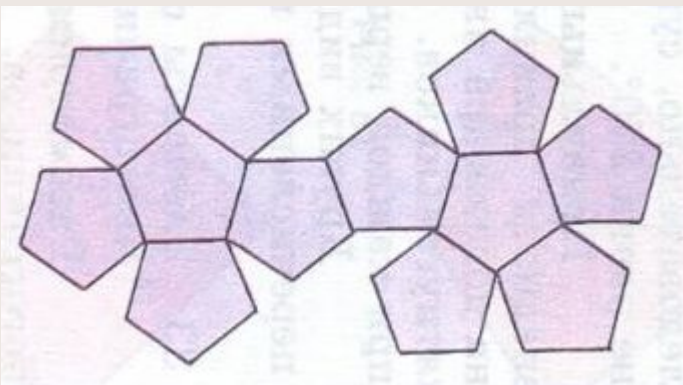
тетраэдр



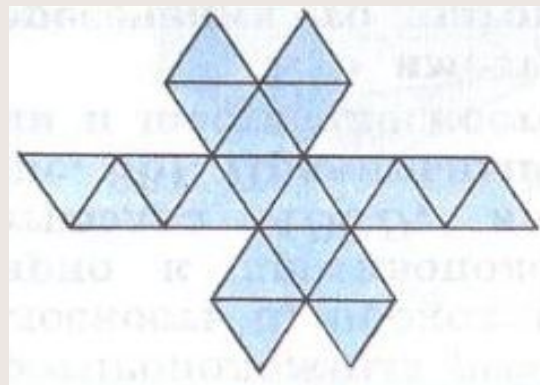
куб



октаэдр

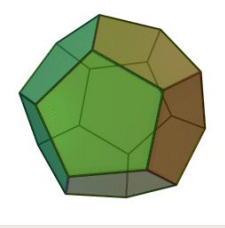


додекаэдр



икосаэдр

# Многогранники в архитектуре

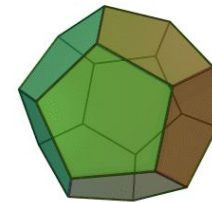


**Великая пирамида в Гизе.** Эта грандиозная Египетская пирамида является древнейшим из Семи чудес древности. Великая пирамида была построена как гробница Хуфу, известного грекам как Хеопс. Он был одним из фараонов, или царей древнего Египта, а его гробница была завершена в 2580 году до н.э.

Позднее в Гизе было построено еще две пирамиды, для сына и внука Хуфу, а также меньшие по размерам пирамиды для их цариц.



# Многогранники в архитектуре



## Галикарнасский мавзолей

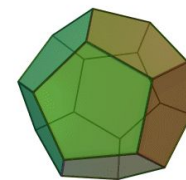
Лучшие архитекторы того времени построили мавзолей в виде почти квадратного здания, первый этаж которого был собственно усыпальницей. Снаружи эта громадная погребальная камера, площадью 5000 кв. метров и высотой около 20 метров, была обложена отесанными

и отполированными плитами белого мрамора.

Во втором этаже, окруженном колоннадой, хранились жертвоприношения, крышей же мавзолея служила пирамида.



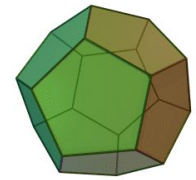
# Многогранники в архитектуре



**Башня Сююмбике**  
находится в Казани и состоит  
из семи ярусов, нижние  
ярусы  
представляют из  
себя параллелепипеды, а  
верхние - многогранники.



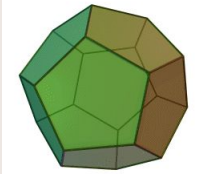
# Многогранники в архитектуре



**Стеклянная пирамида Лувра** во дворе Наполеона служит главным входом в Лувр и является одним из символов Парижа. Строилась с 1985 г. по 1989 г., проект создал знаменитый американский архитектор китайского происхождения Бэй Юймин. Вес пирамиды 180 тонн. Прототипом послужила пирамида Хеопса.



# Многогранники в архитектуре

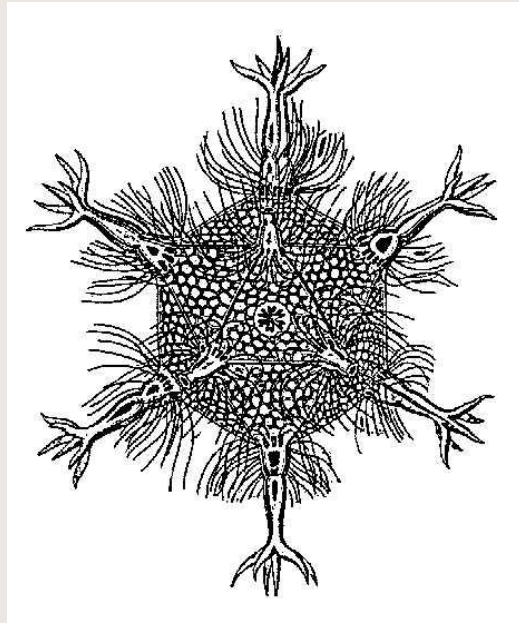
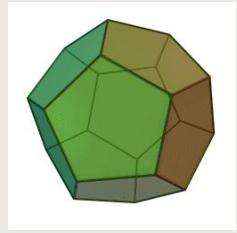


**Мечеть Кул-Шариф.** Одна из главных мусульманских мечетей республики Татарстан и Казани. Расположена на территории Казанского кремля.

Архитектура этой мечети представляет собой сочетание различных многогранников.



# Многогранники в природе



Скелет одноклеточного организма феодарии представляет собой икосаэдр.



Поваренная соль состоит из кристаллов в форме куба.



# Многогранники в природе

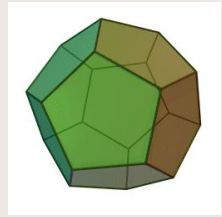


Минерал сильвин имеет кристаллическую решетку в форме куба.



Кристаллы пирита имеют форму додекаэдра.

# Многогранники в природе

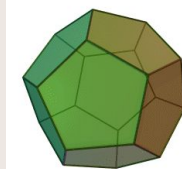


Наиболее характерной формой алмазных кристаллов является восьмигранник (октаэдр).

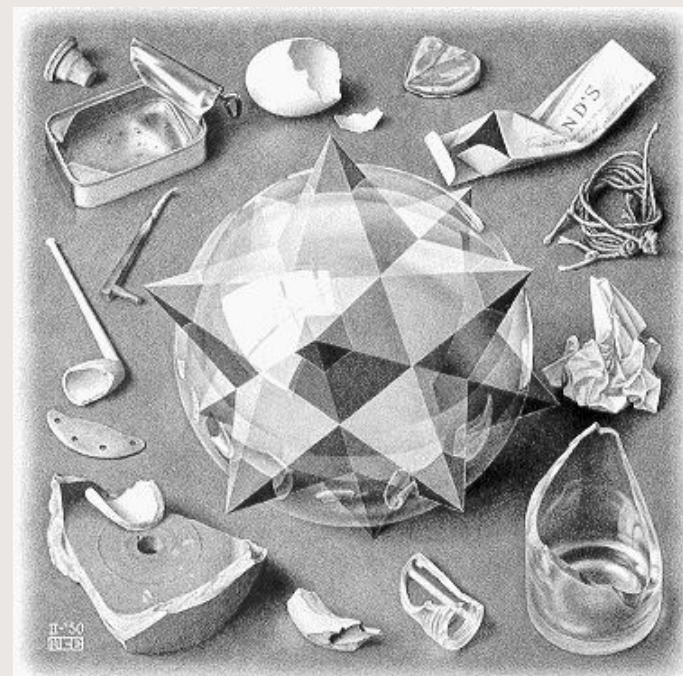


Минерал куприт образует кристаллы в форме октаэдров.

# Многогранники в искусстве

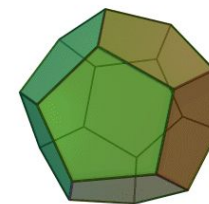


Знаменитый художник Альбрехт Дюрер написал гравюру «Меланхолия»

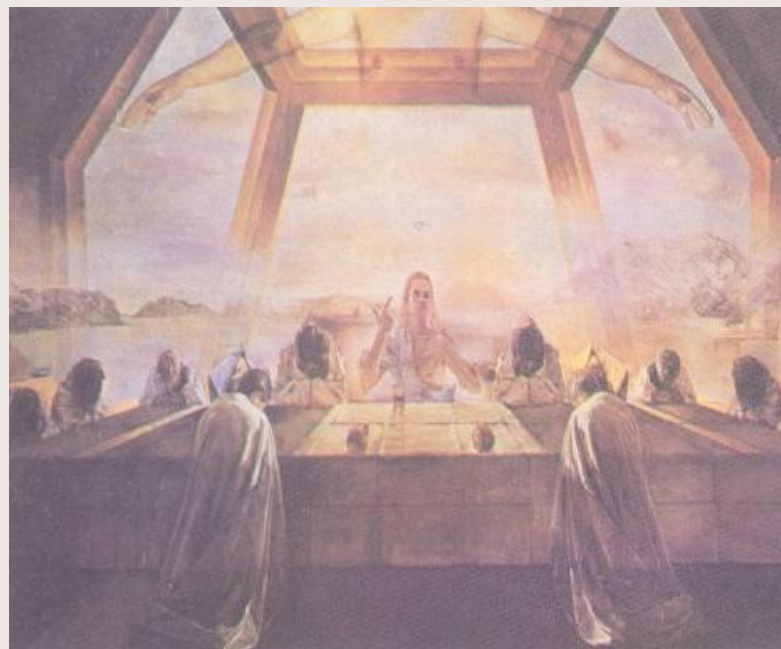


На литографии Эшера «Порядок и хаос» изображен малый звездчатый додекаэдр.

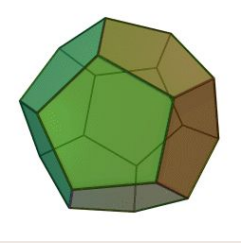
# Многогранники в искусстве



Сальвадор Дали на картине «Тайная вечеря» изобразил И. Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра.



# В заключении...



Ни одни геометрические тела не обладают таким совершенством и красотой, как правильные многогранники.



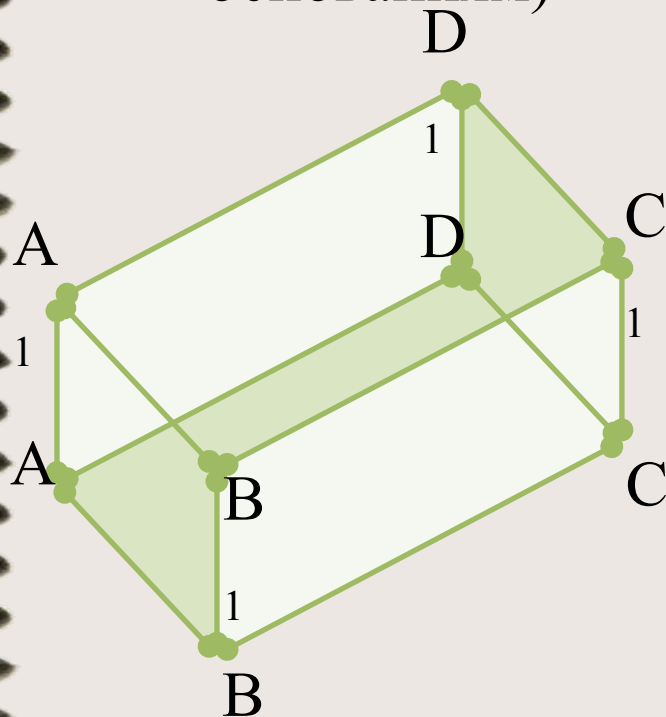
"Правильных многогранников вызывающе мало, но этот весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук".

Л. Кэрролл

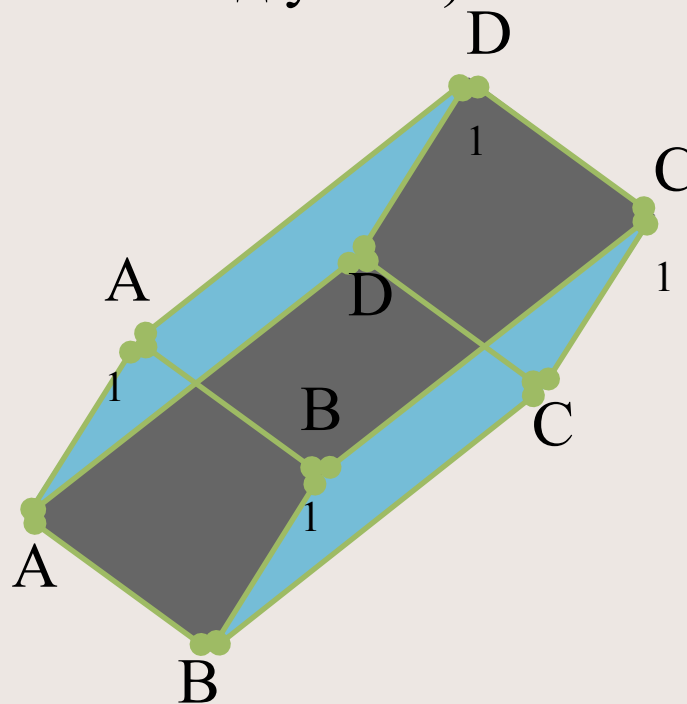
# Параллелепипед



**Прямой**  
(ребра  
перпендикулярны  
основаниям)

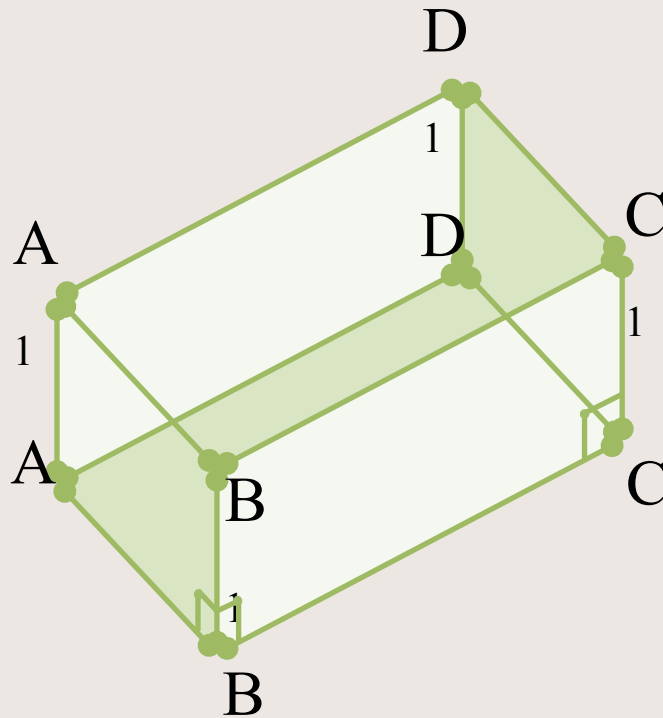


**Наклонный**  
(ребра наклонены к  
плоскости основания  
под углом)



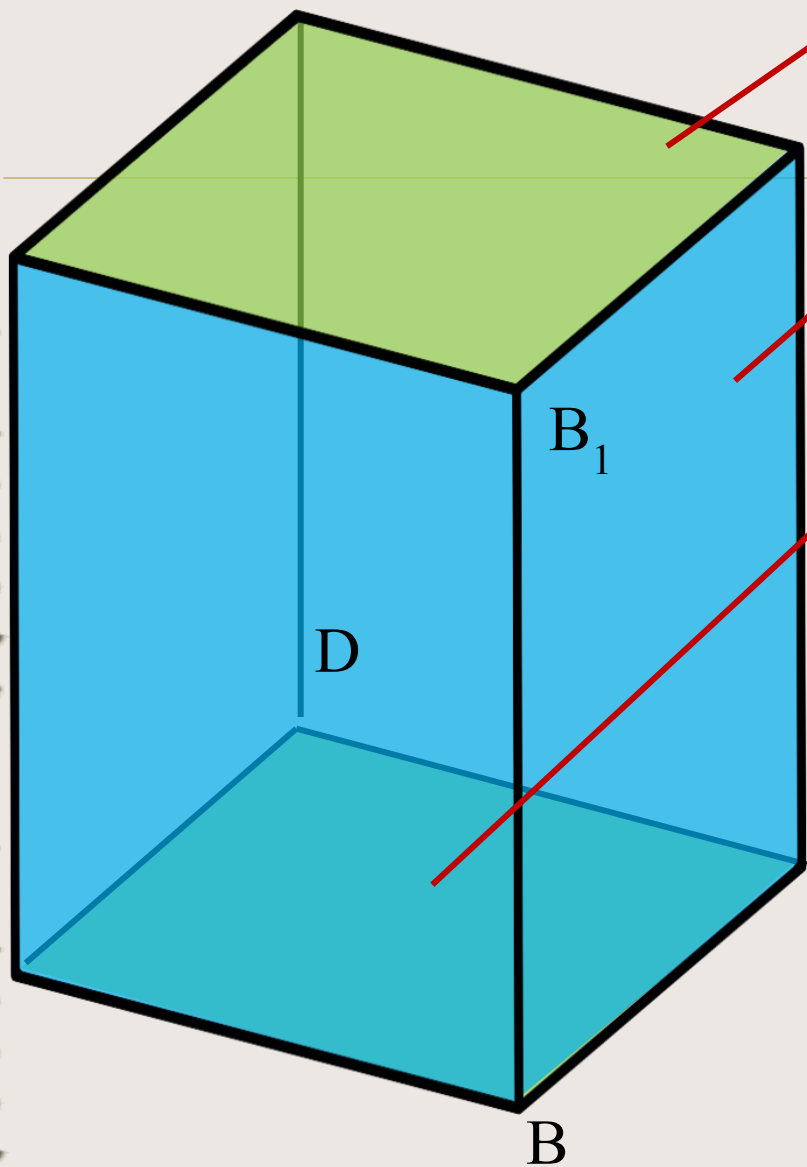


**Прямоугольный**  
(прямой параллелепипед  
в основании которого  
лежит прямоугольник)



$D_1$

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед



грань  
 $C_1 A_1 B_1 C_1 D_1$

грань  
 $B B_1 C_1 C$

грань  
 $ABCD$

**Гран**

$ABCD$  — нижнее

$A_1 B_1 C_1 D_1$  — верхнее

основание

$B B_1 C_1 C$

$C C_1 D_1 D$

$A A_1 D_1 D$

боковые грани

$A_1$

$B_1$

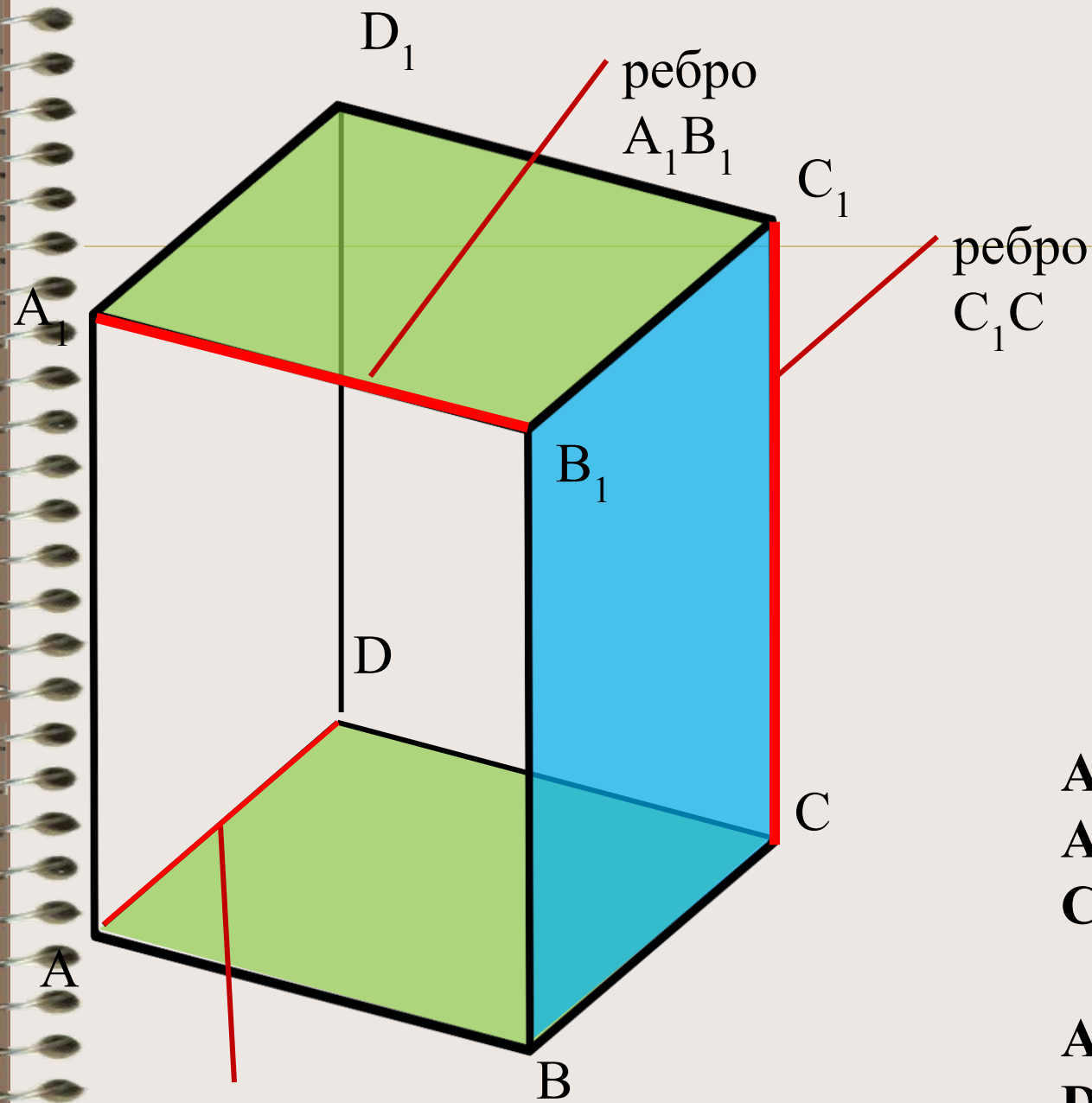
$D$

$C$

$A$

$B$





### Рёбра

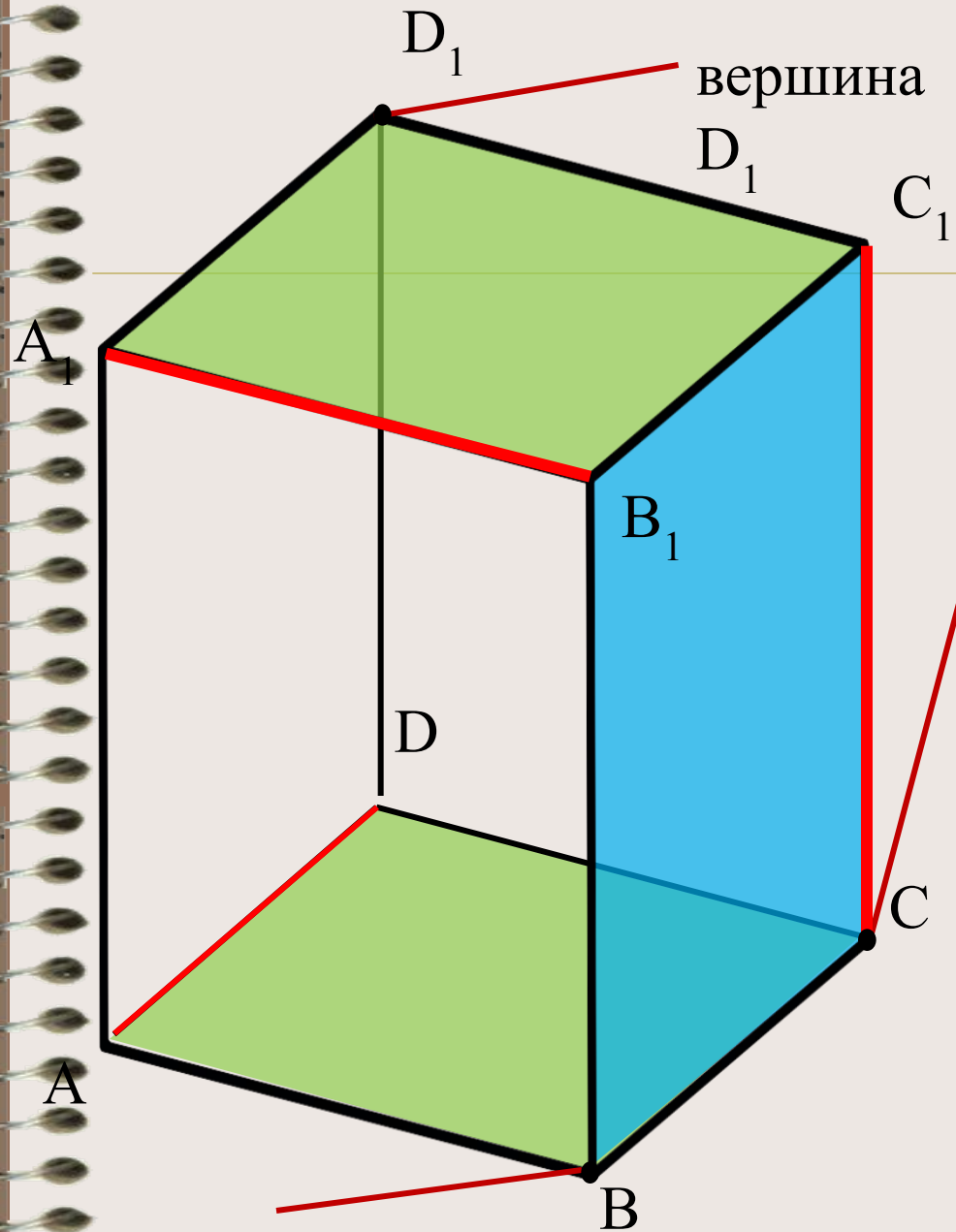
$AB, BC, CD,$   
 $AD, A_1B_1, B_1C_1,$   
 $C_1D_1, A_1D_1$

$AA_1, BB_1, CC_1,$   
 $DD_1$  — боковые  
 рёбра

ребро  
 $AD$

ребро  
 $A_1B_1$

ребро  
 $C_1C$



вершина

вершина

вершина

### Вершин

$A, B, C, D, A_1, B_1,$

$C_1, D_1$

$\left. \begin{array}{l} AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 \end{array} \right\}$  боковые грани

$\left. \begin{array}{l} AA_1B_1B \\ BB_1C_1C \\ CC_1D_1D \\ AA_1D_1D \end{array} \right\}$  боковые грани

# Задача 1

Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  —  
прямоугольный  
параллелепипед

$$AB = 12 \text{ см}, BC$$

$$AC_1 = 5 \sqrt{2} \text{ см}$$

Найти:

Решение:

$$1) BB_1 \perp (ABC) \Rightarrow$$

$$AC \perp BC \Rightarrow \text{сечение } AC_1 \text{ на } (ABC) \Rightarrow$$

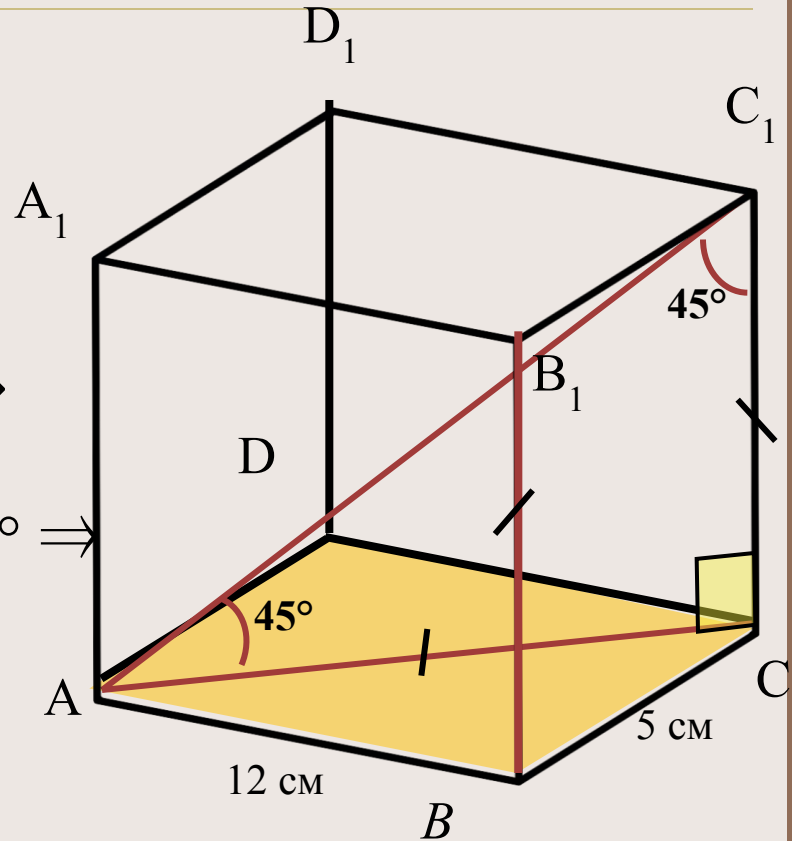
$$\angle CAC_1 = 45^\circ$$

$$2) \angle C_1 CA = 90^\circ, \angle CAC_1 = 45^\circ \Rightarrow$$

$$\angle CC_1 A = 45^\circ$$

$\triangle ACC_1$  — прямоуго. и равнов.

$$\Rightarrow AC = CC_1 \quad 3) CC_1 = BB_1 = AC$$



$\left. \begin{array}{l} AA_1 B_1 B \\ BB_1 C_1 C \\ CC_1 D_1 D \end{array} \right\} \text{ боковые грани}$

Ответ:  $BB_1 = 13$

см

## Задача 2

Дано:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямой  
параллелепипед

$ABCD$  —

$AC = 24$

$BD = 10$

$AA_1 = 10$

Найти: большую диагональ

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$

1)  $A_1 C$  — большая диагональ

2)  $\triangle AA_1 C$  — прямоугольный

$\left. \begin{array}{l} AA_1 B_1 B \\ BB_1 C_1 C \\ CC_1 D_1 D \\ AA_1 D_1 D \end{array} \right\}$  боковые грани

Ответ:  $A_1 C = 26$

см

