

# Линейная корреляция

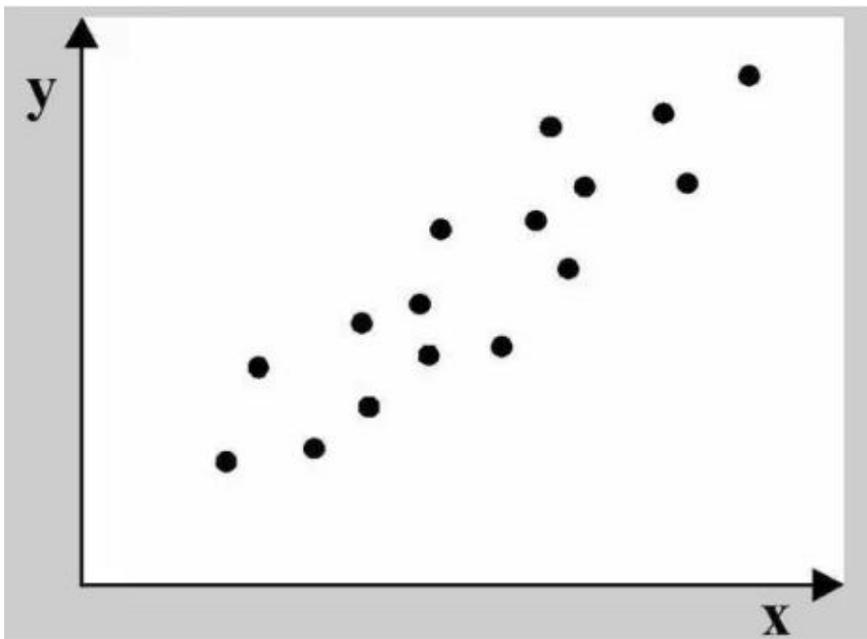


График прямой

График обратной корреляции

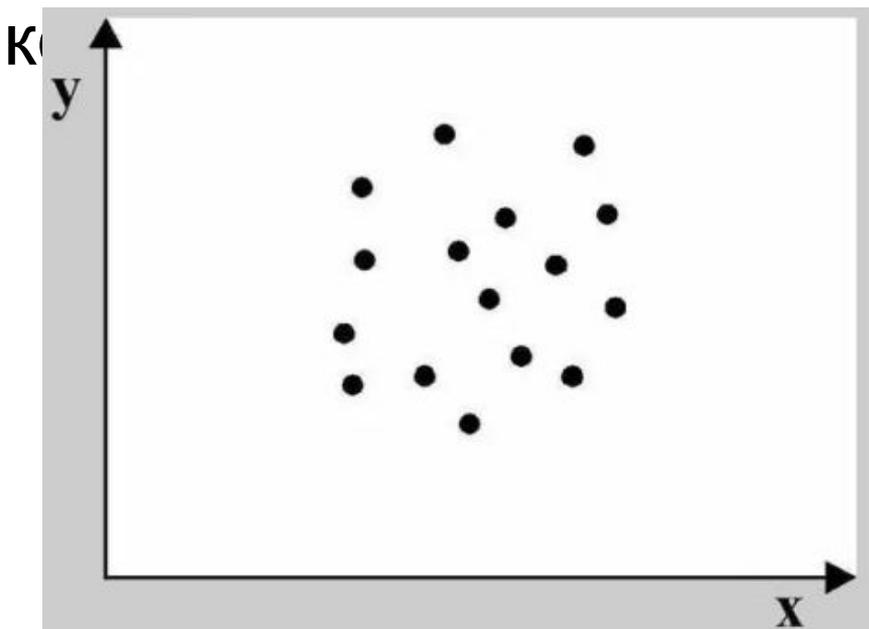


График отсутствия  
корреляции

Пусть  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  - выборка из  $n$  наблюдений пары переменных  $(X, Y)$ .

Выборочный коэффициент корреляции  $r$  определяется как

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{j=1}^n (Y_j - \bar{Y})^2}},$$

Где  $\bar{x}, \bar{y}$  - выборочные средние, определяющиеся следующим образом:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

# Биномиальное распределение

Математическим ожиданием будет называться величина, равная сумме произведений значений этих событий на вероятности их осуществления. **Математическое ожидание** биномиального распределения рассчитывается по той же самой схеме: мы берём значение случайной величины, умножаем его на вероятность положительного исхода, а затем суммируем полученные данные для всех величин.

$$M(X) = \sum x_i p_i$$

**Дисперсия** представляет собой средний квадрат отклонений значений от их математического ожидания. То есть дисперсия случайной величины - это сумма квадратов разностей между значением случайной величины и её математическим ожиданием, умноженная на вероятность этого события.

$$\sigma_X^2 = D(X) = \sum (x_i - M(X))^2 p_i$$

**Биномиальное распределение** - это распределение случайных величин, в котором может быть только два исхода: благоприятный и неблагоприятный. Если известна вероятность успеха  $p$  в каждом испытании, то вероятность  $k$  удачных исходов в  $n$  реализациях (наблюдениях) равна:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Компьютер состоит из трех независимо работающих элементов: системного блока, монитора и клавиатуры. При однократном резком повышении напряжения вероятность отказа каждого элемента равна 0,1. Исходя из распределения Бернулли составить закон распределения числа отказавших элементов при скачке напряжения в сети.

Решение. Рассмотрим распределение Бернулли (или биномиальное): вероятность того, что в  $n$  испытаниях событие  $A$  появится ровно  $k$  раз:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Возможные значения величины  $X$  (число отказов) :

$x_0 = 0$  - ни один из элементов не отказал;

$x_1 = 1$  - отказ одного элемента;

$x_2 = 2$  - отказ двух элементов;

$x_3 = 3$  - отказ всех элементов.

по условию,  $p = 0,1$ , то  $q = 1 - p = 0,9$ .

$$P_3(0) = C_3^0 p^0 q^3 = q^3 = 0,9^3 = 0,729$$

$$P_3(1) = C_3^1 p^1 q^2 = 3pq^2 = 3 \cdot 0,1 \cdot 0,9^2 = 0,243$$

$$P_3(2) = C_3^2 p^2 q^1 = 3p^2q = 3 \cdot 0,1^2 \cdot 0,9 = 0,027$$

$$P_3(3) = C_3^3 p^3 q^0 = p^3 = 0,1^3 = 0,001$$

$$0,729 + 0,243 + 0,027 + 0,001 = 1$$

X	0	1	2	3
p	0,729	0,243	0,027	0,001