

1 СПОСОБ.

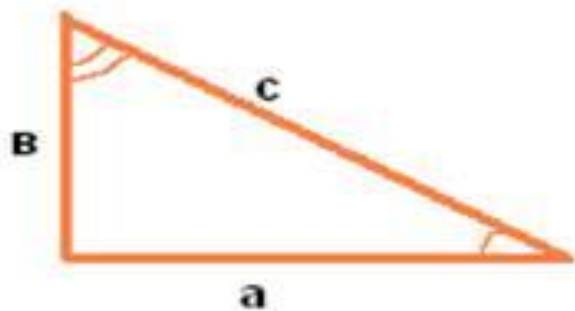


Рис. 1

Пользуясь свойствами площадей многоугольников, установим замечательное соотношение между гипотенузой и катетами прямоугольного треугольника.

Доказательство.

Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетами a , b и гипотенузой c (рис. 1, а).

Докажем, что $c^2 = a^2 + b^2$.

Доказательство.

Достроим треугольник до квадрата со стороной $a + b$ так, как показано на рис. 1, б. Площадь S этого квадрата равна $(a + b)^2$. С другой стороны, этот квадрат составлен из четырех равных прямоугольных треугольников, площадь каждого из которых равна $\frac{1}{2}ab$, и квадрата со стороной c , поэтому $S = 4 * \frac{1}{2}ab + c^2 = 2ab + c^2$.

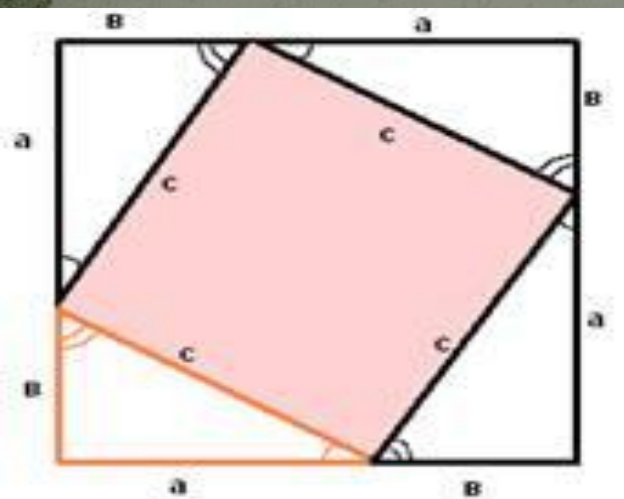
Таким образом,

$$(a + b)^2 = 2ab + c^2,$$

откуда

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Рис. 2



2 СПОСОБ.

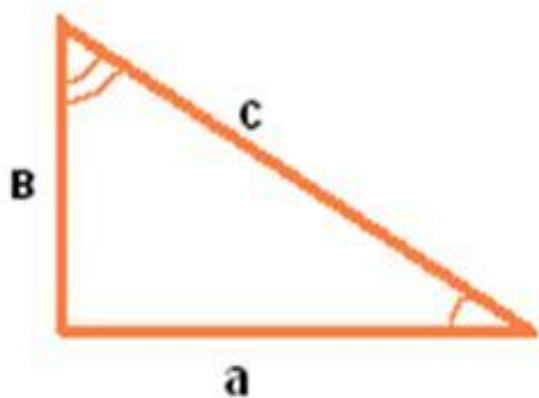


Рис.
3

Изучив тему «Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника», я думаю, что теорему Пифагора можно доказать ещё одним способом.

Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетами a , b и гипотенузой c . (рис. 3).

Докажем, что $c^2 = a^2 + b^2$.

Доказательство.

$\sin B = b/c$; $\cos B = a/c$, то, возведя в квадрат полученные равенства, получим:

$$\sin^2 B = b^2/c^2; \cos^2 B = a^2/c^2.$$

Сложив их, получим:

$$\sin^2 B + \cos^2 B = b^2/c^2 + a^2/c^2, \text{ где } \sin^2 B + \cos^2 B = 1,$$

$$1 = (b^2 + a^2) / c^2, \text{ следовательно,}$$

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Доказательство закончено.

3 СПОСОБ.

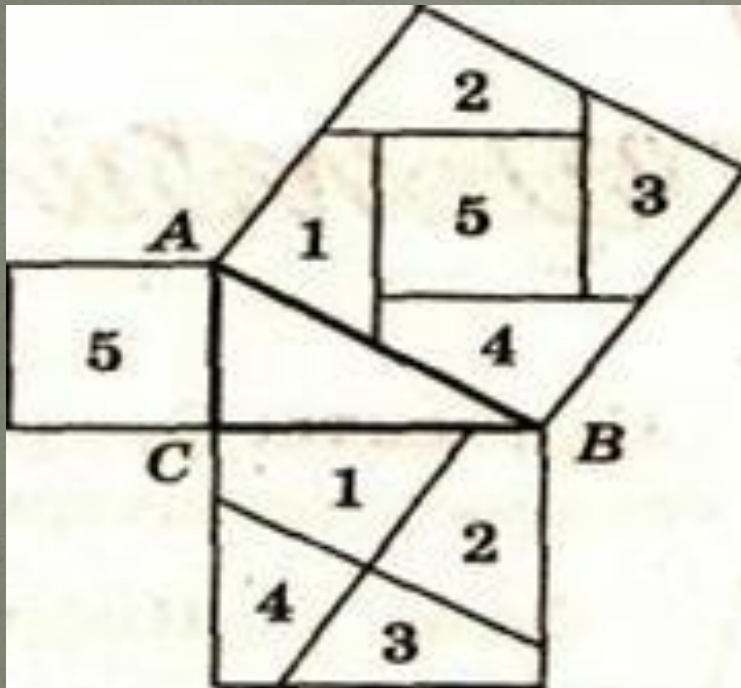


Рис. 4

- Данное доказательство основано на разрезании квадратов, построенных на катетах (рис. 4), и укладывании полученных частей на квадрате, построенном на гипотенузе

4 СПОСОБ.

Данный способ основывается на гипотенузе и катетах прямоугольного треугольника ABC . Он строит соответствующие квадраты и доказывает, что квадрат, построенный на гипотенузе, равновелик сумме квадратов, построенных на катетах (рис. 5)

Доказательство.

1) $DBC = FBA = 90^\circ$;

$DBC + ABC = FBA + ABC$, значит, $FBC = DBA$.

Таким образом, $FBC = ABD$ (по двум сторонам и углу между ними).

2) $S_{FBC} = S_{ABD}$, где $AL \perp DE$, так как BD - общее основание; DL - общая высота.

3) $S_{FBC} = S_{ABD}$, так как FB - основание, AB - общая высота.

4)

5) Аналогично можно доказать, что $S_{ACD} = S_{BDE}$.

6) Складывая почленно, получаем: $S_{FBC} + S_{ACD} = S_{ABD} + S_{BDE}$.

$\frac{1}{2} BC^2 = \frac{1}{2} AB^2 + \frac{1}{2} AC^2$. Доказательство

закончено.

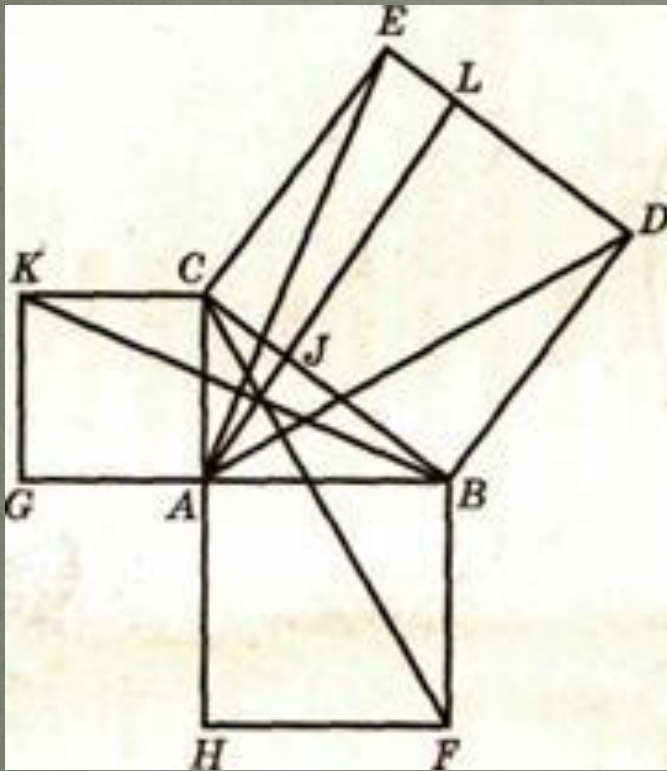
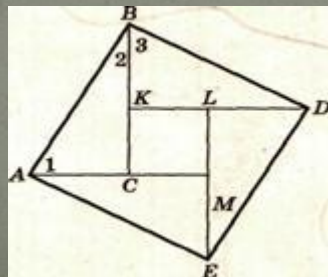


Рис. 5



11 СПОСОБ.

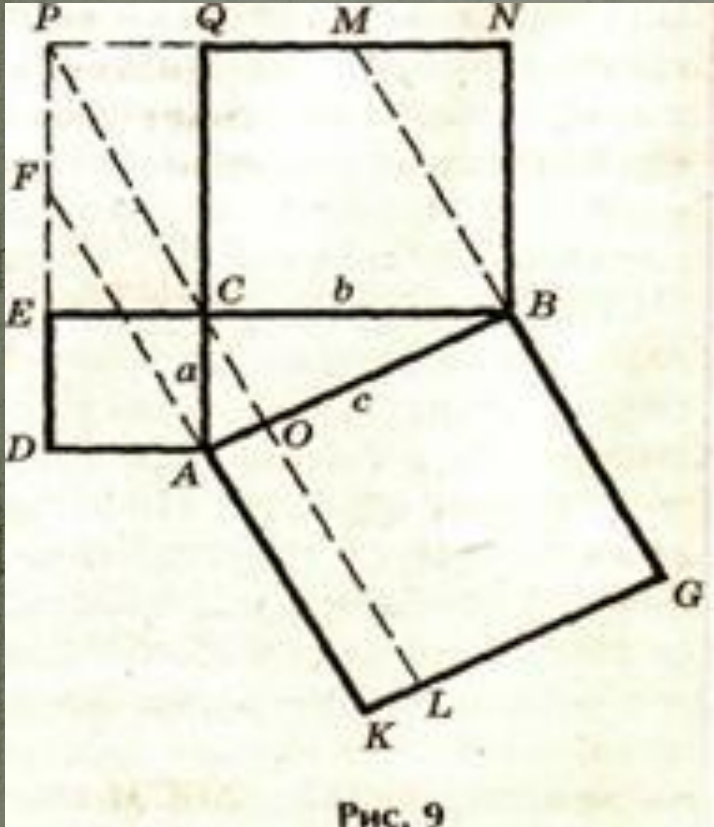


Рис. 6

Доказательство:

RCL – прямая (Рис. 6);

$KLOA = ACPF = ACED = a^2$;

$LGBO = CBMP = CBNQ = b^2$;

$AKGB = AKLO + LGBO = c^2$;

отсюда

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Доказательство окончено.