Regresní a korelační analýza

Regrese a korelace

Regrese charakterizuje **průběh** závislosti mezi kvantitativními statistickými znaky pomocí matematického modelu (regresní funkce).

Korelace měří **těsnost** (sílu, míru, intenzitu) statistické závislosti mezi kvantitativními statistickými znaky pomocí koeficientů.

Druhy závislostí

Podle počtu kvantitativních znaků

- závislost jednoduchá
- závislost vícenásobná

Druhy závislostí

Podle typu regresní funkce

- **lineární** závislost
- **nelineární** závislost

Podle směru změn kvantitat. znaků

- závislost **pozitivní** (kladná, přímá)
- závislost **negativní** (záporná, nepřímá)

Regresní analýza

Základní úkoly regresní analýzy

- získání statistických odhadů neznámých parametrů regresní funkce na základě výběru
- testování hypotéz o těchto parametrech
- ověřování předpokladů regresního modelu

Základní model

Základní model regresní závislosti

$$y_i' = f(x_i) + e_i,$$

$f(x_i)$ …je regresní funkce,

e_i …jsou náhodné (reziduální) chyby (odchylky)

Výběr regresní funkce

Logické posouzení daného vztahu

Vycházíme z grafické analýzy dat

Využití matematicko-statistický kritérií

Jednoduchá lineární regrese

Jednoduchá lineární regrese

Model regresní přímky

$$y_i = \alpha + \beta\, x_i + e_i \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

X …….nezávisle proměnná (vysvětlující, regresor)

Y …….závisle proměnná (vysvětlovaná)

α, β .. neznámé parametry modelu v ZS

e_i …… náhodná chyba (reziduum; chyba predikce) odchylka naměřené hodnoty od hodnoty předpovídané vyrovnávací křivkou.

Jednoduchá lineární regrese

Metoda nejmenších čtverců vychází z požadavku, aby součet čtverců odchylek pozorovaných hodnot (součet druhých mocnin reziduálních hodnot) byl minimální.

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i - \underbrace{\left(a + bx_i\right)} = min$$

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i')^2 = min$$

Jednoduchá lineární regrese

Jednostranná závislost – proměnná *X* je nezávisle proměnná a *Y* pak závisle proměnná.

a_{yx} … absolutní člen

b_{yx} … regresní koeficient

y'_i … vyrovnaná (teoretická) hodnota vysvětlované prom.

$$y'_i = a_{yx} + b_{yx} \cdot x_i$$

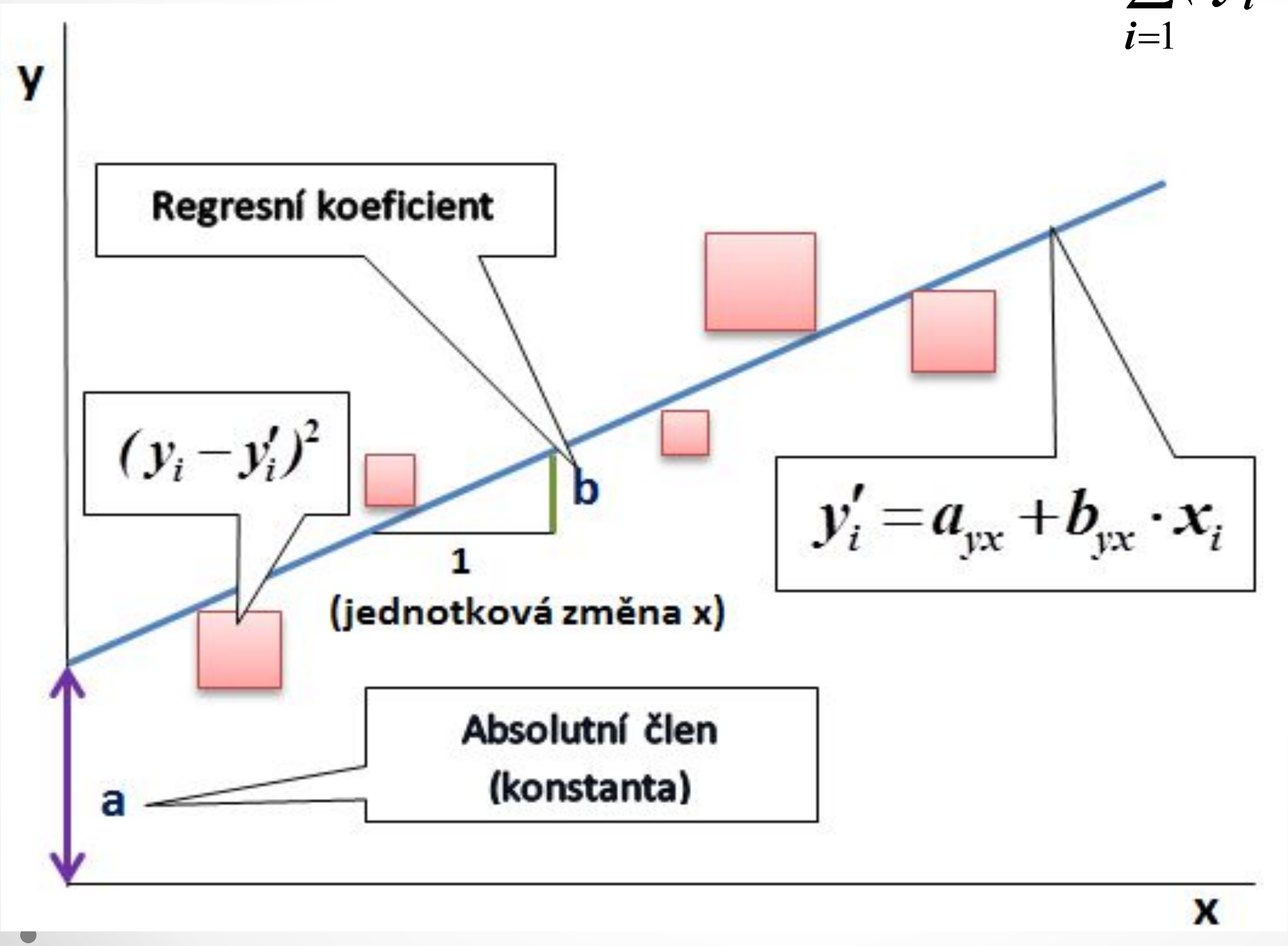
Oboustranná závislost – nelze rozhodnout, která proměnná je závislá a která nezávislá (sdružené fce.).

$$y'_i = a_{yx} + b_{yx} \cdot x_i$$

$$x'_i = a_{xy} + b_{xy} \cdot y_i$$

Jednoduchá lineární regrese

$$MN\check{C} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i')^2 = min$$



Korelační analýza

Korelace obecně označuje míru stupně (sílu) závislosti dvou proměnných *X* a *Y.*

Měření těsnosti (síly) závislosti - spočívá ve zjištění, jak těsně se jednotlivé skutečné napozorované hodnoty přimykají k regresní čáře, která vystihuje průběh závislosti.

Pearsonův koeficient korelace

$$r_{yx} = r_{xy}$$

Platí $<-1 \leq r \leq +1>$ dvě náhodné proměnné jsou tím více korelovány, čím blíže je hodnota korelačního koeficientu číslům +1 nebo –1.

Korelační analýza

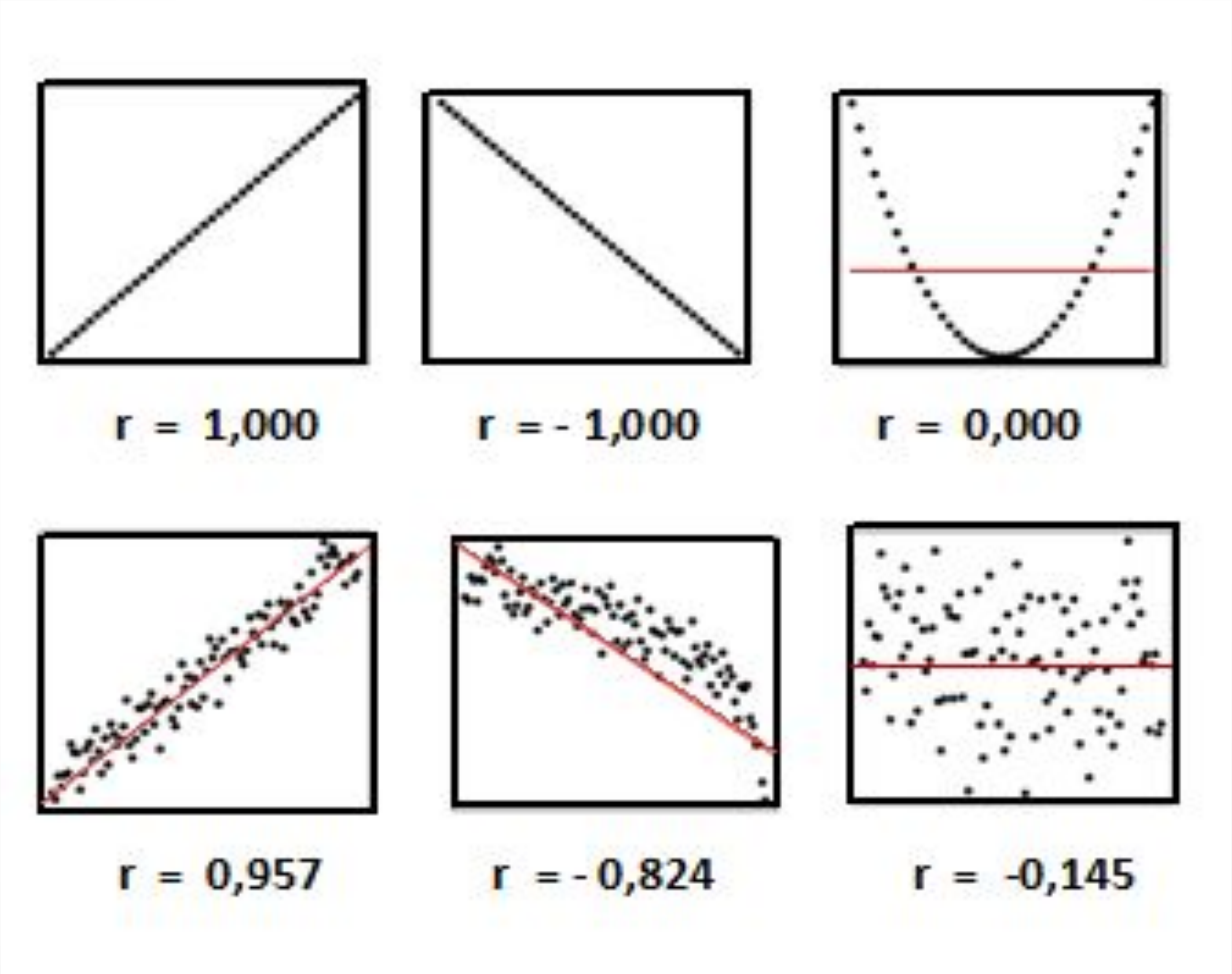
$$0 \le r^2 \le 1$$

Koeficient determinace r^2_{yx} je druhou mocninou koeficientu korelace.

$r^2 < 10\ \%$	těsnost nízká
$10\ \% \le r^2 < 25\ \%$	těsnost mírná
$25\ \% \le r^2 < 50\ \%$	těsnost význačná
$50\ \% \le r^2 < 80\ \%$	těsnost velká
$80\ \% \le r^2$	těsnost velmi vysoká

Korelační analýza

Proložení regresní přímky korelačním polem



Spearmanův koeficient pořadí

Spearmanův koeficient korelace r_s nabývá hodnot z intervalu ($-1 \leq r_s \leq 1$).

Souhrnný příklad

Měření výšky a váhy u studentů druhého ročníku oboru PAA (datová matice v moodle)

X – výška; Y - váha

Vytvoříme graf – korelační pole

Vypočítáme rovnici regresní přímky

Určíme sílu závislosti