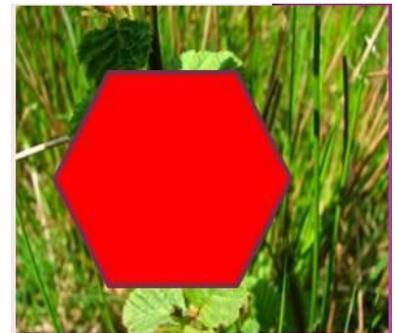
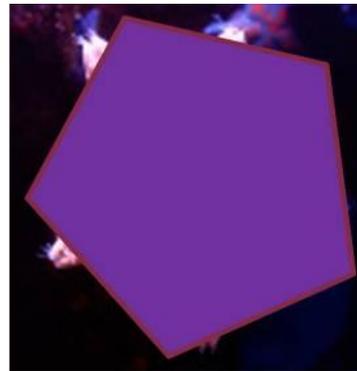
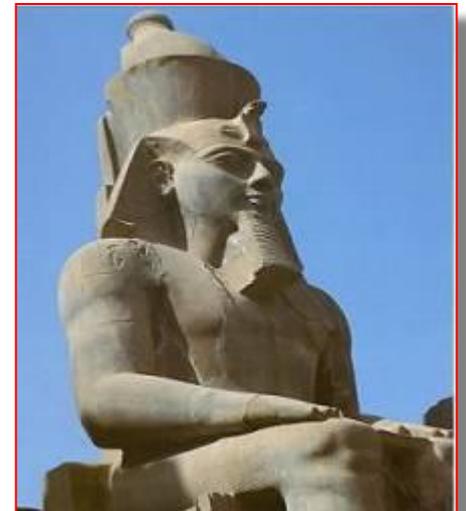


ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ



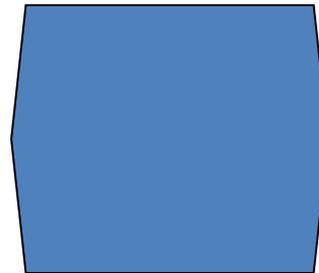
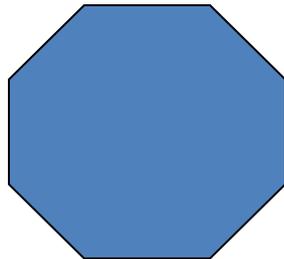
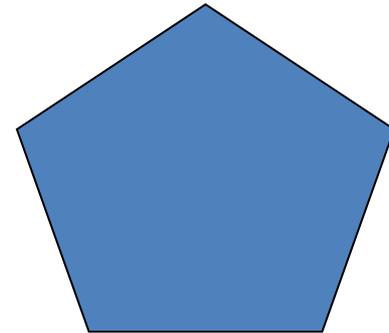
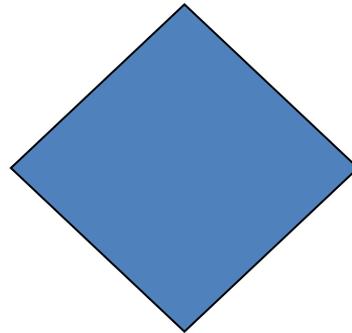
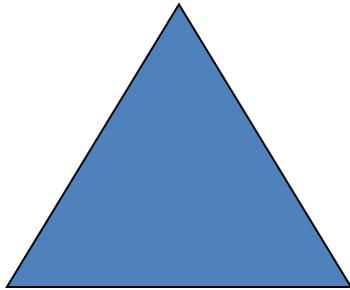
Из истории

- Правильные многоугольники были известны еще в глубокой древности. В египетских и вавилонских старинных памятниках встречаются правильные четырехугольники, шестиугольники и восьмиугольники в виде изображений на стенах и украшениях, высеченных из камня.
- Древнегреческие ученые стали проявлять большой интерес к правильным многоугольникам еще со времен Пифагора.
- Учение о правильных многоугольниках было систематизировано и изложено в 4 книге «Начал» Евклида.

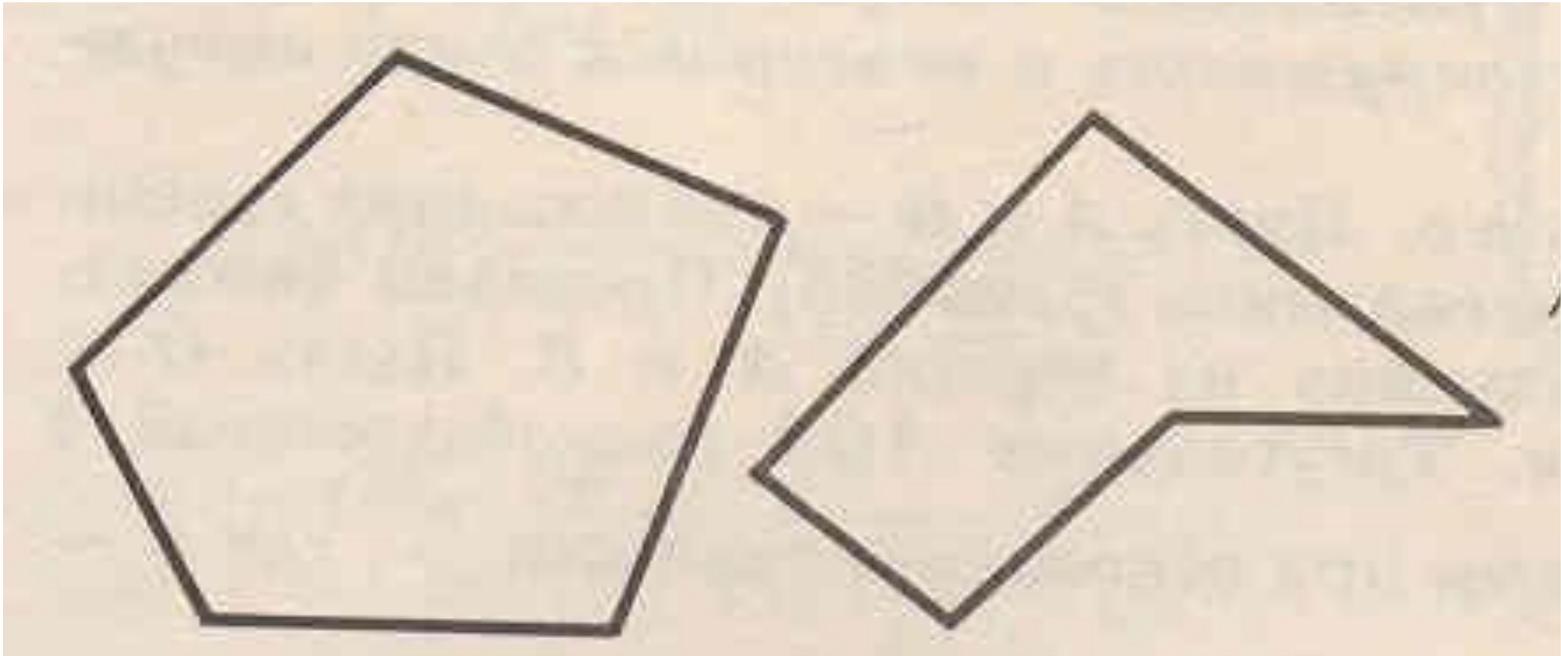


ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК

Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.



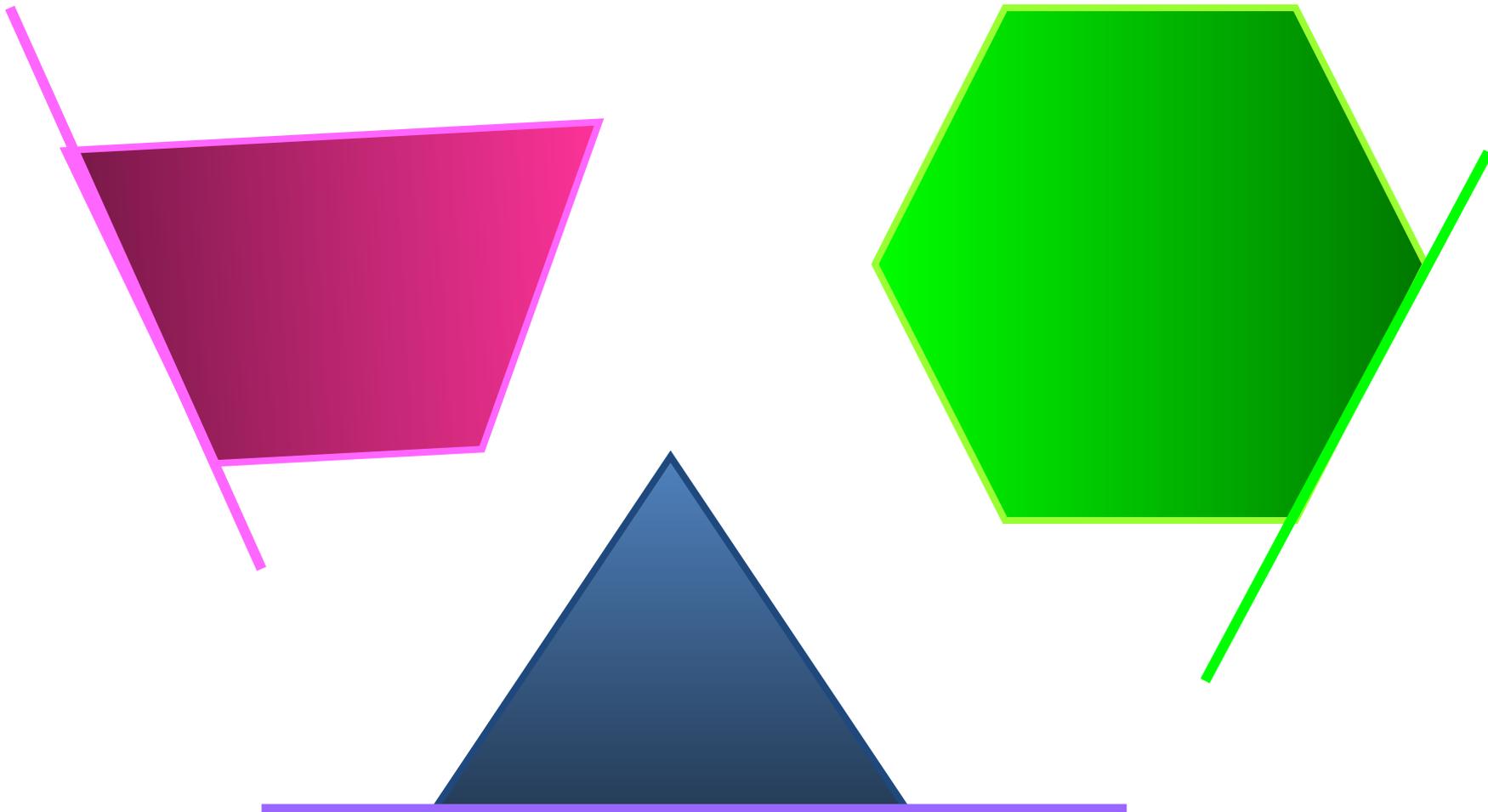
Виды многоугольников



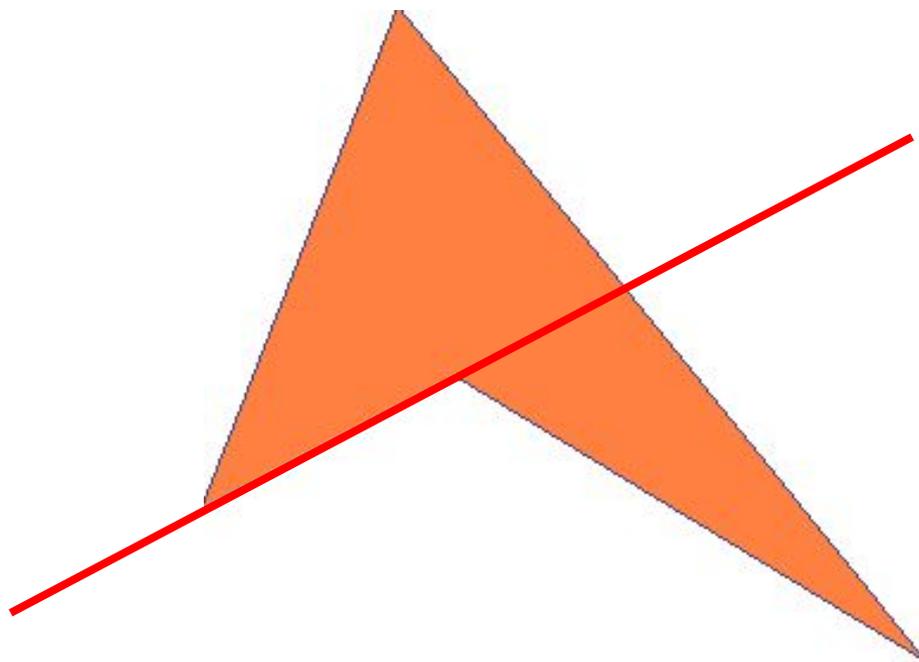
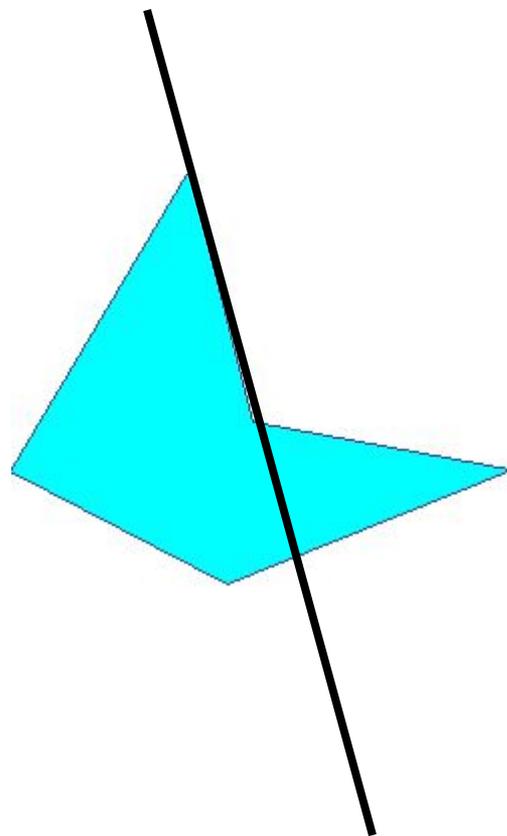
Выпуклый

Невыпуклый

Выпуклые многоугольники



Невыпуклые многоугольники

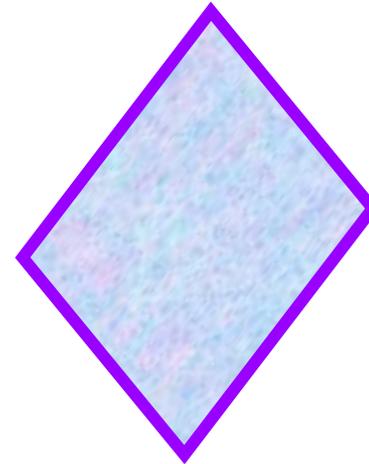


Правильные многоугольники

все углы равны



все стороны равны

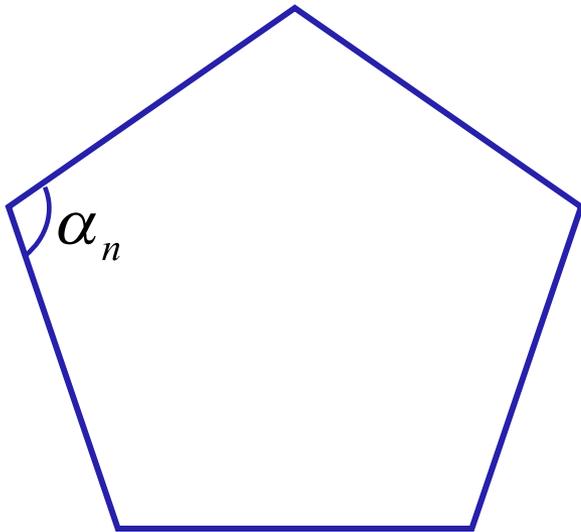


все углы равны и все стороны равны



Сумма углов правильного n -угольника

$$(n - 2) \cdot 180^{\circ}$$

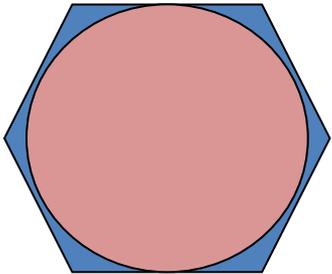


$$\alpha_n = \frac{(n - 2) \cdot 180^{\circ}}{n}$$

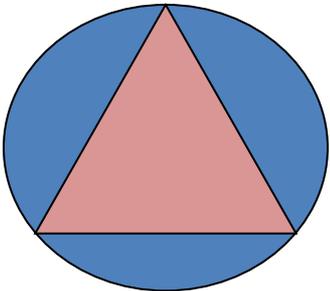
Угол правильного n -угольника

Решаем задания №1

Вписанная и описанная окружность



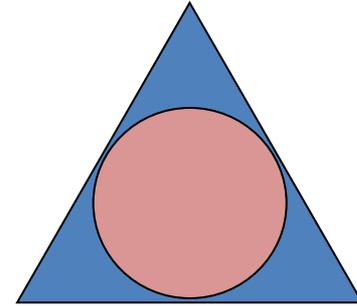
Окружность называется вписанной в многоугольник, если все стороны многоугольника касаются этой окружности.



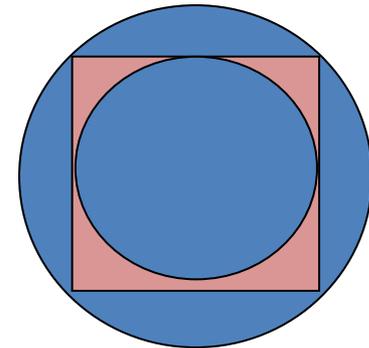
Окружность называется описанной около многоугольника, если все его вершины лежат на этой окружности.

Вписанная и описанная окружность

Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их серединах.



Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник.



ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Площадь правильного многоугольника

$$S = \frac{1}{2} Pr$$

Сторона правильного многоугольника

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

Радиус вписанной окружности

$$r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$$

Группа 1 **Дано: R , $n=3$** **Найти: a**

Группа 2 **Дано: R , $n=4$** **Найти: a**

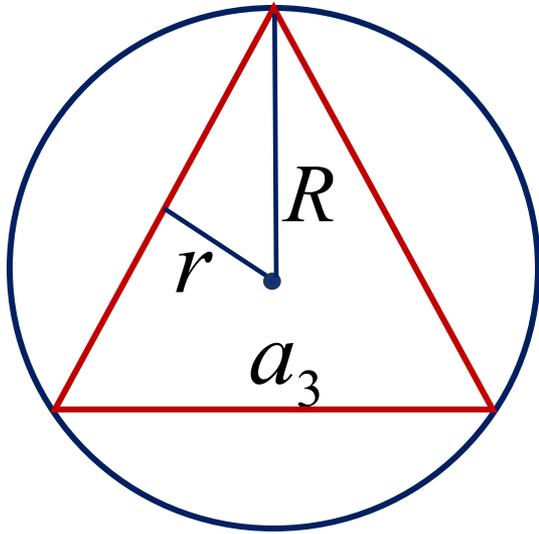
Группа 3 **Дано: R , $n=6$** **Найти: a**

Группа 4 **Дано: r , $n=3$** **Найти: a**

Группа 5 **Дано: r , $n=4$** **Найти: a**

Группа 6 **Дано: r , $n=6$** **Найти: a**

Группа 1 Дано: R , $n=3$ Найти: a



$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

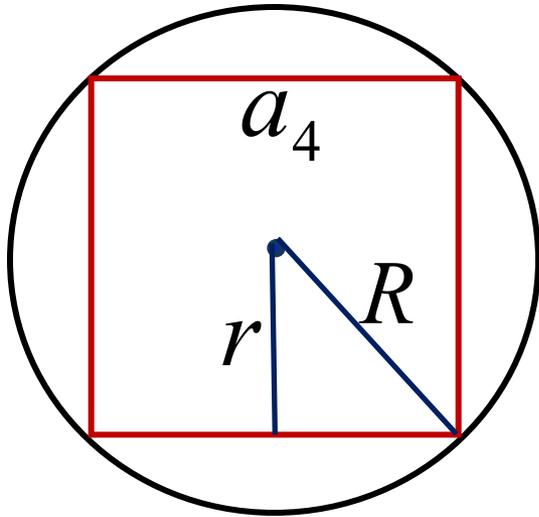
$$a_3 = 2R \sin \frac{180^\circ}{3} = 2R \sin 60^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

$$a_3 = R\sqrt{3}$$

Группа 2

Дано: R , $n=4$

Найти: a

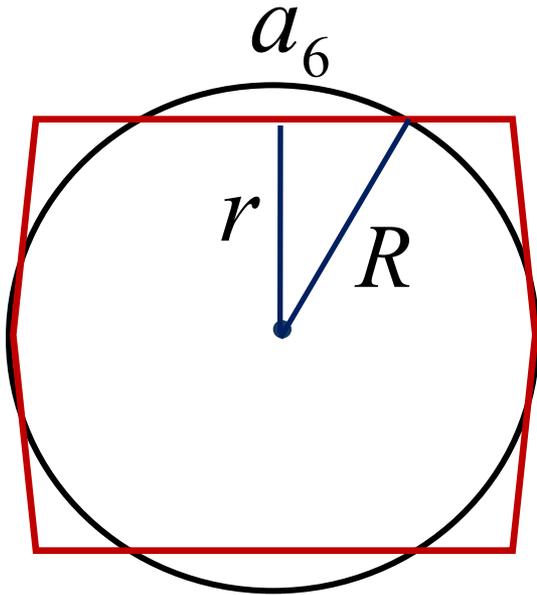


$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

$$a_4 = 2R \sin \frac{180^\circ}{4} = 2R \sin 45^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$

$$a_4 = R\sqrt{2}$$

Группа 3 Дано: R , $n=6$ Найти: a



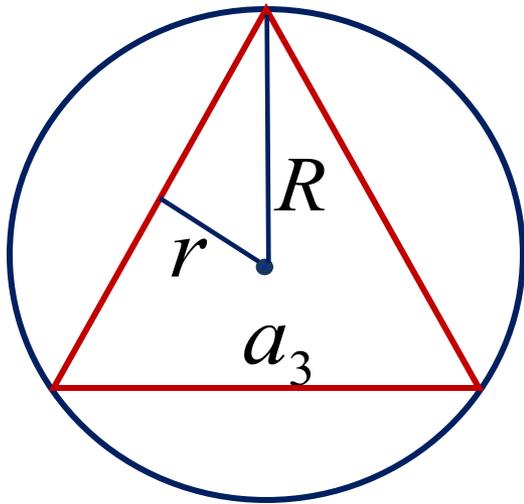
$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

$$a_6 = 2R \sin \frac{180^\circ}{6} = 2R \sin 30^\circ = 2R \cdot \frac{1}{2} = R$$

$$a_6 = R$$

Группа 4 Дано: r , $n=3$

Найти: a



$$R = \frac{r}{\cos \frac{180^\circ}{n}}$$

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

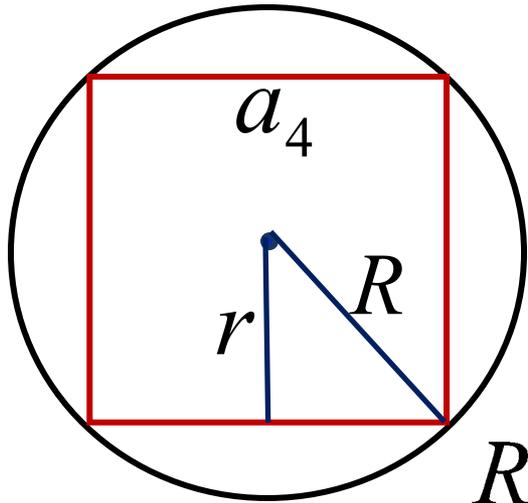
$$R_3 = \frac{r}{\cos 60^\circ} = \frac{r}{\frac{1}{2}} = 2r$$

$$a_3 = 2R \sin \frac{180^\circ}{3} = 2 \cdot 2r \sin 60^\circ = 4r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}r$$

$$a_3 = 2\sqrt{3}r$$

Группа 5 Дано: r , $n=4$

Найти: a



$$R = \frac{r}{\cos \frac{180^\circ}{n}}$$

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

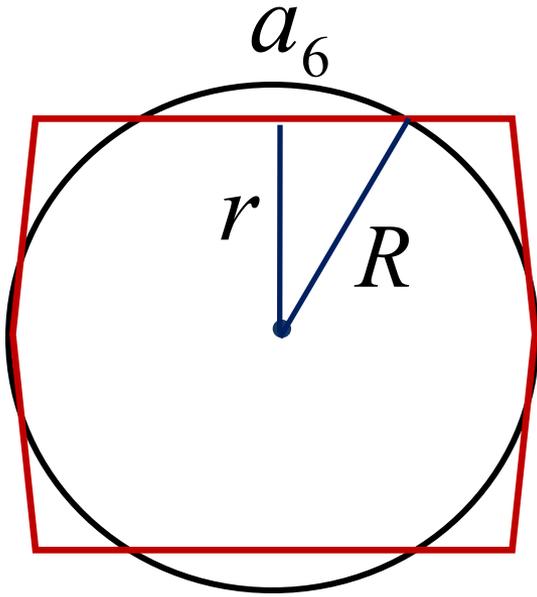
$$R_4 = \frac{r}{\cos 45^\circ} = \frac{r}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}r$$

$$a_4 = 2R \sin \frac{180^\circ}{4} = 2 \cdot \sqrt{2}r \sin 45^\circ = 2\sqrt{2}r \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2r$$

$$a_4 = 2r$$

Группа 6 Дано: r , $n=6$

Найти: a



$$R = \frac{r}{\cos \frac{180^\circ}{n}}$$

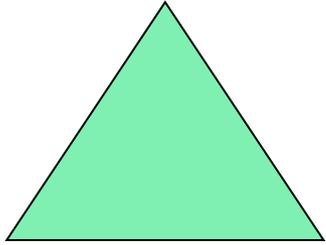
$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

$$R_6 = \frac{r}{\cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}} = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

$$a_6 = 2R \sin \frac{180^\circ}{6} = 2 \cdot \frac{2r}{\sqrt{3}} \sin 30^\circ = \frac{4r}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

$$a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ



$$a_3 = R\sqrt{3}$$

$$a_3 = 2\sqrt{3}r$$



$$a_4 = R\sqrt{2}$$

$$a_4 = 2r$$



$$a_6 = R$$

$$a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

Подведем итог

Мы знаем формулы:

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n} \quad a_3 = R\sqrt{3} \quad a_3 = 2\sqrt{3}r$$

$$r = R \cos \frac{180^\circ}{n} \quad a_4 = R\sqrt{2} \quad a_4 = 2r$$

$$S = \frac{1}{2} Pr \quad a_6 = R \quad a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$



Решаем задания №3

Паркетные плитки из правильных многоугольников



- В математике паркетом называют «замоещение» плоскости повторяющимися фигурами без пропусков и перекрытий. Простейшие паркетные плитки были открыты пифагорейцами около 2500 лет тому назад.

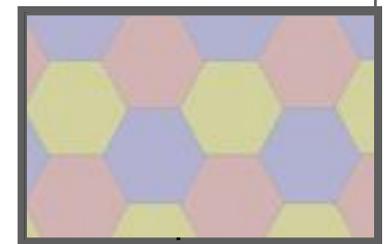
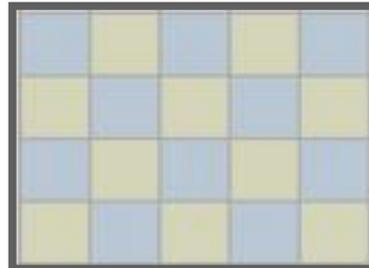
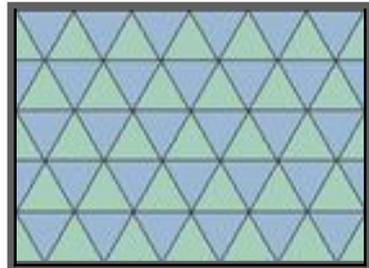
Они установили, что вокруг одной точки могут лежать либо шесть правильных многоугольников ($360^{\circ} : 60^{\circ} = 6$), либо четыре квадрата ($360^{\circ} : 90^{\circ} = 4$), либо три правильных шестиугольника ($360^{\circ} : 120^{\circ} = 3$), так как сумма углов с вершиной этой точки равна 360° .

Паркеты из правильных многоугольников

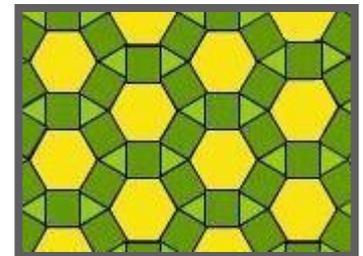
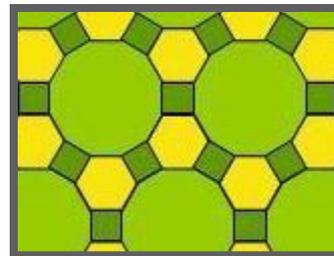
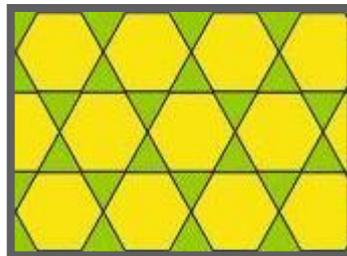
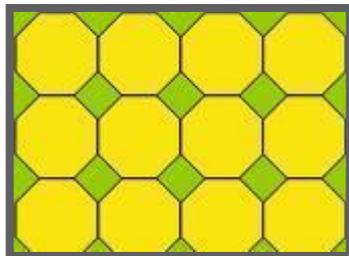
- Паркет называется **правильным**, если он составлен из равных правильных многоугольников и вокруг каждой вершины правильные многоугольники расположены одним и тем же способом.
- Если при составлении паркета использовать несколько правильных многоугольников с различным числом сторон, то такой паркет называется **полуправильным**.

ПАРКЕТЫ ИЗ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

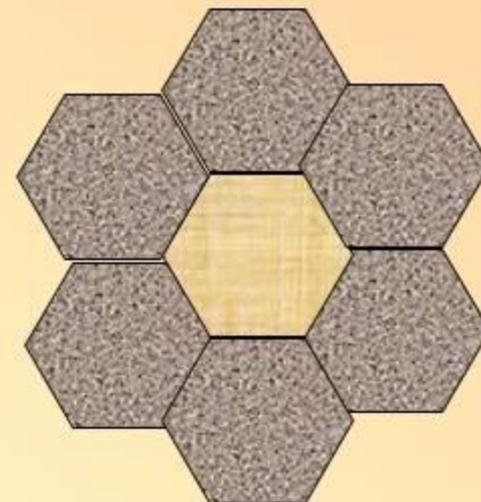
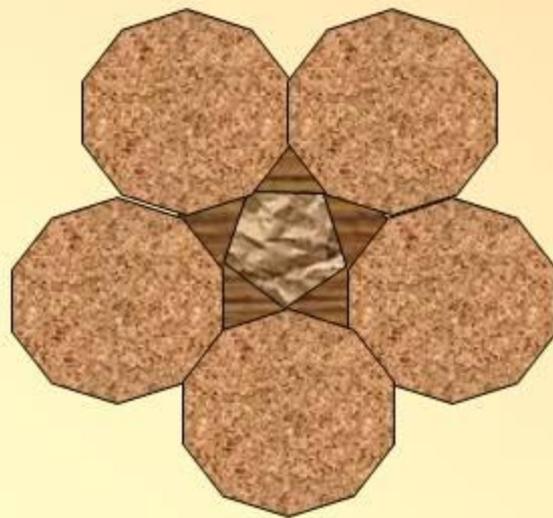
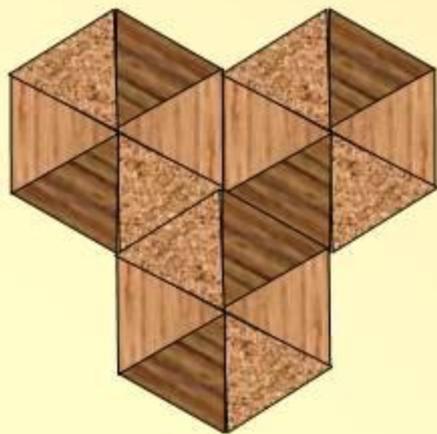
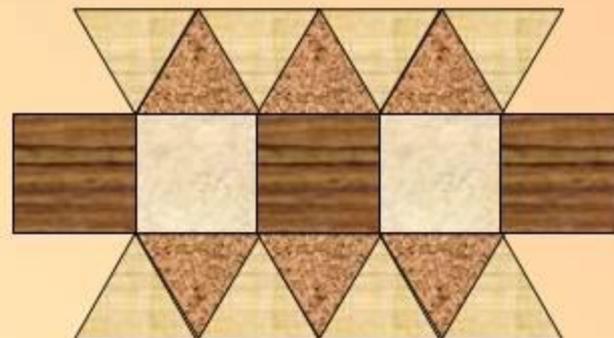
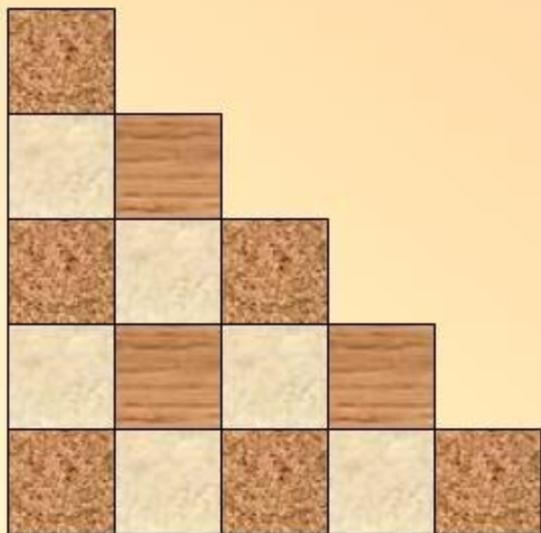
Паркетты из одинаковых правильных многоугольников



Паркетты из разных правильных многоугольников



Паркететы из правильных многоугольников





 CERAMICA
KS.UA

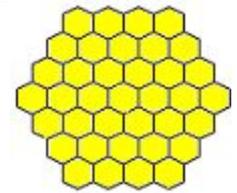


ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ В ПРИРОДЕ



Правильные многоугольники встречаются в природе. Один из примеров – это пчелиные соты, которые представляют собой прямоугольник, покрытый правильными шестиугольниками. На этих шестиугольниках пчелы выращивают из воска ячейки, представляющие собой прямые шестиугольные призмы. В них пчелы и откладывают мед, а затем снова покрывают сплошным прямоугольником из воска.

Правильные многоугольники в природе



Почему пчелы «выбрали» себе для ячеек на сотах форму правильного шестиугольника?

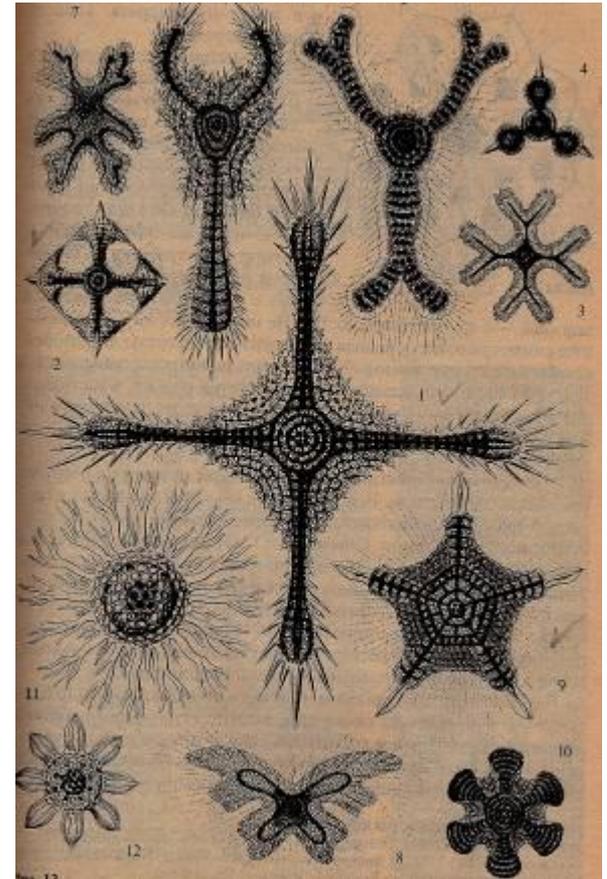
Строя шестиугольные ячейки пчелы наиболее экономно используют площадь внутри небольшого улья и воск для изготовления ячеек.

Причем пчелиные соты представляют собой не плоский, а пространственный паркет, поскольку заполняют пространство так, что не остается просветов.

И как не согласиться с мнением пчелы из сказки «Тысяча и одна ночь»: *«Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая геометрию моих сот».*

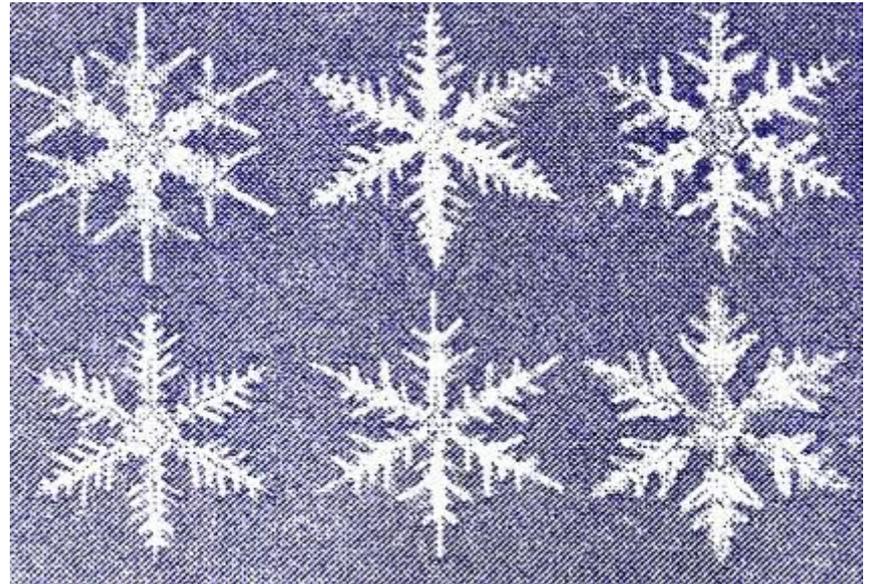
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ В ПРИРОДЕ

Многие
простейшие
морские организмы
(радиолярии)
имеют форму
правильных
многоугольников



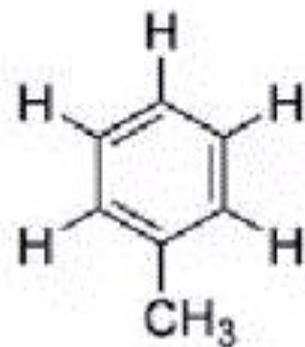
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ В ПРИРОДЕ

Снежинки имеют
форму правильных
многоугольников

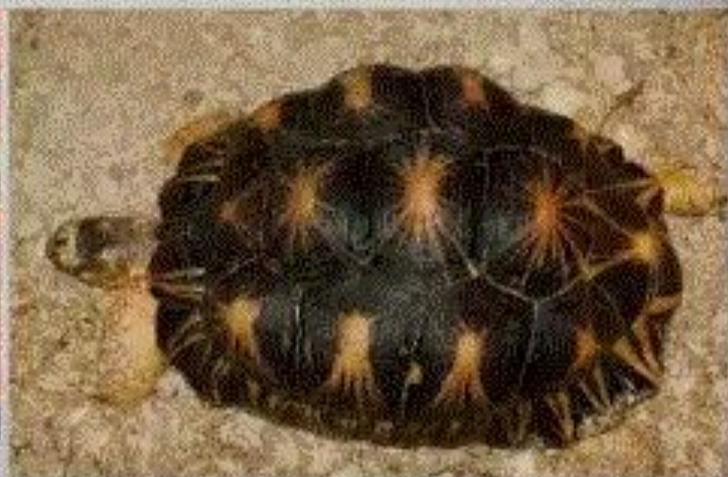
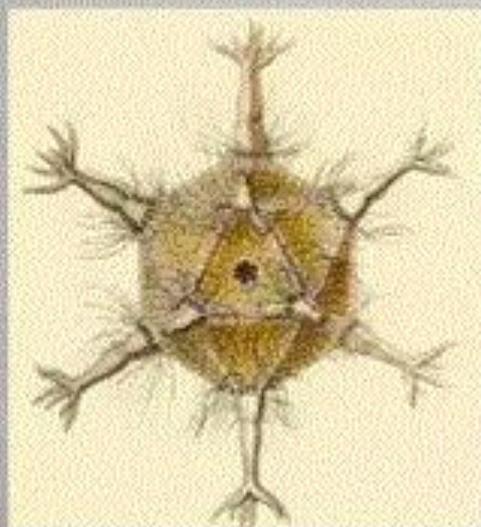


Сложные молекулы углерода.

Также примером многоугольников в природе могут служить некоторые сложные молекулы углерода.



- Наиболее экономичной в отношении затраты материала является конструкция, составленная из плотно сомкнутых правильных шестиугольников или шестигранников. Она очень часто встречается в природе: в панцирях черепах, чешуе змей, проводящих сосудах растений, в радиоляриях, диатомеях и т. д.



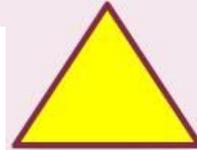
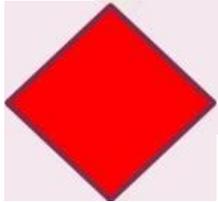
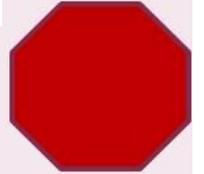
В мире растений правильные многоугольники тоже встречаются, но гораздо реже.

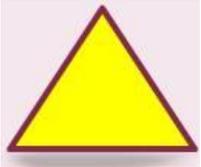


Эти удивительные правильные многоугольники

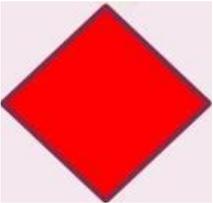


**Правильные
многоугольники –
воплощение красоты и
изящества. Они
заслуживают
пристального внимания
и изучения.**





Мне понравился урок и я узнал много интересного.



Мне понравился урок, но я испытывал затруднения.



Мне не понравился урок.