Первообразная

Правила нахождения первообразных

1. $c' = 0, c = \text{const}$

2. $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$

3. $\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a$

4. $\left(e^x\right)' = e^x$

5. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$

6. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

7. $(\sin x)' = \cos x$

8. $(\cos x)' = -\sin x$

9. $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

10. $(\mathrm{tg}\, x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

Функция *F(x)* называется первообразной для функции *f(x)* на некотором промежутке, если для всех *x* из этого промежутка

$$F'(x) = f(x)$$

Показать, что функция $F(x)=\dfrac{x^5}{5}+1$

является первообразной для функции

$$f(x)=x^4$$

Решение:

$$F'(x)=\left(\frac{x^5}{5}+1\right)'=\frac{5x^4}{5}=x^4=f(x)$$

Показать, что функция $F(x) = 1 + \sin 2x$

является первообразной для функции

$$f(x) = 2\cos 2x$$

Решение:

$$F'(x) = (1 + \sin 2x)' = 2\cos 2x = f(x)$$

Если $F(x)$– первообразная для функции $f(x)$ на некотором промежутке, то функция $F(x)+C$ также является первообразной функции $f(x)$ на этом промежутке, где C –произвольная постоянная.

$$f(x) = x^p, p \neq 0$$

$$F(x) = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C$$

$$f(x) = \frac{1}{x}, x > 0$$

$$F(x) = \ln x + C$$

$$f(x) = e^x$$

$$F(x) = e^x + C$$

$$f(x) = \sin x$$

$$F(x) = -\cos x + C$$

$$f(x) = \cos x$$

$$F(x) = \sin x + C$$

Правила нахождения первообразных

Если $F(x)$– первообразная для функции $f(x)$, а $G(x)$– первообразная для функции $g(x)$, то $F(x)+G(x)$– первообразная для функции $f(x)+g(x)$

Первообразная суммы равна сумме первообразных

Если *F(x)*– первообразная для функции *f(x)*, а *a –константа*, то *aF(x)*– первообразная для функции *af(x)*

Постоянный множитель можно выносить за знак первообразной

Если *F(x)* – первообразная для функции *f(x)*, а *k и b*- константы, причем $k \neq 0$

то $\frac{1}{k}F(kx+b)$ **-первообразная для функции**

$$f(kx+b)$$

Найти первообразные для функции

$$f(x) = 5x^3 + e^{2x+7} - 4\cos x$$

Решение:

$$F(x) = 5 \cdot \frac{x^4}{4} + \frac{1}{2} e^{2x+7} - 4\sin x + C$$