

**Решение неравенств  
методом интервалов  
9 класс**

*Ю.Н.Макарычев ,Н.Г.Миндюк*

*учитель математики :Булгакова Т.Д.  
МКОУ «БАБЯКОВСКАЯ СОШ № 2»*

# **Равносильные преобразования неравенств.**

***Правило 1.*** Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, не меняя при этом знак неравенства.

***Правило 2.*** Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не меняя при этом знак неравенства.

# Основные правила решения неравенств.

***Правило 3.*** Обе части  
неравенства можно умножить  
или разделить на одно и то же  
отрицательное число, изменив  
при этом знак неравенства на  
противоположный

*Решаем неравенства:*

**1**

$$7x + 4 \leq 4x - 8$$

$$7x - 4x \leq -8 - 4$$

$$3x \leq -12$$

$$x \leq -4$$



**Ответ:**  $(-\infty; -4]$

2.

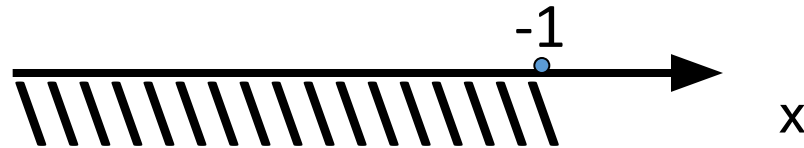
$$5x + 3(2x - 1) > 13x - 1$$

**Решение:**  $5x + 6x - 3 > 13x - 1$

$$5x + 6x - 13x > 3 - 1$$

$$-2x > 2 \quad (: (-2))$$

$$x < -1$$



**Ответ:**  $(-\infty; -1)$

# Решение квадратных неравенств методом интервалов.

1. Разложить квадратный трехчлен на множители, воспользовавшись формулой  $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ .
2. Отметить на числовой прямой корни квадратного трехчлена.
3. Определить на каких промежутках трехчлен имеет положительный или отрицательный знак.
4. Учитывая знак неравенства, включить нужные промежутки в ответ.

# *Решение неравенств*

2. Решить квадратное неравенство:

а)  $x^2 > 16$

$$x^2 - 16 > 0$$

$$(x-4)(x+4) > 0$$

Ответ:  $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$

б)  $x^2 + 5 > 0$

Ответ: верно при  
любом значении  $x$ .

в)  $x^2 + 5 < 0$

Ответ: не имеет  
решений.

# ***Решение неравенств***

Решить квадратное неравенство:

2 способ (метод интервалов):  $x^2+6x+8<0$

Рассмотрим функцию  $y = x^2+6x+8$

Нули функции  $x^2+6x+8=0$

$$x_1=-4; \quad x_2=-2$$

$$(x+4)(x+2)<0$$

Ответ:  $-4<x<-2$



## Самостоятельная работа

Вариант 1.

Вариант 2.

*Решите неравенства методом  
интервалов:*

а)  $(2x - 5)(x + 3) \geq 0;$

а)  $(5x - 2)(x + 4) < 0;$

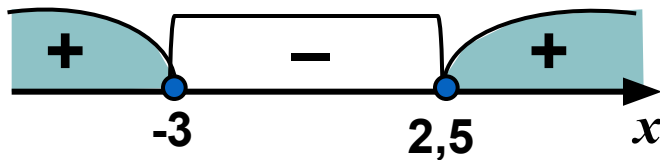
б)  $4x^2 + 4x - 3 < 0.$

б)  $9x^2 + 3x - 2 \geq 0.$

## Проверь своё решение

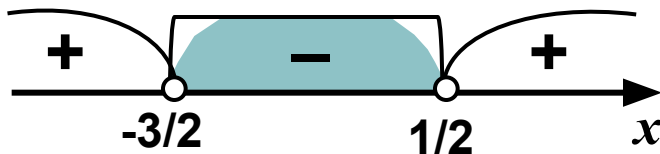
### Вариант 1.

а)  $(2x - 5)(x + 3) \geq 0$ ;



Ответ:  $(-\infty; -3] \cup [2,5; +\infty)$ .

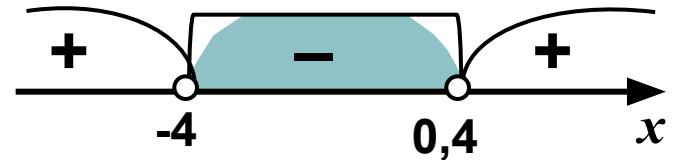
б)  $4x^2 + 4x - 3 < 0$ .



Ответ:  $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$

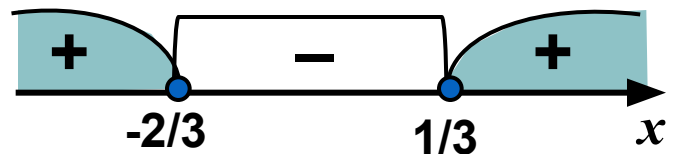
### Вариант 2.

а)  $(5x - 2)(x + 4) < 0$ ;



Ответ:  $(-4; 0,4)$

б)  $9x^2 + 3x - 2 \geq 0$ .



Ответ:  $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .

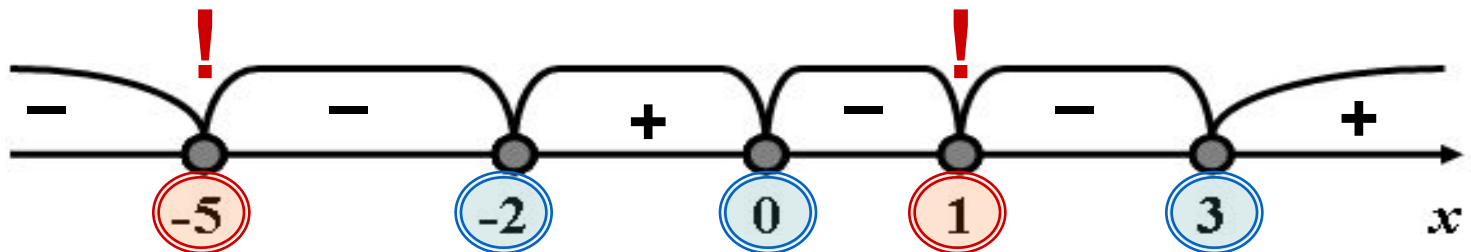
Решим неравенство  $(x + 5)^6 \cdot (x + 2)^3 \cdot x^1 \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 3)^5 \geq 0$ .

Если в разложении многочлена на множители входит сомножитель  $(x - x_0)^k$ , то говорят, что  $-x_0$  корень многочлена кратности  $k$ .

1) Данный многочлен имеет корни:

$x = -5$ , кратности 6;  $x = -2$ , кратности 3;  $x = 0$ , кратности 1;  
 $x = 1$ , кратности 2;  $x = 3$ , кратности 5.

2) Нанесем эти корни на числовую ось.



3) Определим знак многочлена на каждом интервале. Теперь легко ответить на вопрос задачи, при каких значениях  $x$  знак многочлена неотрицательный. Отметим на рисунке нужные нам области, получим:

4) Запишем ответ:  $x \in \{-5\} \cup [-2; 0] \cup \{1\} \cup [3; +\infty)$ .

**Обобщая ваши наблюдения, делаем выводы:**

- ❖ **Для решения неравенства важно знать, является ли  $k$  четным или нечетным числом**
- ❖ **При четном  $k$  многочлен справа и слева от  $x_0$  имеет один и тот же знак (знак многочлена не меняется)**
- ❖ **При нечетном  $k$  многочлен справа и слева от  $x_0$  имеет противоположные знаки (знак многочлена изменяется)**

## Решите неравенство

1 вариант:

$$(x - 3)^4 \cdot (x + 2)^5 \cdot (x - 7)^2 \cdot (x - 10) < 0.$$

2 вариант:

$$(x - 9)^2 \cdot (x - 2)^5 \cdot (x + 6)^3 \cdot (x - 1) > 0.$$

*Сделайте выводы о смене знака на интервалах, в зависимости от степени кратности корня.*

# Решение дробно-рациональных неравенств методом интервалов

1. Привести данное неравенство к виду  $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$
2. Разложить числитель и знаменатель дроби на множители;
3. Нанести на числовую ось числа, при которых каждый множитель равен нулю и разделить числовую ось на промежутки;
4. Изобразить выбитыми те точки, которые не являются решением неравенства;
5. Выяснить знаки промежутков;
6. Выбрать ответ.

# Самостоятельная работа.

Решить неравенства:

1 вариант

• а)  $5x+4 < 9x-12$

• б)  $x^2+3x-4 \geq 0$

• в)  $(x+5)(x-7) < 0$

• г)  $(x-1)^2(2x-1)(x+2) \leq 0$

• д)

2 вариант

а)  $7x-11 \geq 10x-8$

б)  $x^2-5x-36 < 0$

в)  $(x+1)(x-4) > 0$

г)  $(x-2)^2(5x+4)(x-7) \geq 0$

д)

$$\frac{(x+2)(x+3)}{x-5} \geq 0$$

$$\frac{x+8}{(x+2)(x-7)} \leq 0$$

## Проверь себя:

- 1 Вариант

1.  $x > 4$

2.  $x \leq -4; x \geq 1$

3.  $-5 < x < 7$

4.  $-2 < x < 0,5; \{1\}$

5.  $-3 \leq x \leq -2; x > 5$

## 2 Вариант

1.  $x \leq -3$

2.  $-4 < x < 9$

3.  $x \leq -0,8; x \geq 4$

4.  $x \leq -0,8; x \geq 7; \{2\}$

5.  $x \leq -8; -2 < x < 7$



## Самостоятельная работа

*Решите неравенства методом  
интервалов:*

Вариант 1.

а)  $(2x-5)(x+3) \geq 0$

б)  $4x^2+4x-3 < 0$

в)  $\frac{(x-3)(x+1)}{x} \leq 0$

Вариант 2.

а)  $(5x-2)(x+4) < 0$

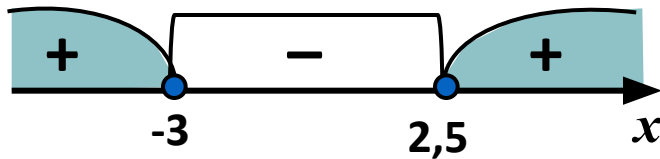
б)  $9x^2+3x-2 \geq 0$

в)  $\frac{(x+2)(x-4)}{x} \leq 0$

## Проверь своё решение

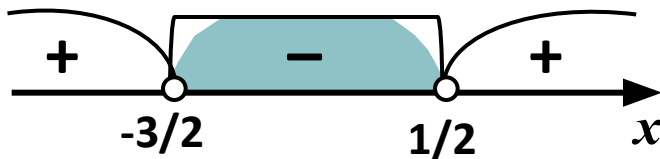
### Вариант 1.

а)  $(2x - 5)(x + 3) \geq 0$ ;



Ответ:  $(-\infty; -3] \cup [2,5; +\infty)$ .

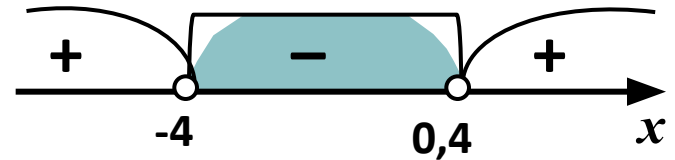
б)  $4x^2 + 4x - 3 < 0$ .



Ответ:  $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$

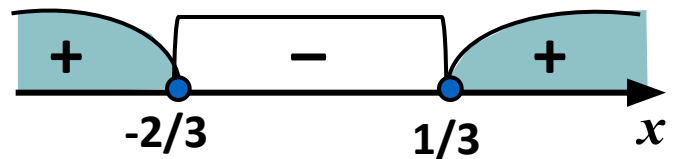
### Вариант 2.

а)  $(5x - 2)(x + 4) < 0$ ;



Ответ:  $(-4; 0,4)$

б)  $9x^2 + 3x - 2 \geq 0$ .



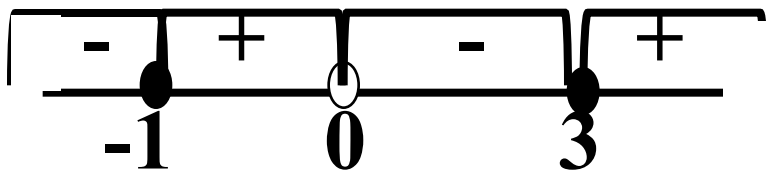
Ответ:  $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .

## *Проверь своё решение*

Вариант

1.  
в)  $\frac{(x-3)(x+1)}{x} \leq 0$

ОДЗ:  $x \neq 0$

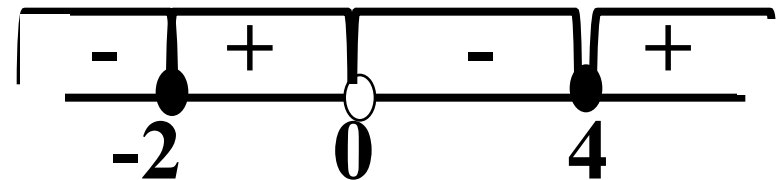


Ответ:  $(-\infty; -1] \cup (0; 3]$

Вариант 2.

в)  $\frac{(x+2)(x-4)}{x} \leq 0$

ОДЗ:  $x \neq 0$



Ответ:  $(-\infty; -2] \cup (0; 4]$

Итог урока: проверка с.р

Домашняя работа :параграф 15 , контрольные вопросы № 326(в,г),№330(а,б),№332