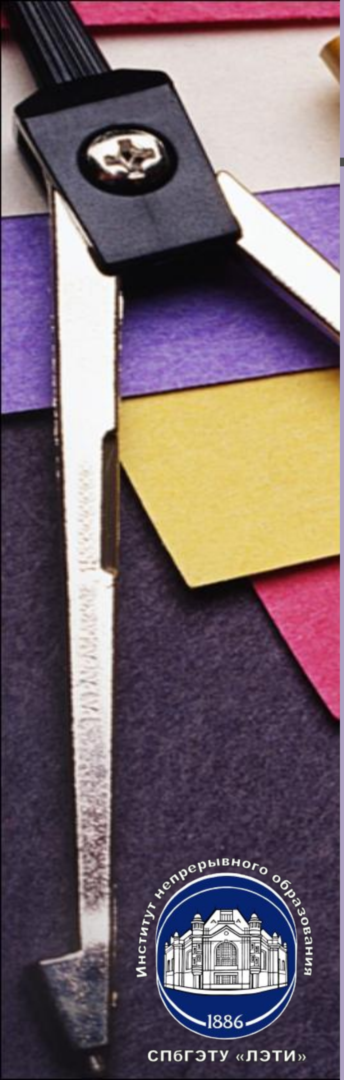
«Методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов на базе MATLAB»

Оценивание спектральной плотности мощности

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

Институт непрерывного образования
1886
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»



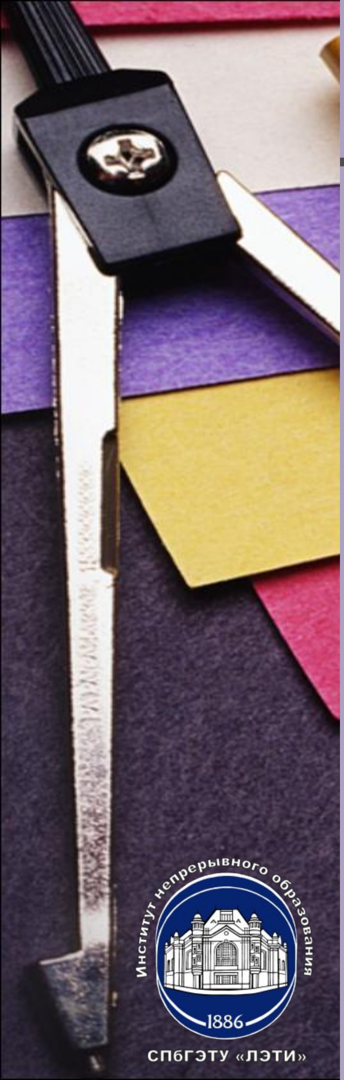
ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (1)

Алгоритм оценивания СПМ позволяет вычислять следующие параметры:

1) СПМ стационарных участков;
2) энергию, приходящуюся на заданные полосы частот.

Алгоритм применяется в следующих случаях:

1) СПМ сигналов имеет **сложную нерегулярную структуру** и характеризуется наличием распределенных **локальных особенностей**;
2) Наличие сигналов (процессов) с **непрерывным спектром**;
3) Обработка **спектральных отсчетов** (в частотной области) без непосредственного использования отсчетов во временной области;
4) Обработка зашумленных сигналов (при **высоком уровне шума**).

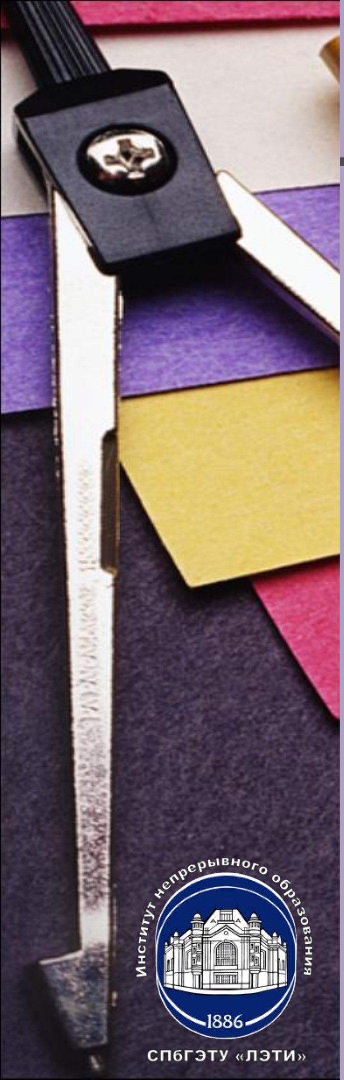


ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (2)

Алгоритм может также применяться для решения следующих задач:

1) **получение оценки СПМ сигналов для последующего исследования распределения энергии по частотным полосам и исследования локальных особенностей в виде узких пиков, глубоких провалов, резких изменений и пр.;**

2) **сглаживание СПМ при неизвестных отсчетах во временной области.**



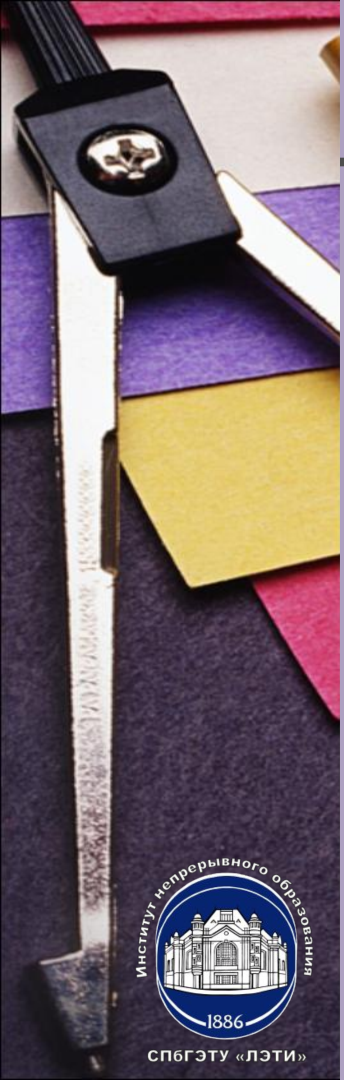
ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (3)

Описание алгоритма

1) Вычисление Фурье-периодограммы сигнала

$$W_N(k) = S(k)u(k), \qquad k = 0,1,\ldots,N$$

где k – номер спектрального отсчета (дискретная нормированная частота), $W_N(k)$ – вычисленная Фурье-периодограмма, $S(k)$ – искомая СПМ, $u(k)$ – случайная составляющая. При $k=1,\ldots,N-1$ величина $u(k)$ имеет одностороннее экспоненциальное распределение с параметром 1, а при $k = 0$ и $k = N$ величина $u(k)$ имеет распределение χ^2 с одной степенью свободы.



ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (4)

2) Логарифмирование **Фурье-периодограммы сигнала**

$$\ln W_N(k) = \ln S(k) + \ln u(k), \quad k = 0,1,\dots,N$$

3) Преобразование логарифмической **Фурье-периодограммы сигнала**

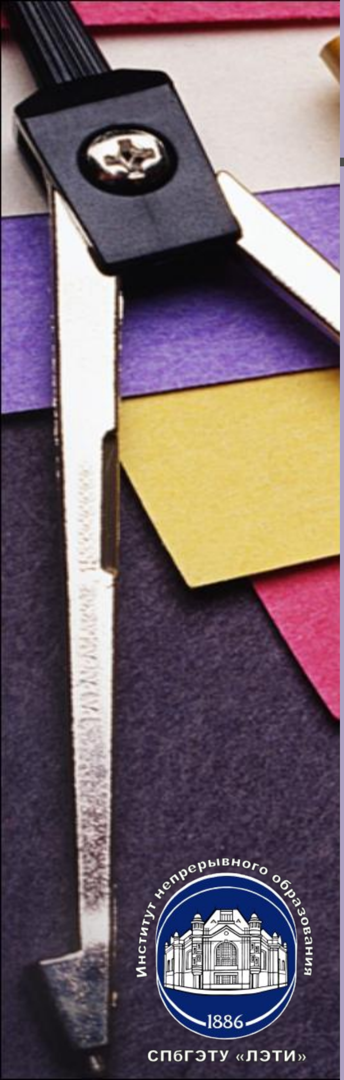
$$\ln W_N(k) = \ln S(k) + \varepsilon(k) + E[\ln u(k)], \quad k = 0,1,\dots,N,$$

$$\varepsilon(k) = \ln u(k) - E[\ln u(k)], \quad k = 0,1,\dots,N.$$

$$\ln W_N(k) + \gamma = \ln S(k) + \varepsilon(k), \quad k = 0,1,\dots,N.$$

где $\varepsilon(k)$ – случайная величина с нулевым средним значением,

γ – константа Эйлера.



ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (5)

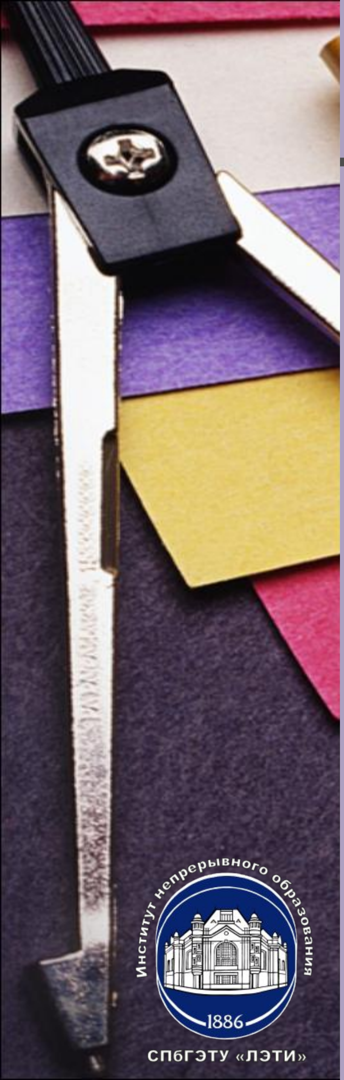
4) Связь вейвлет-коэффициентов слагаемых

$$b_j(m) = \sum_{k=0}^{N-1} (\ln W_N(k) + \gamma) w_j((k - 2^i m)_{\operatorname{mod} N}),$$

$$u_j(m) = \sum_{k=0}^{N-1} \ln S(k) w_j((k - 2^i m)_{\operatorname{mod} N}),$$

$$y_j(m) = \sum_{k=0}^{N-1} \varepsilon(k) w_j((k - 2^i m)_{\operatorname{mod} N}),$$

где величины $\{w_j(k)\}_{0 \le k \le N}$ используются для обозначения базисного вейвлета на масштабе j, m – параметр сдвига, $y_j(m)$ – вейвлет-коэффициенты случайной величины $\varepsilon(k)$.



ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (6)

Свойство линейности вейвлет-преобразования

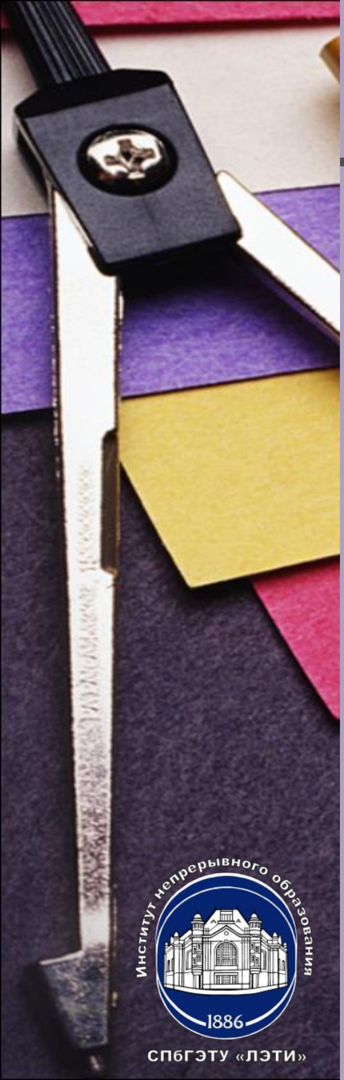
$$b_j(m) = u_j(m) + y_j(m)$$

5) **Сглаживание вейвлет-коэффициентов**

$$\hat{b}_j(m) = \begin{cases} b_j(m), & |b_j(m)| > \rho_j \\ 0, & |b_j(m)| \le \rho_j, \end{cases} \quad -$$

жесткая пороговая обработка

$\hat{b}_j(m)$ – модифицированные вейвлет-коэффициенты по сле проведения жесткой пороговой обработки, ρ_j – пороговые значения



ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (7)

$$\dot{b}_j(m) = \begin{cases} b_j(m) - \rho_j, & b_j(m) > \rho_j \\ 0, & -\rho_j < b_j(m) \le \rho_j - \\ b_j(m) + \rho_j, & b_j(m) \le -\rho_j. \end{cases}$$

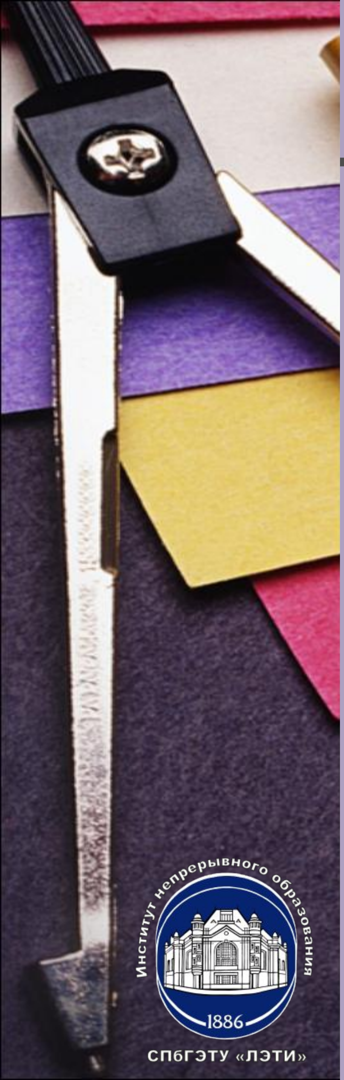
мягкая пороговая обработка

$$\rho_j = \alpha_j \ln\frac{N}{2},\ j \le 10 -$$ для тонких уровней разложения

$$\rho = \sqrt{2\ln\left(\frac{N}{2}\right)\sigma_e^2} = \sqrt{2\ln\left(\frac{N}{2}\right)\frac{\pi^2}{6}} \approx \sqrt{3.29\ln\frac{N}{2}} -$$

для грубых уровней разложения

ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (8)

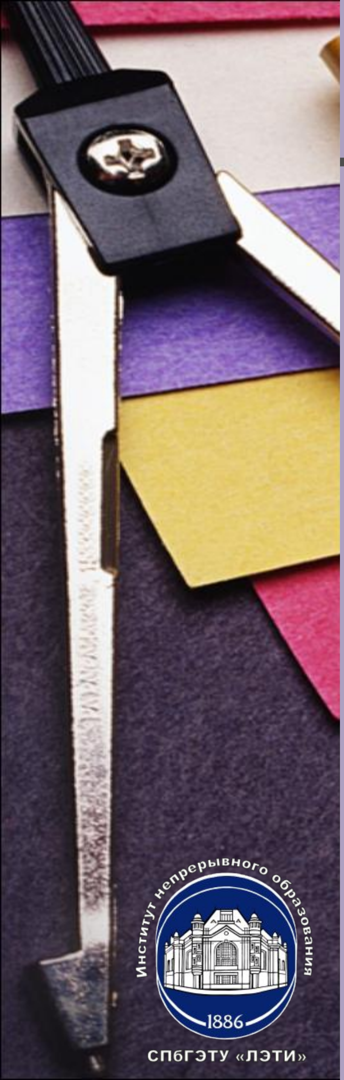


Преимущества жесткой пороговой обработки

- жесткая пороговая обработка позволяет сохранить **структуру узких пиков СПМ** в частотной области;
- жесткая пороговая обработка позволяет сохранить **амплитудные соотношения для СПМ**.

5) Вычисление **оценки СПМ**

$$S(k) = e^{\ln \widetilde{W}_N(k)+\gamma}$$



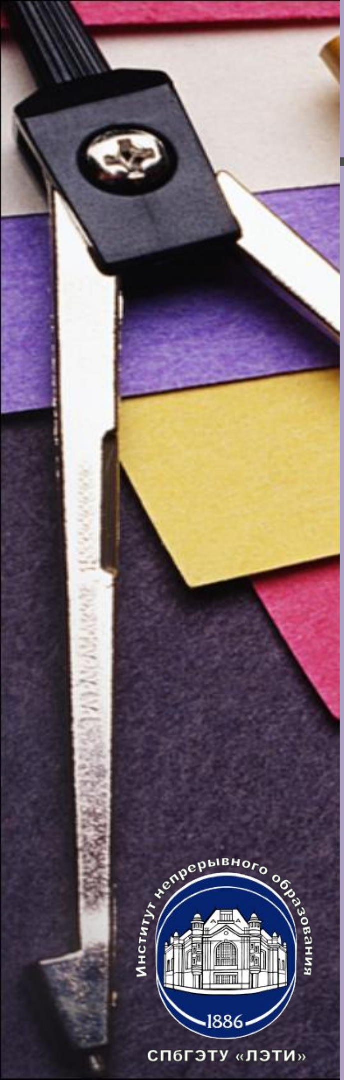
ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (9)

Алгоритм оценивания СПМ

Шаг 1. Вычисляется Фурье-периодограмма установившегося вибрационного процесса, которая затем представляется в мультипликативной форме.

Шаг 2. Вычисляется логарифмическая Фурье-периодограмма $\ln W_N(k)$, которая преобразуется в аддитивную форму.

Шаг 3. Выполняется сглаживание логарифмической периодограммы $\ln W_N(k)$ в вейвлет-области и применяется обратное вейвлет-преобразование для расчета сглаженной логарифмической периодограммы $\ln \widetilde{W}_N(k)$. Для сглаживания $\ln W_N(k)$ предложено применение *жесткой пороговой обработки* вейвлет-коэффициентов в случае наличия резонансных пиков. Для сглаживания СПМ при отсутствии резонансных пиков предложено применение *мягкой пороговой обработки*.



ОЦЕНИВАНИЕ СПМ (10)

Алгоритм оценивания СПМ

<u>*Шаг 4.*</u> Вычисляется оценка $\hat{S}(k)$ искомой СПМ установившегося вибрационного процесса $s_{\text{УВП}}(n)$.

<u>*Шаг 5.*</u> Определяются частоты локальных максимумов оценки СПМ.

<u>*Шаг 6.*</u> Выполняется разбиение диапазона частот от нуля до частоты Найквиста на третьоктавные полосы частот, после чего в каждой полосе оценивается энергия вибраций и проверяется соотношение между ее максимальным и допустимым значениями.

«Методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов на базе MATLAB»

Моделирование алгоритмов вейвлет-преобразования. Сегментация сигналов на основе гармонических вейвлетов

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

Институт непрерывного образования
1886
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»