«Методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов на базе MATLAB»

Моделирование алгоритмов вейвлет-преобразования. Гармонические вейвлеты

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ (1)

Спектральная плотность базисного вейвлета на нулевом уровне (*j=0*)

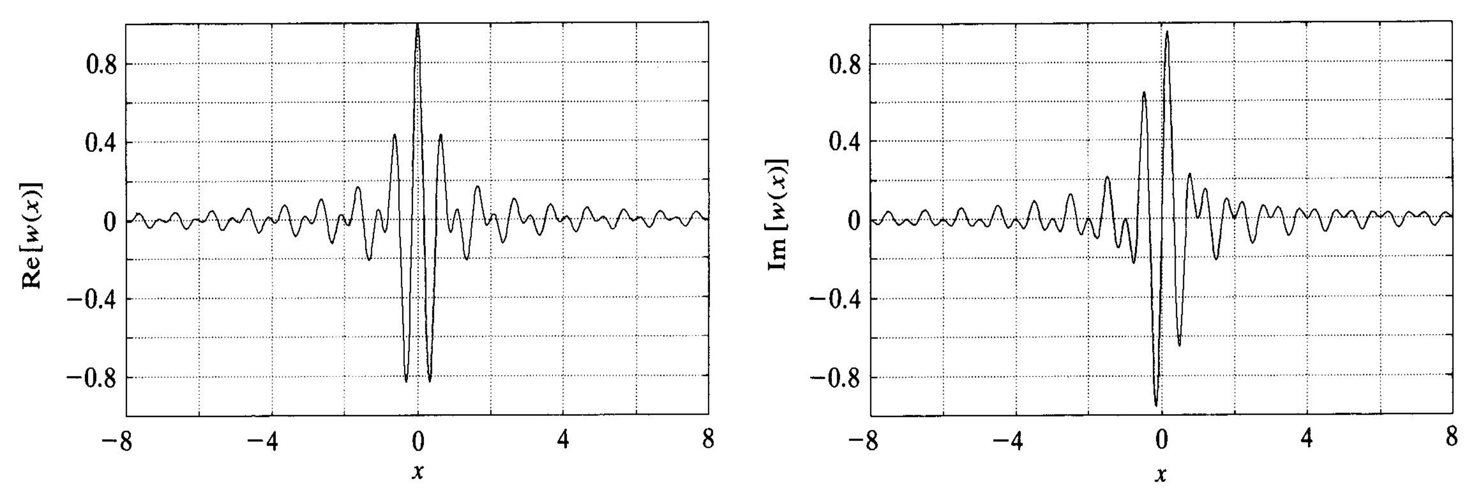
$$W(\omega) = \begin{cases} 1/2\pi, & 2\pi \le \omega < 4\pi \\ 0, & \omega < 2\pi, \omega \ge 4\pi \end{cases}$$

Вид базисной функции во временной области

$$w(x) = \frac{e^{i4\pi x} - e^{i2\pi x}}{i2\pi x}$$

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ (2)

Вещественная и мнимая части базисной функции



Институт непрерывного образования
1886
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ (3)

Спектральная плотность базисного вейвлета для *k*-го уровня разложения

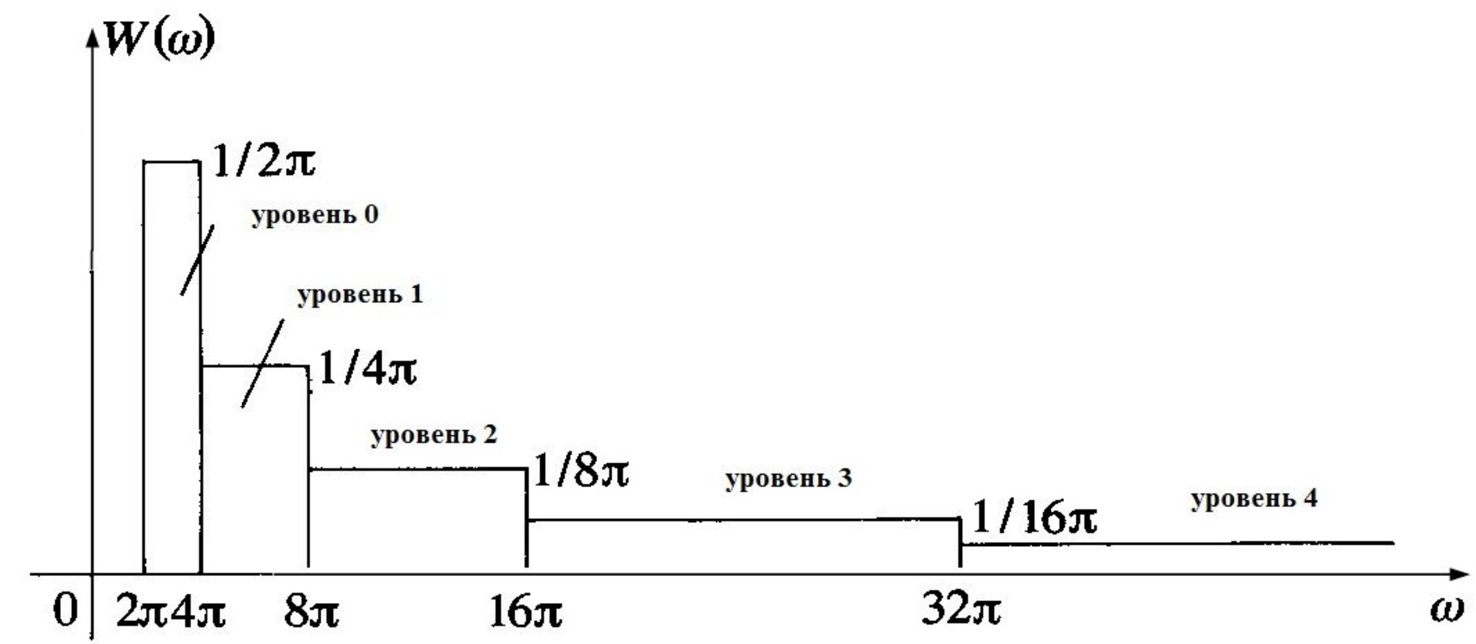
$$W(\omega) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} 2^{-j} e^{-\frac{i\omega k}{2^j}}, & 2\pi 2^j \le \omega < 4\pi 2^j \\ 0, & \omega < 2\pi 2^j, \omega \ge 4\pi 2^j \end{cases}$$

Базисный вейвлет во временной области

$$w(2^j x - m) = \frac{e^{i4\pi(2^j x - m)} - e^{i2\pi(2^j x - m)}}{i2\pi(2^j x - m)}$$

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ (4)

Диадический (октавный) банк фильтров



ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ (5)

Спектральная плотность масштабирующей функции

$$W(\omega) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} e^{-i\omega m}, & 0 \le \omega < 2\pi \\ 0, & \omega < 0, \omega \ge 2\pi \end{cases}$$

Масштабирующая функция во временной области

$$\phi(x - m) = \frac{e^{i2\pi(x-m)} - 1}{i2\pi(x - m)}$$

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ (6)

Соотношения для базисного вейвлета (соотношения ортогональности)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(2^j x - m) w(2^r x - s) dx = 0 \quad \forall j, m, r, s \; (j, r \geq 0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(2^j x - m) w^*(2^r x - s) dx = 0 \quad \forall j, m, r, s \; (j, r \geq 0; r \neq j; s \neq m)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} | w(2^j x - m) |^2 dx = 1/2^j$$

Аналогичные соотношения справедливы для масштабирующей функции (соотношения ортогональности).

Масштабирующая функция и базисный вейвлет являются стационарными.

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ (7)

Свойства гармонического вейвлет-преобразования

1) сохраняет энергию сигнала (при переходе в вейвлет-область);

2) обладает свойством линейности.

Функциональный ряд для функции *f(x)*

$$f(x)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(a_{\phi,k}\phi(x-m)+\tilde{a}_{\phi,m}\phi^*(x-m)\right)+$$

$$+\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(a_{j,m}w(2^j x-m)+\tilde{a}_{j,m}w^*(2^j x-m)\right)$$

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВЕЙВЛЕТЫ (8)

Свойства гармонических вейвлетов (выводы)

1) гармонические вейвлеты имеют *компактный носитель* в частотной области;

2) существуют и применяются на практике **быстрые алгоритмы вычисления вейвлет-коэффициентов** и восстановления сигнала во временной области, основанные на ДПФ, которое вычисляется с помощью алгоритмов БПФ.

«Методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов на базе MATLAB»

Моделирование алгоритмов вейвлет-преобразования. Гармонические вейвлеты

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

Институт непрерывного образования

1886

СПбГЭТУ «ЛЭТИ»