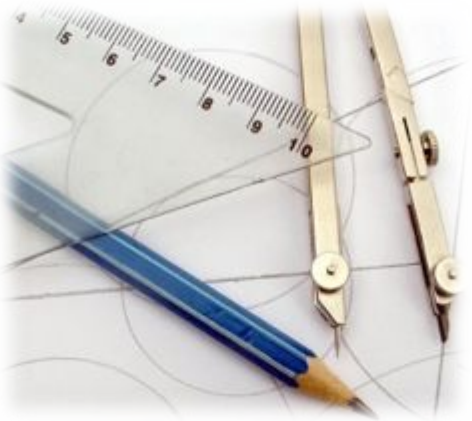
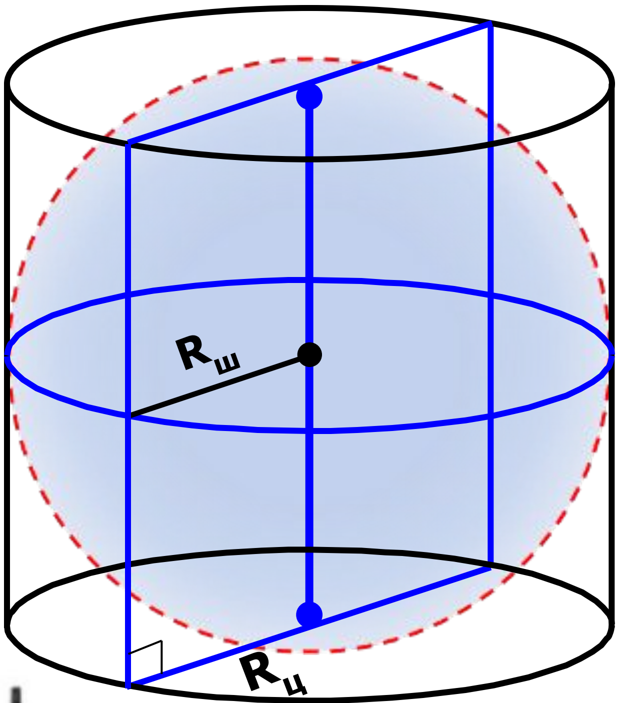
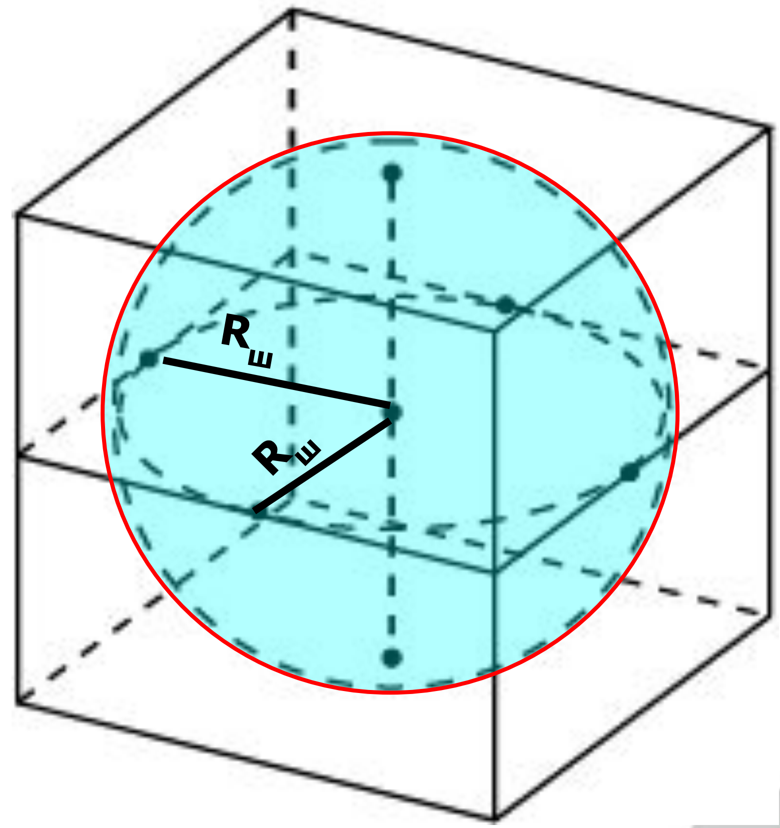


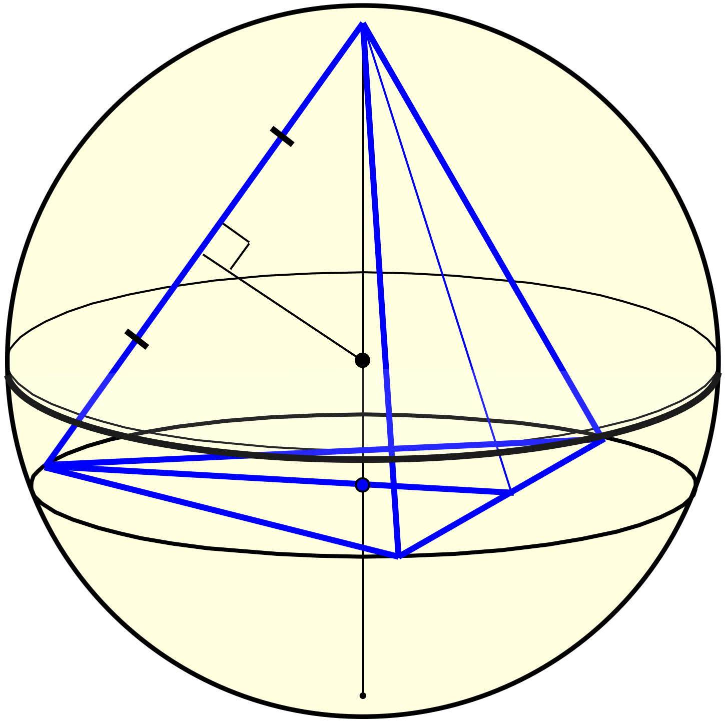
«Решение задач на комбинации многогранников и тел вращения»

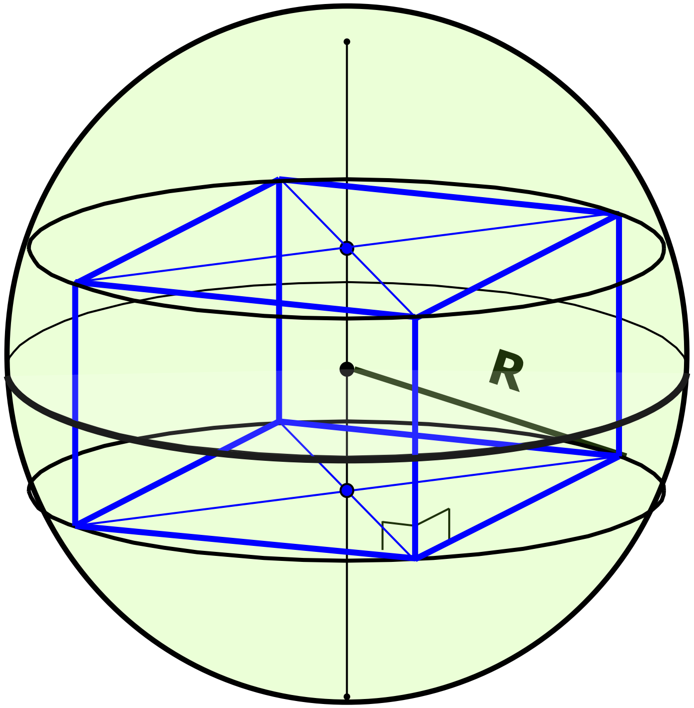
Шар (сфера) называются вписанными в многогранник, если все грани многогранника касаются поверхности шара (сферы).





Шар (сфера) называются описанными около многогранника, если все вершины многогранника принадлежат поверхности шара (сфере).

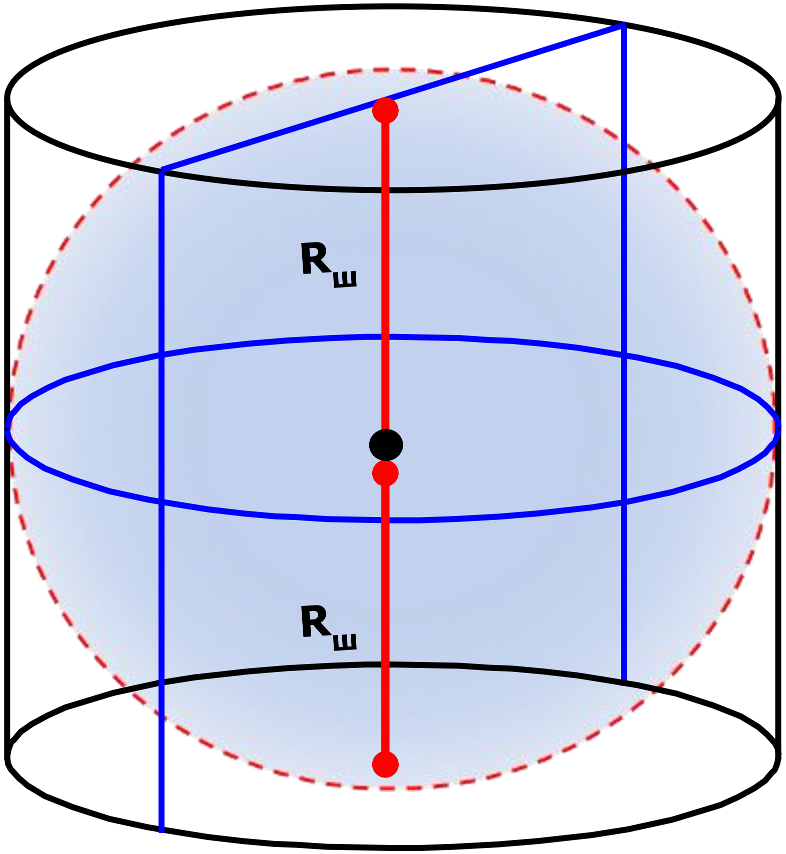




*

Шар вписанный в цилиндр.

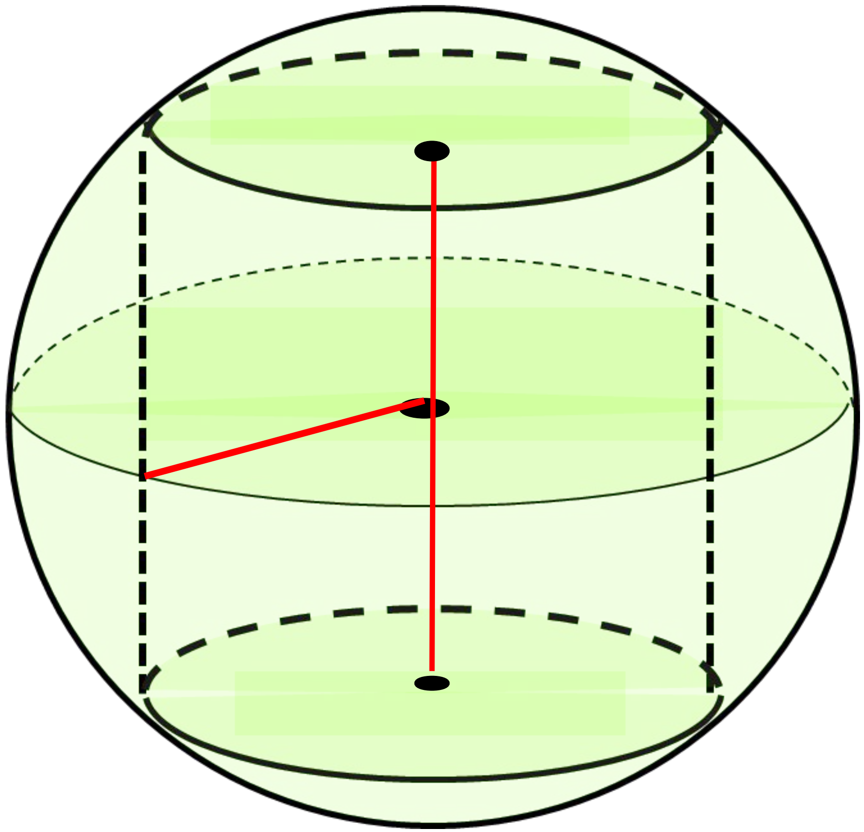
Центр шара – середина отрезка, соединяющего центры оснований цилиндра.

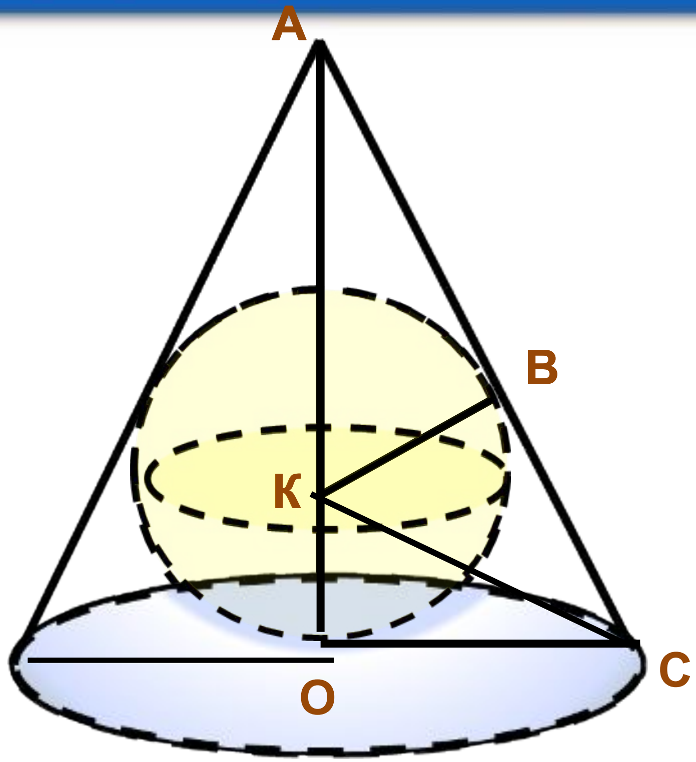


*

Шар описанный около цилиндра

Центр – середина отрезка, соединяющего центры оснований цилиндра.



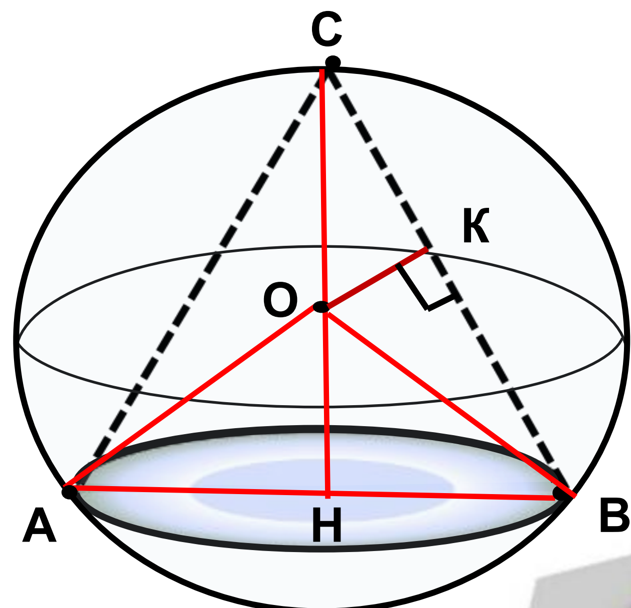


Шар вписан в конус

Центр – точка пересечения высоты конуса и биссектрисы угла между образующей конуса и плоскостью основания .

Шар описан около конуса

Центр – точка пересечения высоты конуса и серединного перпендикуляра к образующей конуса .

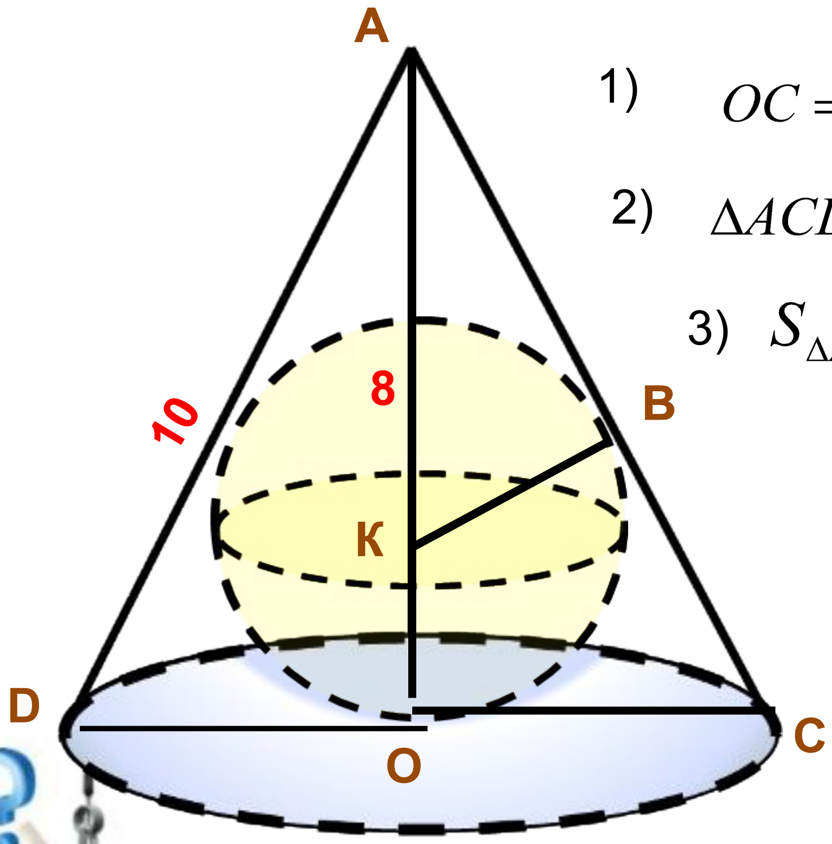


Задачи

1. Шар вписанный в конус
2. Шар описанный около конуса
3. Конус вписанный в шар
4. Шар вписанный в цилиндр
5. Шар вписанный в куб

1

Высота конуса 8, образующая 10. Найдите радиус вписанного шара



Решение:

1) $OC = \sqrt{AC^2 - AO^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$

2) $\Delta ACD : AC = AD \Rightarrow AO - медиана, DC = 12$

3) $S_{\Delta ADC} = pr = p \cdot KB, r = \dfrac{S}{p}$

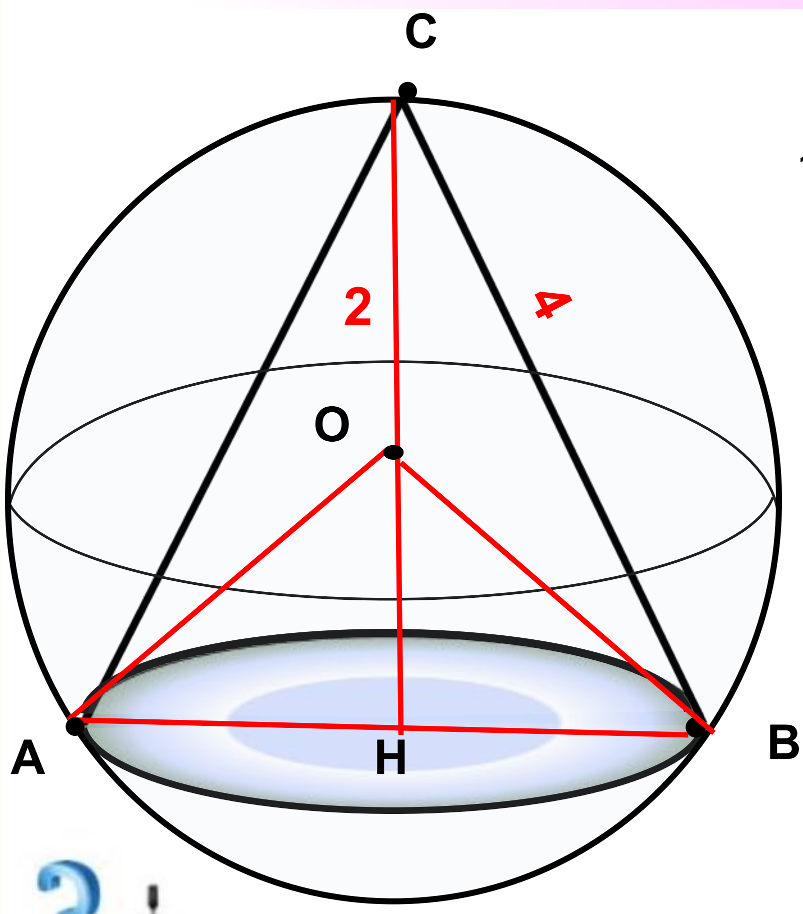
4) $S_{\Delta ACD} = \dfrac{1}{2} DC \cdot AO = \dfrac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48$

5) $p = \dfrac{AD + AC + CD}{2} = 16$

$r = KB = \dfrac{48}{16} = 3$

2

Высота конуса равна 2, образующая равна 4. Найдите радиус описанного шара.



Решение:

1) $S_{\Delta ABC} = \dfrac{abc}{2R}, R = AO = \dfrac{abc}{2S_{\Delta}}$

2) $\Delta CBH:$

$r = BH = \sqrt{CB^2 - CH^2} = \sqrt{12}$

3) $\Delta ABC: AC = CB = 4$

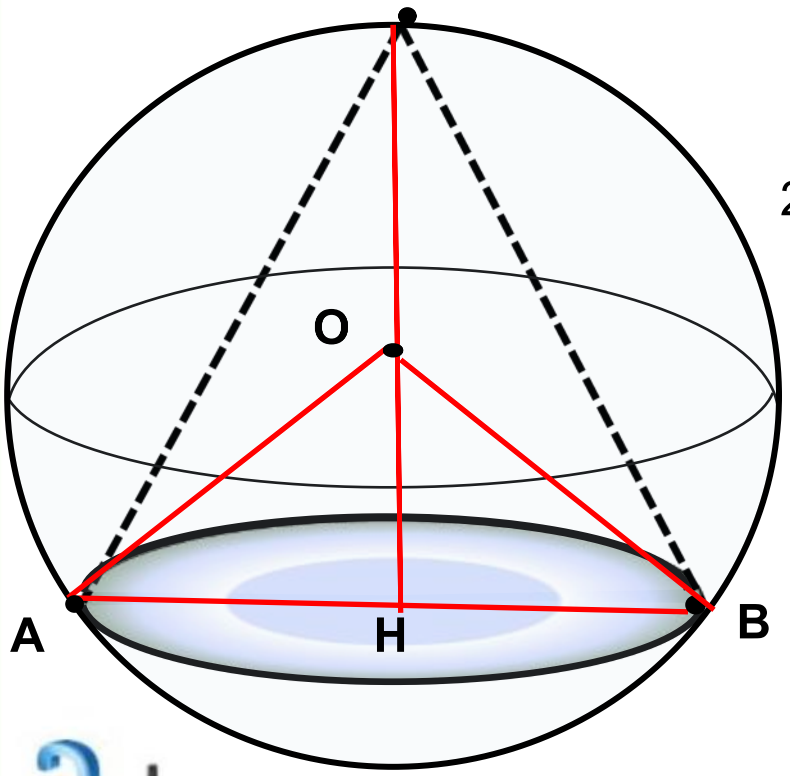
$AH = HB = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

4) $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot AB \cdot CH = 4\sqrt{3}$

5) $R_{ш} = OA = \dfrac{4 \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3}}{4 \cdot 4\sqrt{3}} = 4$

3

В шар вписан конус, образующая которого равна диаметру основания. Найдите отношение полной поверхности этого конуса к поверхности шара



Решение:

1) $l_к = 2r_к$

2) $\frac{S_к}{S_ш} = \frac{\pi r(r+l)}{4\pi R^2} = \frac{r(r+2r)}{4R^2} = \frac{3r^2}{4R^2}$

3) $\Delta ABC -$ равносторонний

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB^2 Sin60 = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

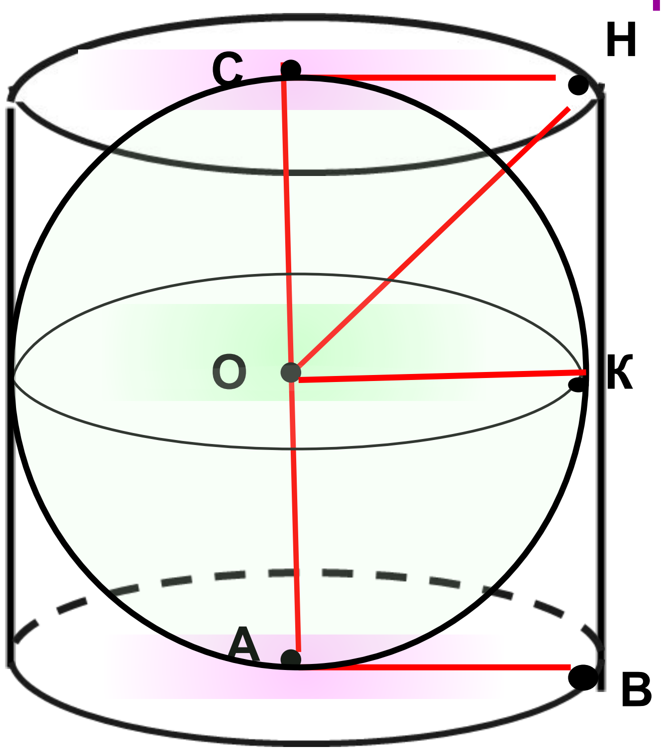
4) $R_ш = OA = \frac{abc}{4S_\Delta} = \frac{l}{\sqrt{3}}$

5) $\frac{S_k}{S_ш} = \frac{3r^2 \cdot 3}{4 \cdot 2^2 r^2} = \frac{9}{16} = 0{,}5625$

*

4

Площадь поверхности шара равна 330. Найдите площадь полной поверхности цилиндра, описанного около шара.



Решение:

1) $h_{ц} = d_{ш} = 2 \cdot OA$

$R_{ш} = R_{ц}$

2) $S_{п.п.ц} = 2\pi \cdot R_{ц}(h_{ц} + R_{ц}) =$

$= 2\pi R_{ц}(2R_{ц} + R_{ц}) =$

$= 6\pi R_{ц}^2 = 6\pi R_{ц}^2$

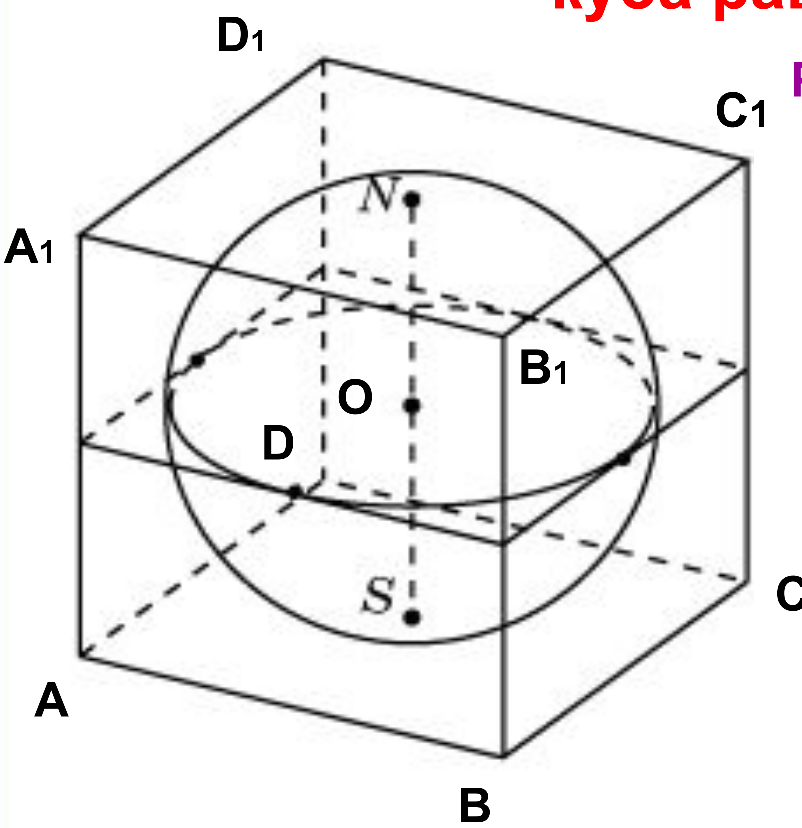
3) $S_{ш} = 4\pi \cdot OA^2; 330 = 4\pi \cdot OA^2$

$OA^2 = \dfrac{330}{4\pi}$

4) $S_{п.п.ц} = 6\pi \cdot \dfrac{330}{4\pi} = 495$

*

5 В куб вписан шар. Найдите площадь поверхности шара, если площадь полной поверхности куба равна 1170/π



Решение:

1) $S_{п.ш} = 4\pi R^2, R_ш = \frac{1}{2} SN = \frac{1}{2} AA_1$

2) $S_{п.п.к} = 6a^2, \frac{1170}{\pi} = 6 \cdot AA_1^{\ 2}$

3) $AA_1 = \sqrt{\frac{1170}{6\pi}}$

4) $R_ш = SO = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1170}{6\pi}}$

5) $S_ш = 4\pi \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1170}{6\pi} = 195$

Задачи для самостоятельного решения

1В. 1 **Найдите площадь поверхности шара, описанного около конуса, у которого радиус основания $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$, а высота равна $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$**

Ответ: 25

1В.2 **Радиус шара, описанного около куба, равен 3. Найдите площадь поверхности куба.**

Ответ:24

2В.2 **В шар, площадь поверхности которого равна 100π, вписан цилиндр. Найдите высоту цилиндра, если радиус его основания равен 4.**

Ответ: 8

2В.1 **В шар вписан конус. Найдите высоту конус, если радиус шара равен 5, а радиус основания конуса равен 4.**

Ответ: 6