



«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Линейные дискретные
системы. Описание ЛДС в
частотной области*

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

КОМПЛЕКСНАЯ ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА (1)

1) Основная характеристика – **комплексная частотная характеристика** $H(e^{j\hat{\omega}})$.

2) **Комплексная частотная характеристика** представляет собой фурье-изображение ИХ $h(n)$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)e^{-j\hat{\omega}n}$$

3) **Связь комплексной частотной характеристики** с передаточной функцией $H(z)$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\hat{\omega}}}$$



КОМПЛЕКСНАЯ ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА (2)

Передаточная функция и комплексная частотная характеристика
физически реализуемой ЛДС

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k}}$$

b_i – параметры нерекурсивной части ЛДС

a_k – параметры рекурсивной части ЛДС

$$H(j\hat{\omega}) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i e^{-ji\hat{\omega}}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k e^{-jk\hat{\omega}}}$$

КОМПЛЕКСНАЯ ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА (2)

1) Представление **комплексной частотной характеристики** в показательной форме:

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = |H(e^{j\hat{\omega}})| e^{j \arg\{H(e^{j\hat{\omega}})\}}$$

$$A(\hat{\omega}) = |H(e^{j\hat{\omega}})|; \varphi(\hat{\omega}) = \arg\{H(e^{j\hat{\omega}})\}$$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = A(\hat{\omega}) e^{j\varphi(\hat{\omega})}$$

$A(\hat{\omega})$ – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)

$\varphi(\hat{\omega})$ – фазо-частотная характеристика (ФЧХ)

2) **АЧХ** – частотная зависимость отношения амплитуды реакции к амплитуде гармонического воздействия **в установившемся режиме.**

3) **ФЧХ** – частотная зависимость разности фаз реакции и гармонического воздействия **в установившемся режиме.**

СВОЙСТВА АЧХ И ФЧХ. КАРТА НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ (1)

- 1) **АЧХ** и **ФЧХ** – периодические функции;
- 2) **АЧХ** – четная функция частоты, **ФЧХ** – нечетная функция частоты;
- 3) **АЧХ** и **ФЧХ** рассчитываются в основной полосе частот для систем с вещественными параметрами;
- 4) По карте нулей и полюсов можно определить местоположение **минимумов, максимумов и нулей АЧХ** в основной полосе частот;
- 5) Частота **комплексно сопряженного полюса** соответствует **частоте максимума АЧХ** (приблизительно).

СВОЙСТВА АЧХ И ФЧХ. КАРТА НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ (2). ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB (1)

- 6) Частота **комплексно сопряженного нуля** соответствует **частоте минимума АЧХ** (приблизительно), если радиус-вектор полюса меньше 1, и **нуля АЧХ**, если радиус-вектор равен 1. В точке **нуля АЧХ** наблюдается скачок на π ;
- 7) **Вещественным нулям** соответствует **нуль АЧХ** на границе основной полосы частот 0 и/или π .

Особенности вычислений в MATLAB

- 1) $H = \text{freqz}(b,a,f,Fs);$
- 2) $H = \text{freqz}(b,a,w);$
- 3) $H = \text{freqz}(b,a,N).$



ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB (2)

f — вектор частот в герцах; F_s — частота дискретизации (Гц);
 w — вектор нормированных частот ω (рад); N — количество точек частотной характеристики (ЧХ); в отсутствии параметра по умолчанию $N = 512$; H — вектор комплексных значений ЧХ.

- 1) **abs** — расчет модуля комплексной частотной характеристики;
- 2) **angle** — расчет фазы комплексной частотной характеристики.





«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Линейные дискретные
системы. Описание ЛДС в
частотной области*

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)