

«Методы и алгоритмы  
цифровой обработки сигналов  
на базе MATLAB»

*Линейные дискретные  
системы. Описание ЛДС в  
частотной области*

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры  
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

# КОМПЛЕКСНАЯ ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА (1)

1) Основная характеристика – **комплексная частотная характеристика**  $H(e^{j\hat{\omega}})$ .

2) **Комплексная частотная характеристика** представляет собой фурье-изображение ИХ  $h(n)$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)e^{-j\hat{\omega}n}$$

3) **Связь комплексной частотной характеристики** с передаточной функцией  $H(z)$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\hat{\omega}}}$$



# КОМПЛЕКСНАЯ ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА (2)

**Передаточная функция и комплексная частотная характеристика**  
физически реализуемой ЛДС

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k}}$$

$b_i$  – параметры нерекурсивной части ЛДС

$a_k$  – параметры рекурсивной части ЛДС

$$H(j\hat{\omega}) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i e^{-ji\hat{\omega}}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k e^{-jk\hat{\omega}}}$$

# КОМПЛЕКСНАЯ ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА (2)

1) Представление **комплексной частотной характеристики** в показательной форме:

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = |H(e^{j\hat{\omega}})| e^{j \arg\{H(e^{j\hat{\omega}})\}}$$

$$A(\hat{\omega}) = |H(e^{j\hat{\omega}})|; \varphi(\hat{\omega}) = \arg\{H(e^{j\hat{\omega}})\}$$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = A(\hat{\omega}) e^{j\varphi(\hat{\omega})}$$

$A(\hat{\omega})$  – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)

$\varphi(\hat{\omega})$  – фазово-частотная характеристика (ФЧХ)

2) **АЧХ** – частотная зависимость отношения амплитуды реакции к амплитуде гармонического воздействия **в установившемся режиме.**

3) **ФЧХ** – частотная зависимость разности фаз реакции и гармонического воздействия **в установившемся режиме.**

# СВОЙСТВА АЧХ И ФЧХ. КАРТА НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ (1)

- 1) **АЧХ** и **ФЧХ** – периодические функции;
- 2) **АЧХ** – четная функция частоты, **ФЧХ** – нечетная функция частоты;
- 3) **АЧХ** и **ФЧХ** рассчитываются в основной полосе частот для систем с вещественными параметрами;
- 4) По карте нулей и полюсов можно определить местоположение **минимумов, максимумов и нулей АЧХ** в основной полосе частот;
- 5) Частота **комплексно сопряженного полюса** соответствует **частоте максимума АЧХ** (приблизительно).

## СВОЙСТВА АЧХ И ФЧХ. КАРТА НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ (2). ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB (1)

- 6) Частота **комплексно сопряженного нуля** соответствует **частоте минимума АЧХ** (приблизительно), если радиус-вектор полюса меньше 1, и **нуля АЧХ**, если радиус-вектор равен 1. В точке **нуля АЧХ** наблюдается скачок на  $\pi$ ;
- 7) **Вещественным нулям** соответствует **нуль АЧХ** на границе основной полосы частот  $0$  и/или  $\pi$ .

### Особенности вычислений в MATLAB

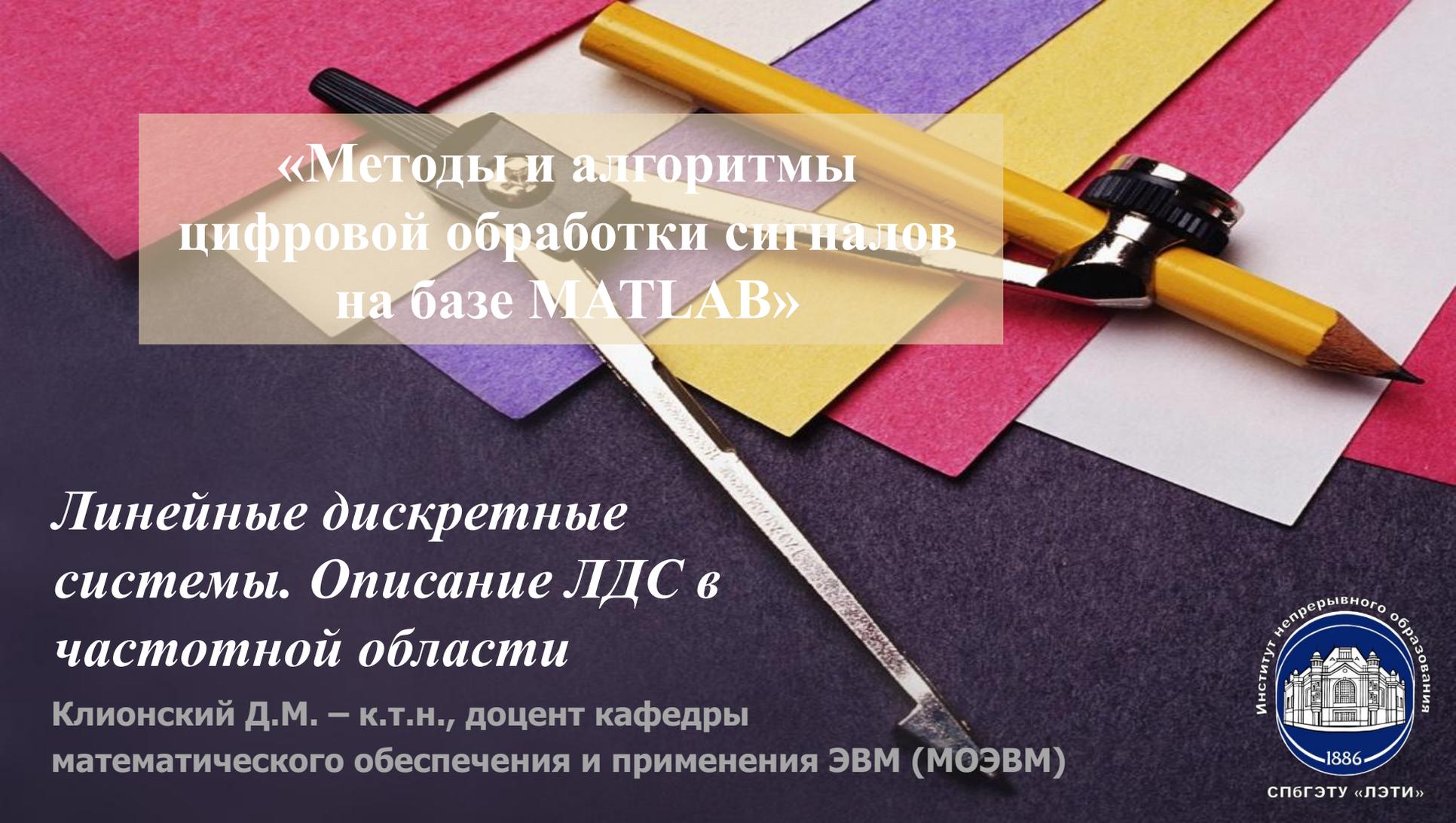
- 1)  $H = \text{freqz}(b,a,f,Fs)$ ;
- 2)  $H = \text{freqz}(b,a,w)$ ;
- 3)  $H = \text{freqz}(b,a,N)$ .



## ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB (2)

$f$  — вектор частот в герцах;  $F_s$  — частота дискретизации (Гц);  
 $w$  — вектор нормированных частот  $\omega$  (рад);  $N$  — количество точек частотной характеристики (ЧХ); в отсутствии параметра по умолчанию  $N = 512$ ;  $H$  — вектор комплексных значений ЧХ.

- 1) **abs** – расчет модуля комплексной частотной характеристики;
- 2) **angle** – расчет фазы комплексной частотной характеристики.



«Методы и алгоритмы  
цифровой обработки сигналов  
на базе MATLAB»

*Линейные дискретные  
системы. Описание ЛДС в  
частотной области*

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры  
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)