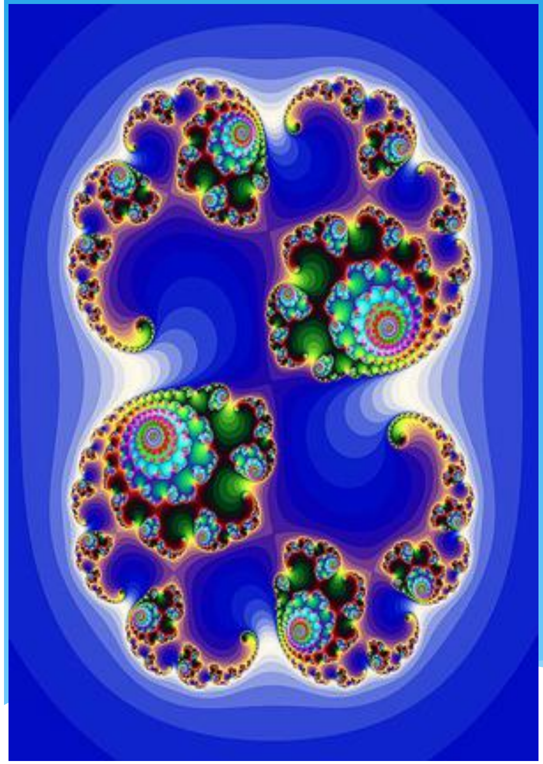
Алгебраические фракталы



Выполнил: Бойцов А.Н.студент гр. 3- 8 ПИ
«ОГБПОУ Волгореченский
промышленный техникум
Костромской области»)
Руководитель: Смирнова Наталья Сергеевна,
преподаватель спец. технологии
«ОГБОПУ Волгореченский
промышленный техникум
Костромской области

Классификация фракталов

- Геометрические фракталы
- Алгебраические фракталы
- Стохастические фракталы

Роль фракталов в графике

Роль фракталов в машинной графике сегодня достаточно велика. Они приходят на помощь, например, когда требуется, с помощью нескольких коэффициентов, задать линии и поверхности очень сложной формы. С точки зрения машинной графики, фрактальная геометрия незаменима при генерации искусственных облаков, гор, поверхности моря. Фактически найден способ легкого представления сложных неевклидовых объектов, образы которых весьма похожи на природные.

Что такое алгебраический фрактал?

Фрактал, с математической точки зрения, это, прежде всего, множество с дробной, промежуточной, «не целой» размерностью.

Алгебраические фракталы названы так потому, что их генерируют с помощью алгебраических форму, иногда совсем несложных.

Алгебраические фракталы получают с помощью нелинейных процессов в **n**-мерных пространствах.

Динамические системы

Динамические системы обладают несколькими устойчивыми состояниями. То состояние, в котором оказалась динамическая система после некоторого числа итераций, зависит от ее начального состояния. (В программировании **итерацией** называется обработка сведений, данных, когда эти данные нужно вводить многократно и для этого используются **циклы**).

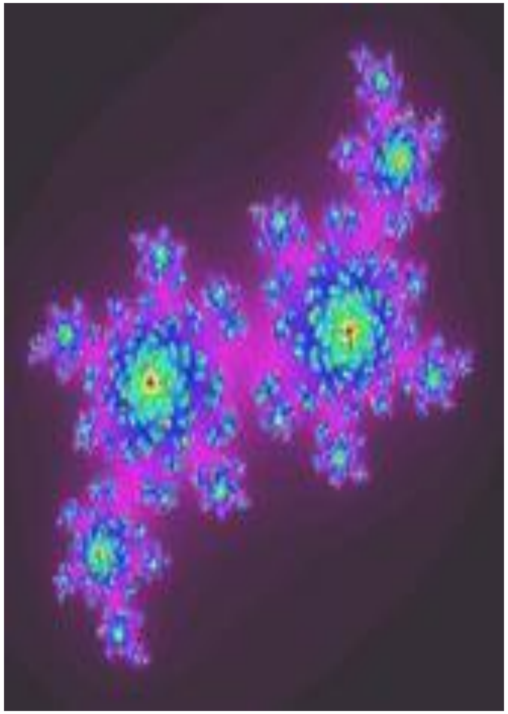
Поэтому каждое устойчивое **состояние (аттрактор**) обладает некоторой областью начальных состояний, из которых система обязательно попадет в рассматриваемые конечные состояния. Таким образом, фазовое пространство системы разбивается на области притяжения аттракторов.

Если фазовым является двухмерное пространство, то, окрашивая области притяжения различными цветами, можно получить цветовой **фазовый портрет этой системы (итерационного процесс**а). Меняя алгоритм выбора цвета, можно получить сложные фрактальные картины с причудливыми многоцветными узорами. С помощью примитивных алгоритмов можно порождать очень сложные нетривиальные структуры.

Примеры алгебраических фракталов:

- множество Мандельброта;
- множество Жюлиа;
- бассейны Ньютона;
- биоморфы.

Множество Жюлиа



Это множество точек бифуркации для многочлена F(z) = z2 + c, то есть тех значений z0, для которых поведение последовательности zn может резко меняться при сколь угодно малых изменениях z0,

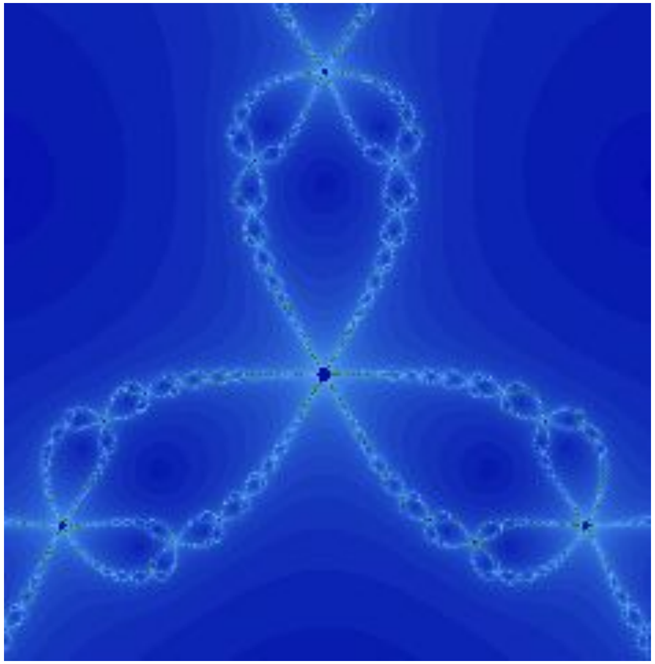
Где z0 -- комплексное число.

z1=F(z0)

z2=F(z1) и т.д.

Точка бифуркации — смена установившегося режима работы системы.

Бассейны Ньютона

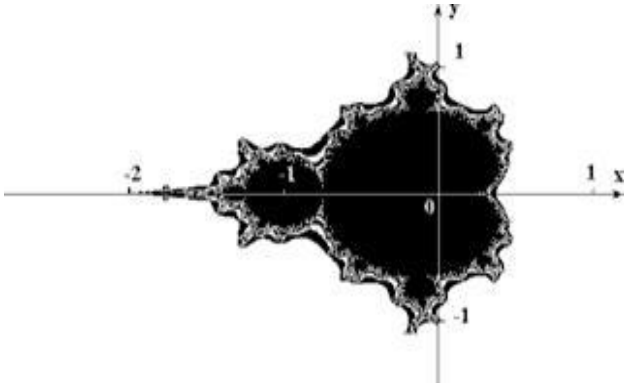


-- введение параметра в многочлен F(z) и рассмотрение множества тех значений параметра, при которых последовательность zn демонстрирует определённое поведение при фиксированном z0.

Множество Мандельброта

Алгоритм его построения основан на простом итеративном выражении:

Z[i+1] = Z[i] * Z[i] + C,

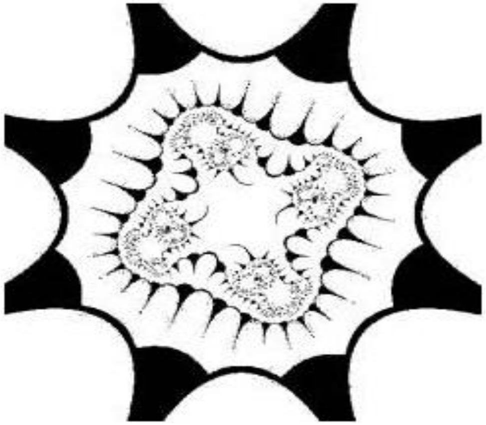


где Z[i] и C - комплексные переменные. Итерации выполняются для каждой стартовой точки C прямоугольной или квадратной области - подмножестве комплексной плоскости. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока Z[i] не выйдет за пределы окружности радиуса 2, центр которой лежит в точке (0,0), (это означает, что аттрактор динамической системы находится в бесконечности), или после достаточно большого числа итераций (например, 200-500) Z[i] сойдется к какой-нибудь точке окружности.

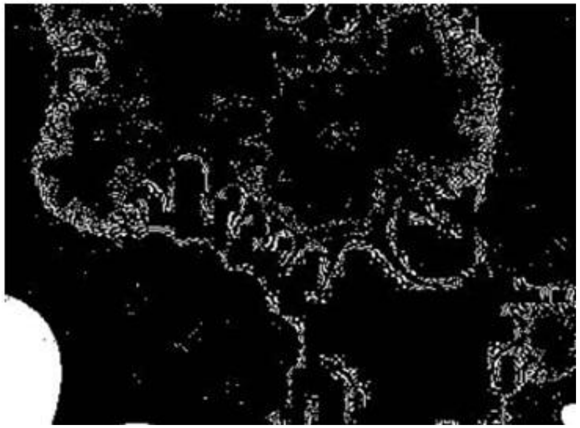
Множеству Мандельброта принадлежат точки, которые в течение бесконечного числа итераций не уходят в бесконечность (точки, имеющие черный цвет).

Биоморфы

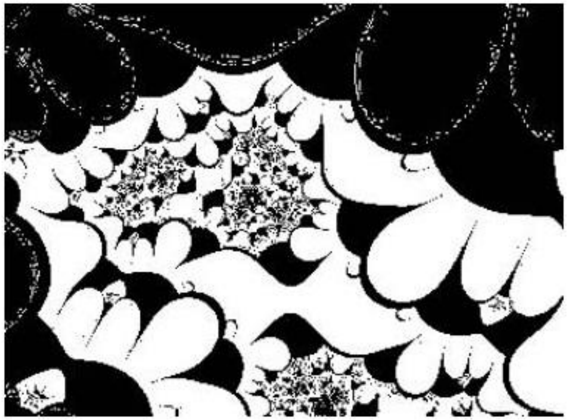
Биомо́рфы (от греч. *bios* - жизнь и *morphe* – форма) — термин, предложенный Клиффордом Пикоувером для обозначения особым образом построенных алгебраических фракталов.



Биоморф вида $z'=z^4+c$



Биоморф вида $z'=z^3 + c$



Биоморф вида вида: $z'=z^z + z^5 + c$, $z'=z^z + z^6 + c$.

Спасибо за внимание!