



Обратные тригонометрические функции и их свойства

При каких значениях t верно равенство?

$$\sin t = 0,5$$

$$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = 0,3$$

$$t =$$

?

Обратные тригонометрические функции

$$y \in \text{arcsin} \quad y = \text{arcsin} x$$

граф
ИК

$$y \in \text{arccos} \quad y = \text{arccos} x$$

граф
ИК

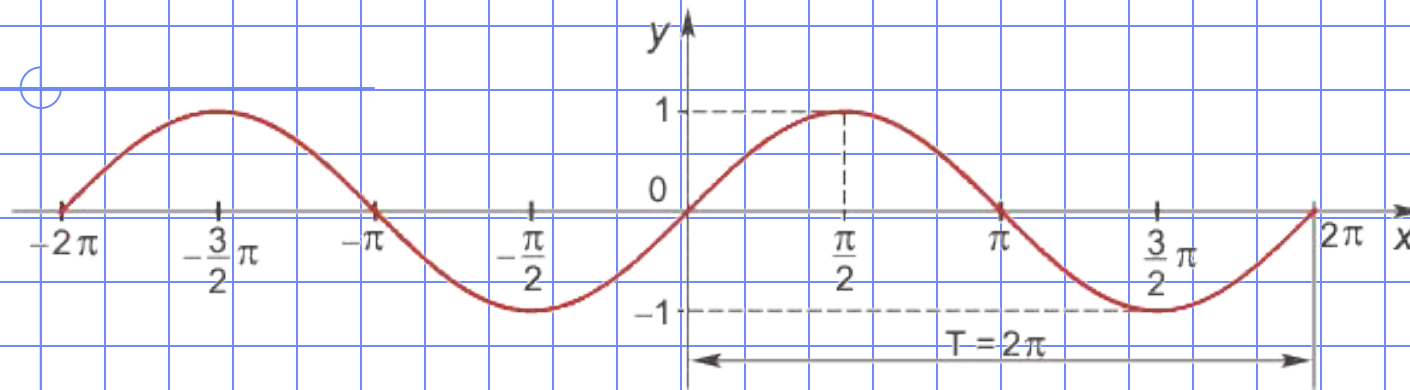
$$y \in \text{arctg} \quad y = \text{arctg} x$$

граф
ИК

$$y \in \text{arcctg} \quad y = \text{arcctg} x$$

граф
ИК

Функция $y = \sin x$



Область определения функции — множество \mathbf{R} всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок $[-1; 1]$, т.е. синус функция — ограниченная.

Функция нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$ для всех $x \in \mathbf{R}$.

График функции симметричен относительно начала координат.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π :

Функция $y = \arcsin x$ и ее свойства

Если $|a| \leq 1$, то $\arcsin a$ – это такое число из отрезка $[-\pi/2; \pi/2]$, синус которого равен a .

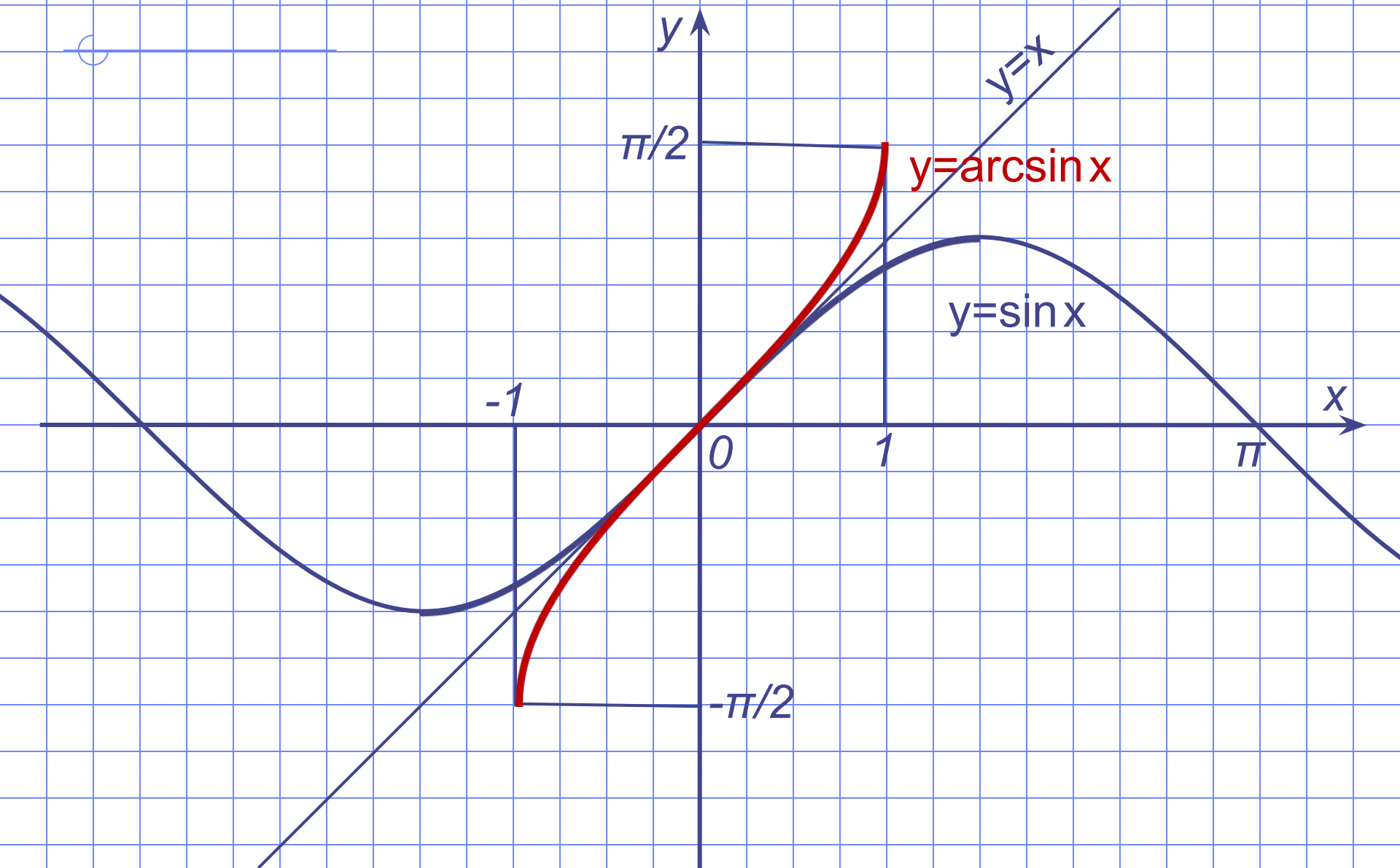
$$\text{Если } |a| \leq 1, \text{ то}$$
$$\arcsin a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \sin t = a, \\ -\pi/2 \leq t \leq \pi/2; \end{cases}$$

$$\sin(\arcsin a) = a$$

Функция $y = \arcsin x$ и ее свойства

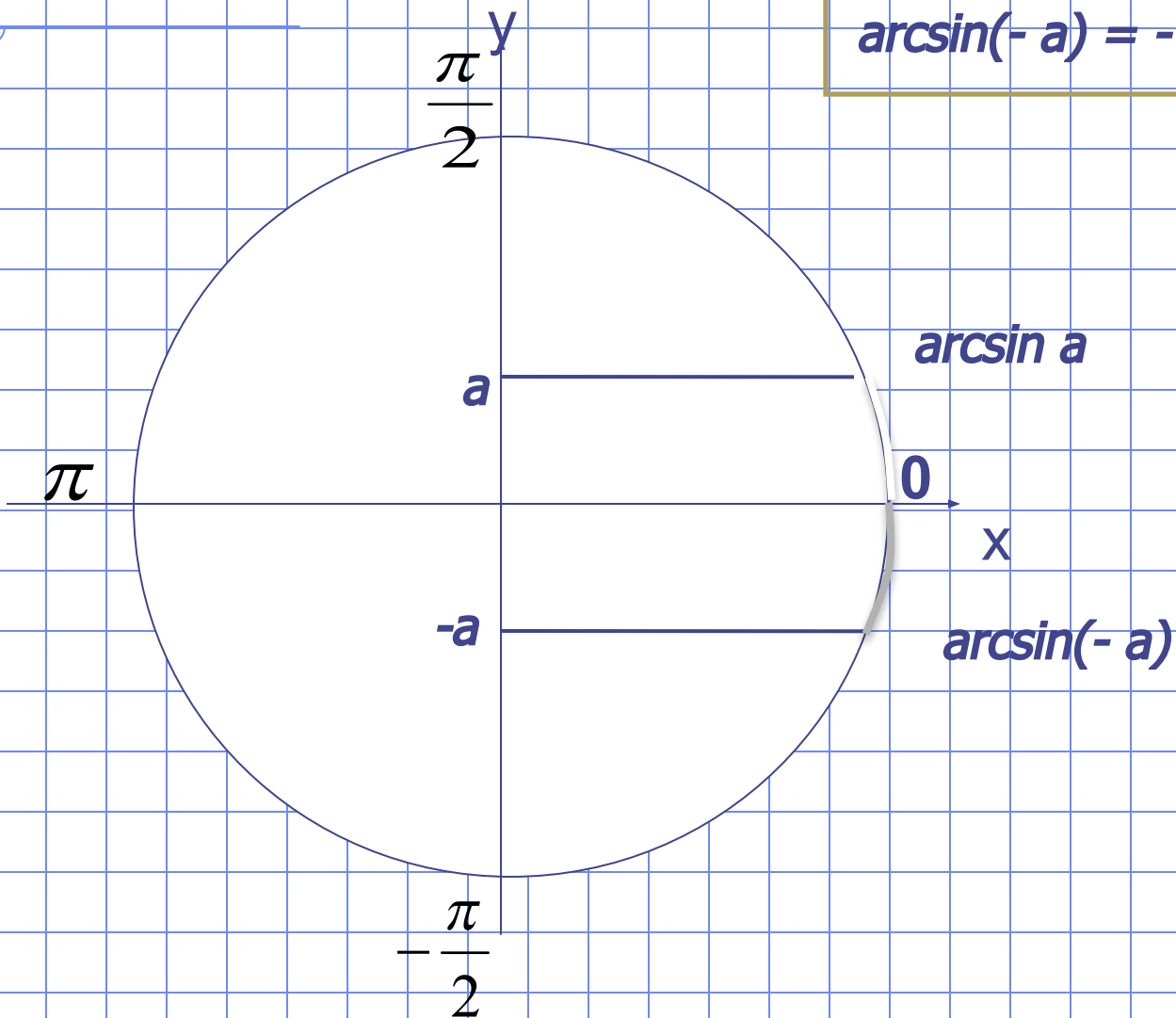
1. $D(y) = [-1; 1]$.
2. $E(y) = [-\pi/2; \pi/2]$.
3. $\arcsin(-x) = -\arcsin x$ – функция нечетная.
4. Функция возрастает на $[-1; 1]$.
5. Функция непрерывна.

Функция $y = \arcsin x$ и ее график

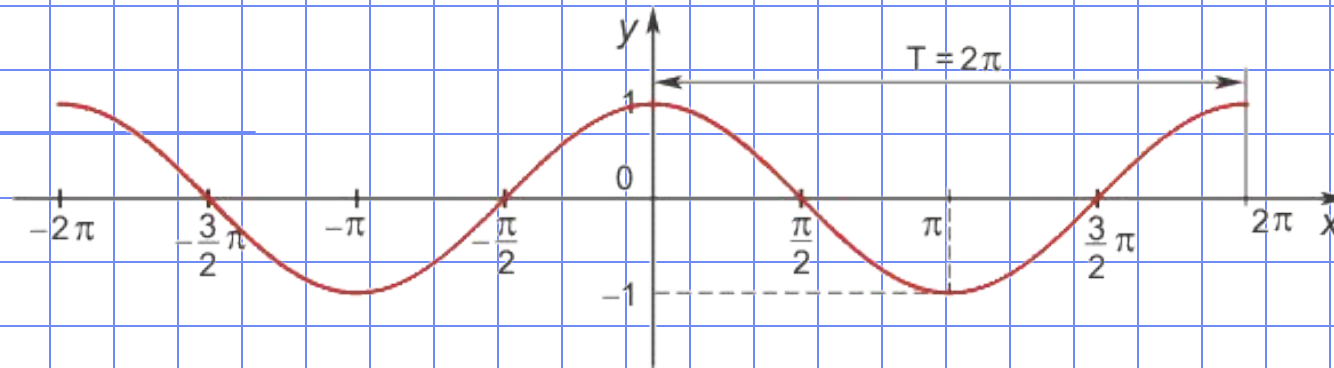


Геометрическая иллюстрация

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$



Функция $y = \cos x$



Область определения функции — множество \mathbf{R} всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок $[-1; 1]$, т.е. косинус функция — **ограниченная**.

Функция четная: $\cos(-x) = \cos x$ для всех $x \in \mathbf{R}$.

График функции симметричен относительно оси OY .

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π :

Функция $y = \arccos x$ и ее свойства

Если $|a| \leq 1$, то $\arccos a$ – это такое число из отрезка $[0; \pi]$, косинус которого равен a .

$$\text{Если } |a| \leq 1, \text{ то} \\ \arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \leq t \leq \pi; \end{cases}$$

$$\cos(\arccos a) = a$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a, \text{ где } -1 \leq a \leq 1$$

Функция $y = \arccos x$ и ее свойства

1. $D(y) = [-1; 1]$.

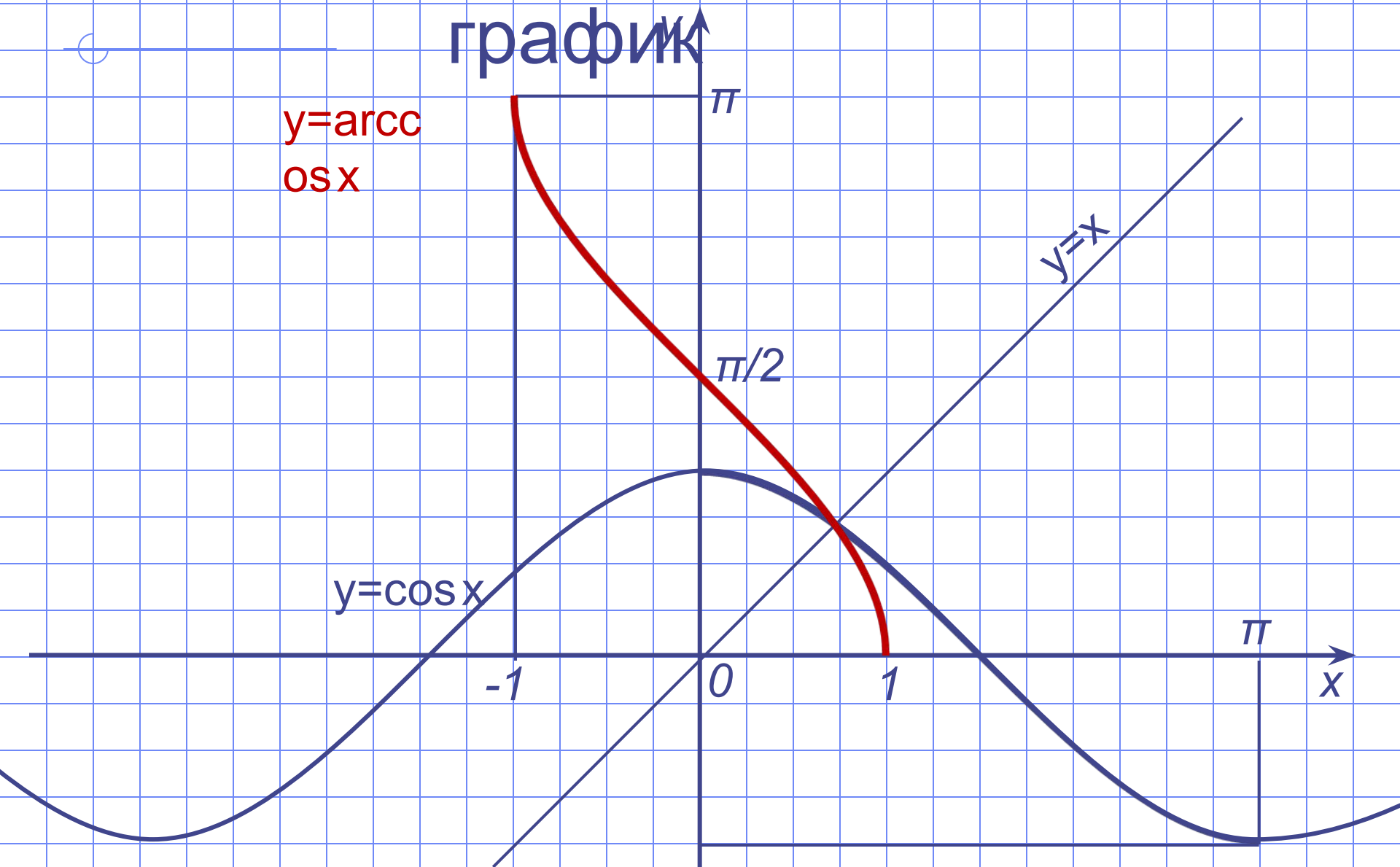
2. $E(y) = [0; \pi]$.

3. Функция не является ни четной, ни нечетной.

4. Функция убывает на $[-1; 1]$.

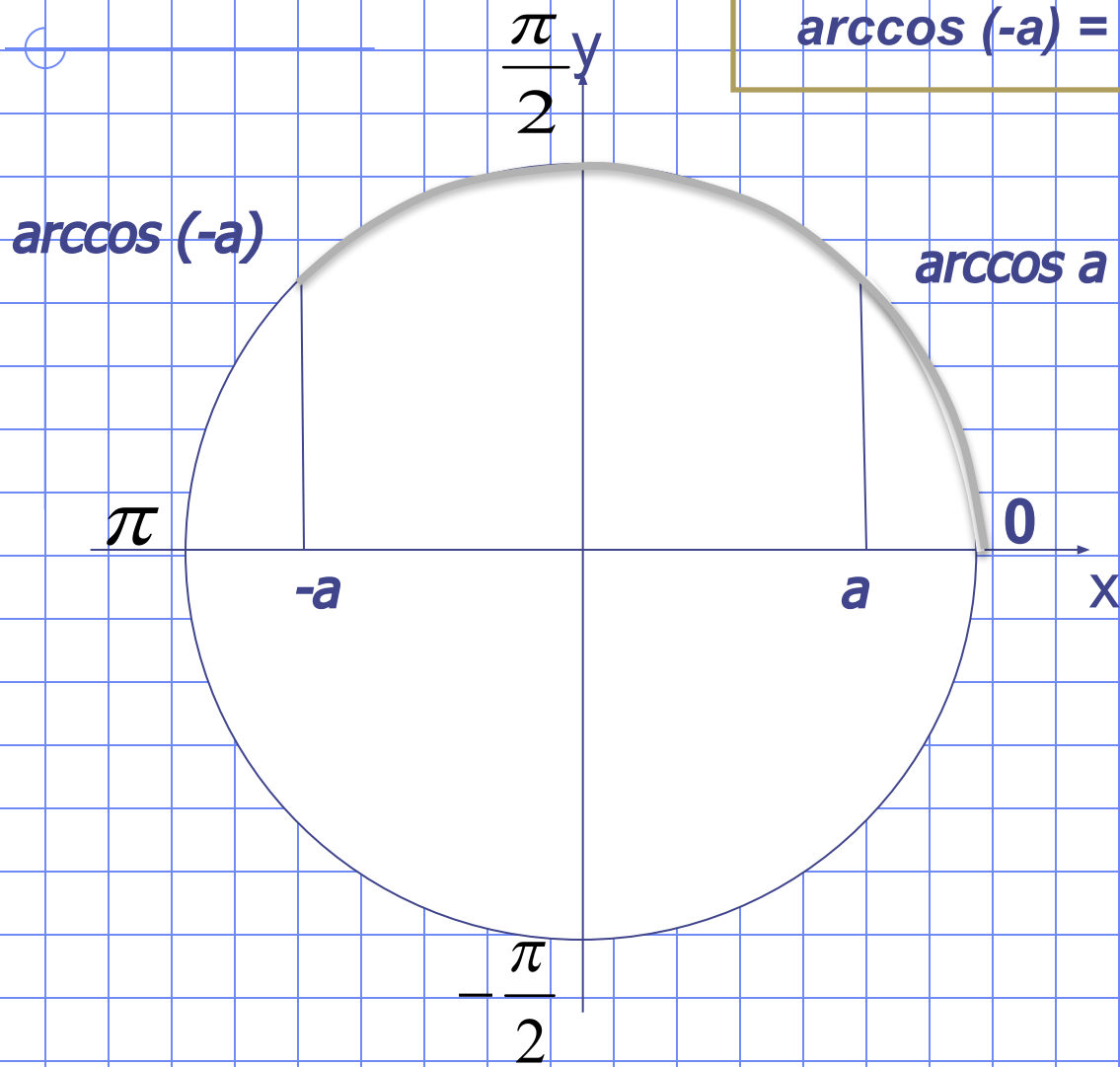
5. Функция непрерывна.

Функция $y = \arccos x$ и ее график



Геометрическая иллюстрация

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$



Функция $y = \operatorname{arctg} x$ и ее свойства

$\operatorname{arctg} a$ – это такое число из интервала $(-\pi/2; \pi/2)$, тангенс которого равен a .

$$\operatorname{arctg} a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} t = a, \\ -\pi/2 < t < \pi/2; \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} (\operatorname{arctg} a) = a$$

Функция $y = \operatorname{arctg} x$ и ее свойства

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

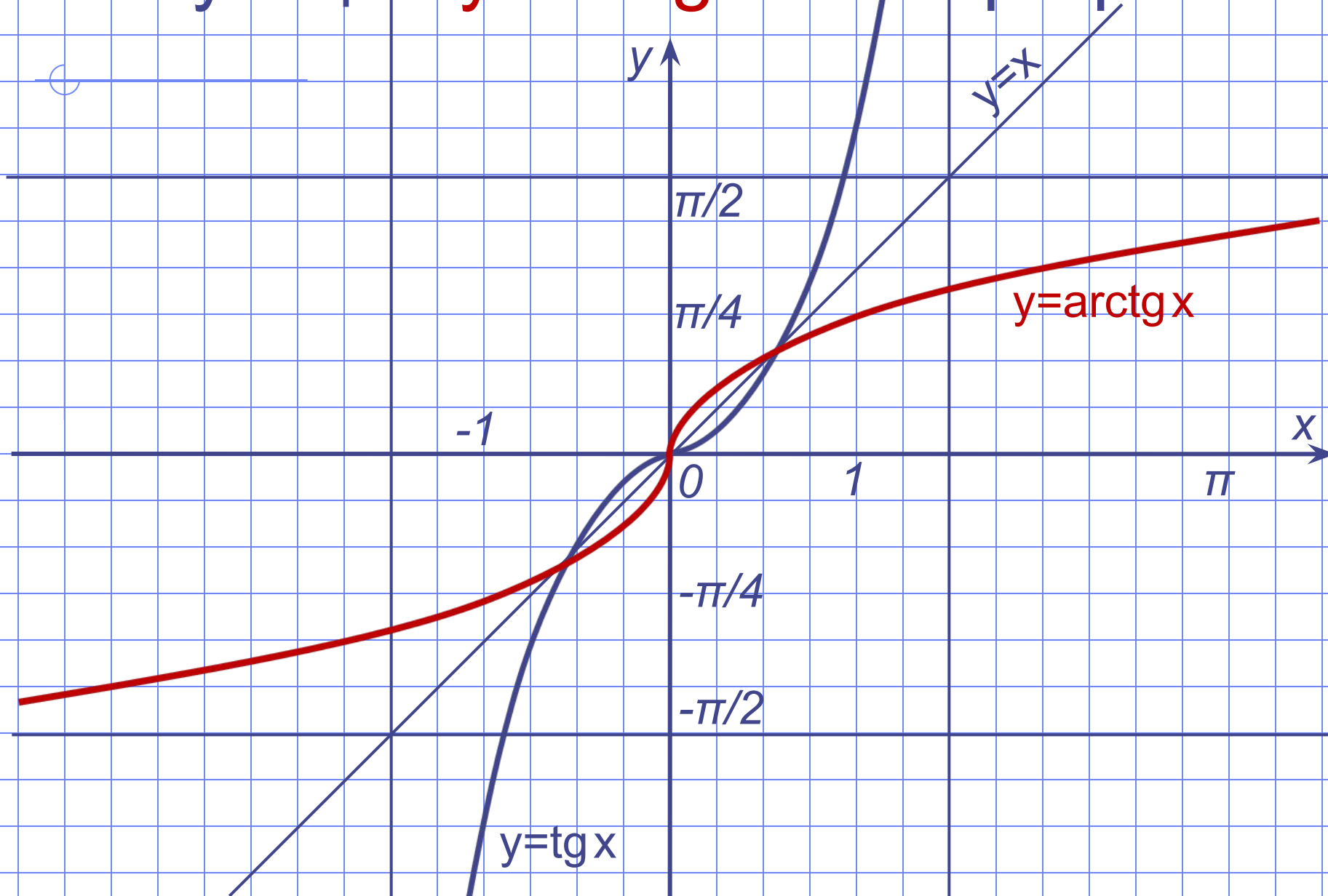
2. $E(y) = (-\pi/2; \pi/2)$.

3. $\operatorname{arctg} (-x) = -\operatorname{arctg} x$ – функция нечетная.

4. Функция возрастает на $(-\infty; +\infty)$.

5. Функция непрерывна.

Функция $y=\operatorname{arctg} x$ и ее график



Функция $y = \text{arcctg } x$ и ее свойства

$\text{arcctg } a$ – это такое число из интервала $(0; \pi)$, котангенс которого равен a .

$$\text{arcctg } a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \text{ctg } t = a, \\ 0 < t < \pi; \end{cases}$$

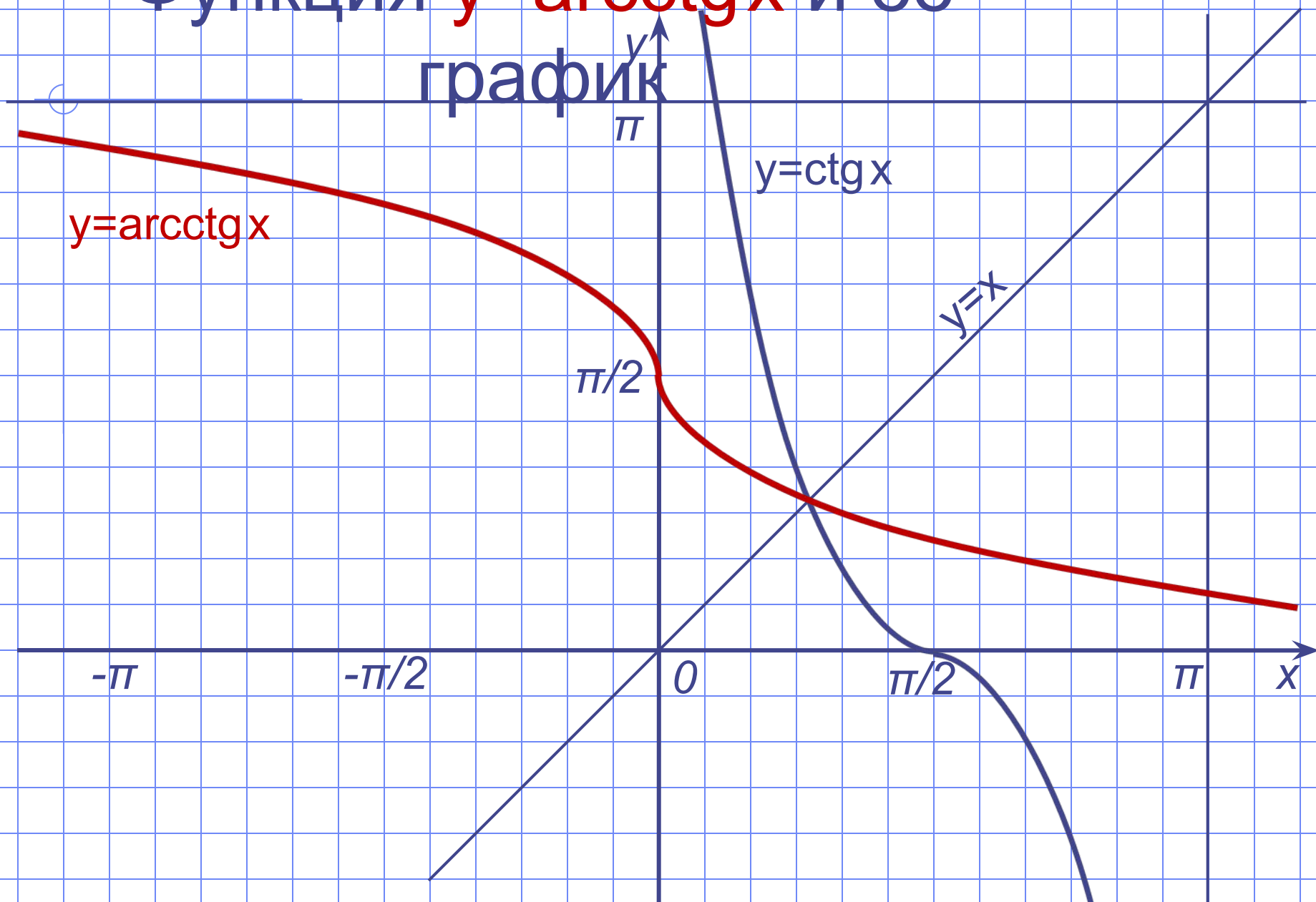
$$\text{ctg} (\text{arcctg } a) = a$$

$$\text{arcctg} (-a) = \pi - \text{arcctg } a$$

Функция $y = \operatorname{arcsctg} x$ и ее свойства

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(y) = (0; \pi)$.
3. Функция не является ни четной, ни нечетной.
4. Функция убывает на $(-\infty; +\infty)$.
5. Функция непрерывна.

Функция $y = \operatorname{arccotg} x$ и ее график



$\arcsin 1$	$\arcsin 0$	$\arcsin \frac{1}{2}$	$\arcsin(-\frac{1}{2})$
$\arccos 1$	$\arccos 0$	$\arccos \frac{1}{2}$	$\arccos(-\frac{1}{2})$
$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$	$\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

$\arcsin(-x) = -\arcsin x$

$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$

Имеет ли смысл выражение?

$\arcsin 2$ $\arccos 3\pi$ $\operatorname{arctg} 100$

Может ли $\arcsin t$ и $\arccos t$ принимать значение равное

$5,$ $-\frac{5}{9},$ $\pi,$ $-10,$ $\frac{3}{7}, ?$

Найдите значения выражений:

$$\arccos\left(\cos \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arccctg}\left(-\frac{7}{8}\right)\right)$$

$$\sin\left(\arcsin \frac{5}{13}\right)$$

$$\arcsin\left(\sin \frac{5\pi}{2}\right)$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 15)$$

$$\cos\left(\arcsin \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\text{arctg} 1$$

$$\text{arctg} \sqrt{3}$$

$$\text{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$\text{arcctg} 1$$

$$\text{arcctg} \sqrt{3}$$

$$\text{arcctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$\text{arctg}(-x) = -\text{arctg} x$$

$$\text{arcctg}(-x) = \pi - \text{arcctg} x$$

Свойства аркфункций

$$\cos(\arccos x) = x,$$

$$\sin(\arcsin x) = x,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$$

$$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x) = x$$

$$\arccos(\cos x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\arcsin(\sin x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) = x,$$

$$\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} x) = x.$$

• Заполните пропуски в таблице:

<i>a</i>	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
<i>arcsin a</i>	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	0	—	—	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$
<i>arccos a</i>	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	—	—	π	$\frac{5\pi}{6}$
<i>arctg a</i>	$\frac{\pi}{4}$	—	0	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	—
<i>arcctg a</i>	$\frac{\pi}{4}$	—	—	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	—

Вид уравнения	Пример
Простейшие уравнения (по определению аркфункции)	$\arcsin(x^2 - 4x + 3) = 0$
Уравнения, приводимые к квадратным уравнениям	$2\arcsin^2 x - 7\arcsin x + 3 = 0$
Уравнения, левая и правая части которых являются одноименными тригонометрическими функциями	$\arcsin(x^2 - 3x) = \arcsin(-2x)$
Уравнения, левая и правая части которых являются разноименными тригонометрическими функциями	$\arcsin 2x = \arccos x$