Математический диктант
«Простейшие тригонометрические уравнения»

1 вариант

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

1 $$\cos\frac{\pi(8x+1)}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

В ответе запишите наименьший положительный корень.

2 $$tg\frac{\pi(x-5)}{3}=\sqrt{3}$$

В ответе запишите наименьший положительный корень.

3 $$\sin\frac{\pi(x+9)}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

4 $$\cos\frac{8\pi x}{6}=-1$$

2 вариант

В ответе запишите наименьший положительный корень.

1 $$tg\frac{\pi(x-6)}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

2 $$\sin\frac{\pi(4x-3)}{4}=-1$$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

3 $$\cos\frac{\pi(4x+1)}{6}=-\frac{1}{2}$$

В ответе запишите наименьший положительный корень.

4 $$\sin\frac{2\pi x}{3}=\frac{1}{2}$$

Отбор корней при решении тригонометрических уравнений

Подстановка корней в имеющиеся ограничения

Найти корни уравнения $cos\, x = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

удовлетворяющие неравенству $sin\, x \le 0$

1. Решим уравнение: $cos\, x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$

2. Проверим для полученных значений х выполнение условия

$$sin\, x \le 0\ ;\quad sin\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right) = sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \rangle\ 0$$

Первая серия корней является «посторонней»

$$sin\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right) = sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \langle\ 0$$

$$Ответ:\ -\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$$

Перебор значений целочисленного параметра

Найти корни уравнения $sin\,2x = 0$, удовлетворяющие неравенству $cosx \geq 0$

Наименьший положительный период

для функций y=sin2x, y=cos x $T = 2\pi$

Рассмотрим решение уравнения на промежутке $[0\,;2\pi\,)$

1. Решим уравнение: $sin\,2x = 0$; $x = \frac{\pi k}{2},\ k \in Z$

2. При k=0;1;2;3.; $x = 0;\frac{\pi}{2};\pi;\frac{3\pi}{2}$ *содержатся на помежутке* $[0;2\pi)$.

3. Отбираем корни уравнения для которых $cosx \geq 0$: $x = 0;\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}$.

4. Исходное уравнение имеет множество решений вида:

$$x = 2\pi k,\ k \in Z \ \ и \ \ x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z.$$

Ответ $:\ x = 2\pi k,\ k \in Z;\ \ x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$

содержание

Решение неравенства относительно целочисленного параметра

Решить уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и указать корни принадлежащие отрезку $[-\pi; 0]$

1. Решим уравнение: $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$

2. Подставим корни уравнения в имеющиеся ограничения и решим уравнение на заданном промежутке:

$$-\pi \le \frac{\pi}{6} + 2\pi k \le 0$$

$$-1 \le \frac{1}{6} + 2k \le 0$$

$$-\frac{7}{6} \le 2k \le -\frac{1}{6}$$

$$-\frac{7}{12} \le k \le -\frac{1}{12}$$

k – нет целых значений

$$-\pi \le -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \le 0$$

$$-1 \le -\frac{1}{6} + 2k \le 0$$

$$-\frac{5}{6} \le 2k \le \frac{1}{6}$$

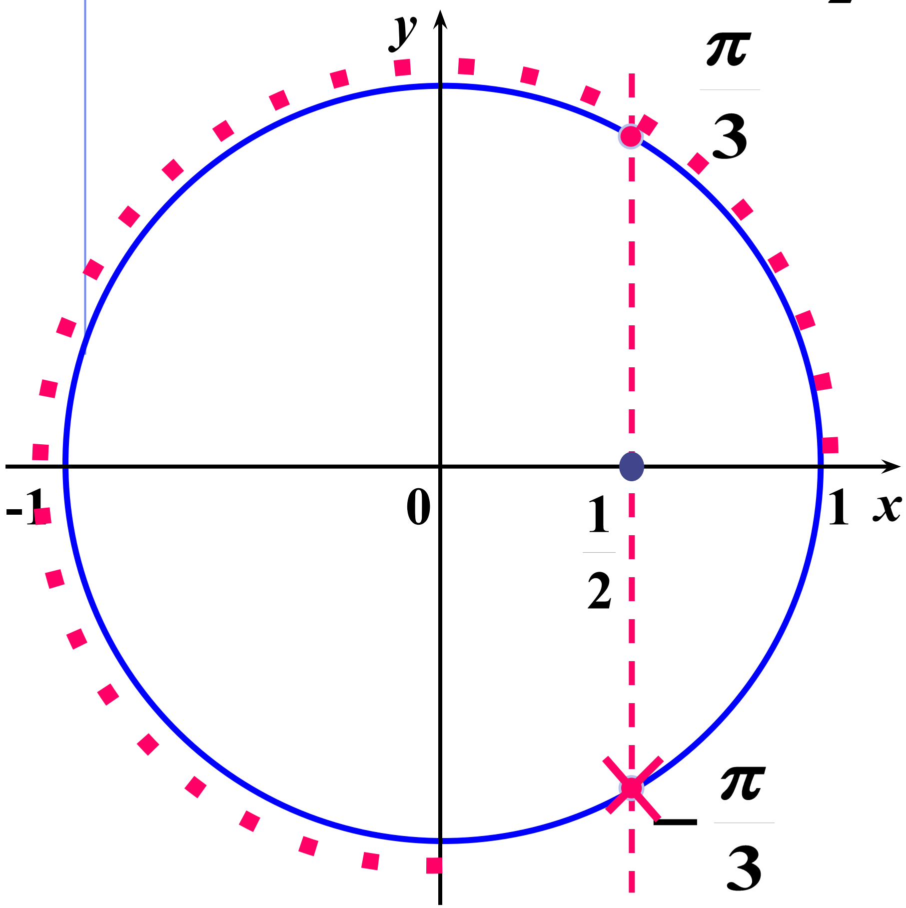
$$-\frac{5}{12} \le k \le \frac{1}{12}$$

$k = 0,\quad x = \frac{\pi}{6}$

Ответ : $\frac{\pi}{6}$.

Отбор корней уравнения на числовой окружности

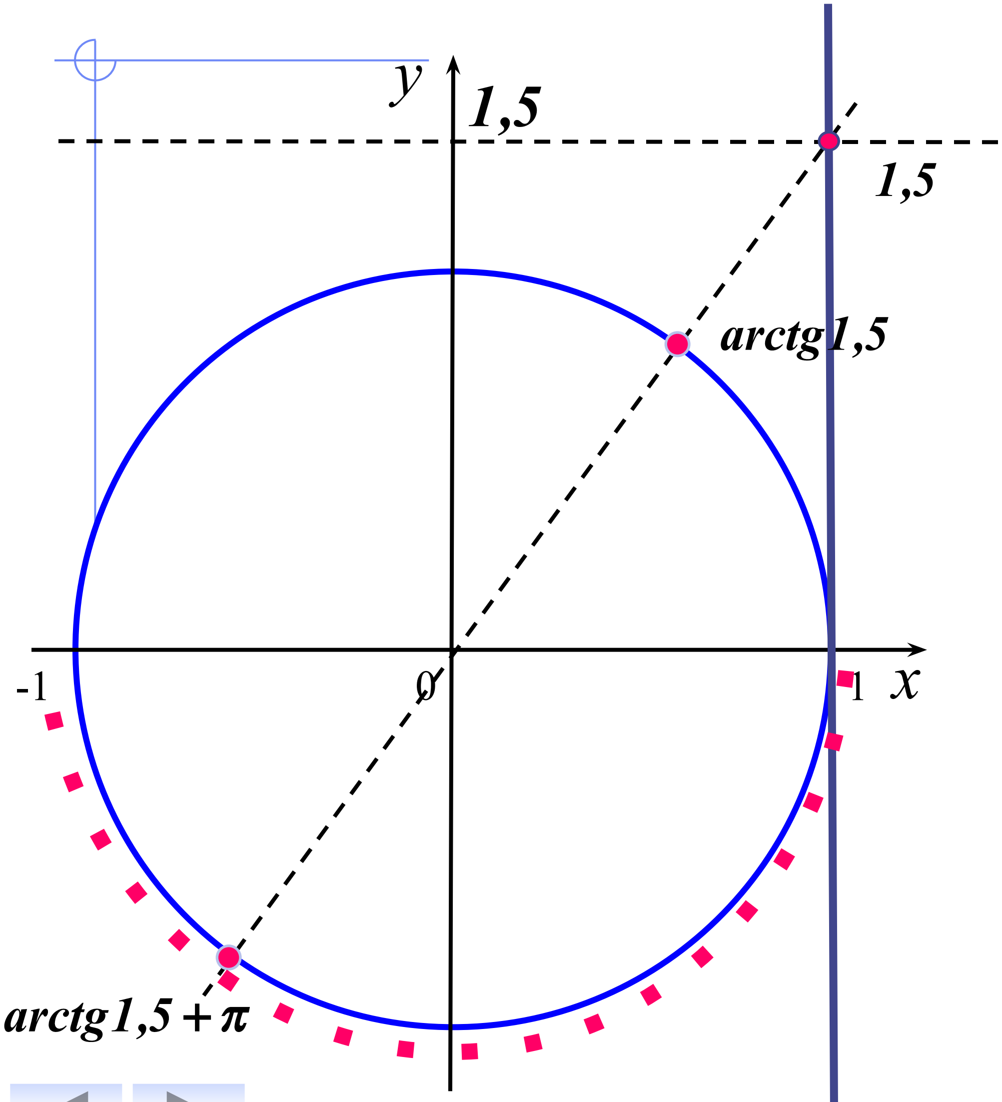
Решить уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$



$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

Отбор корней уравнения на числовой окружности



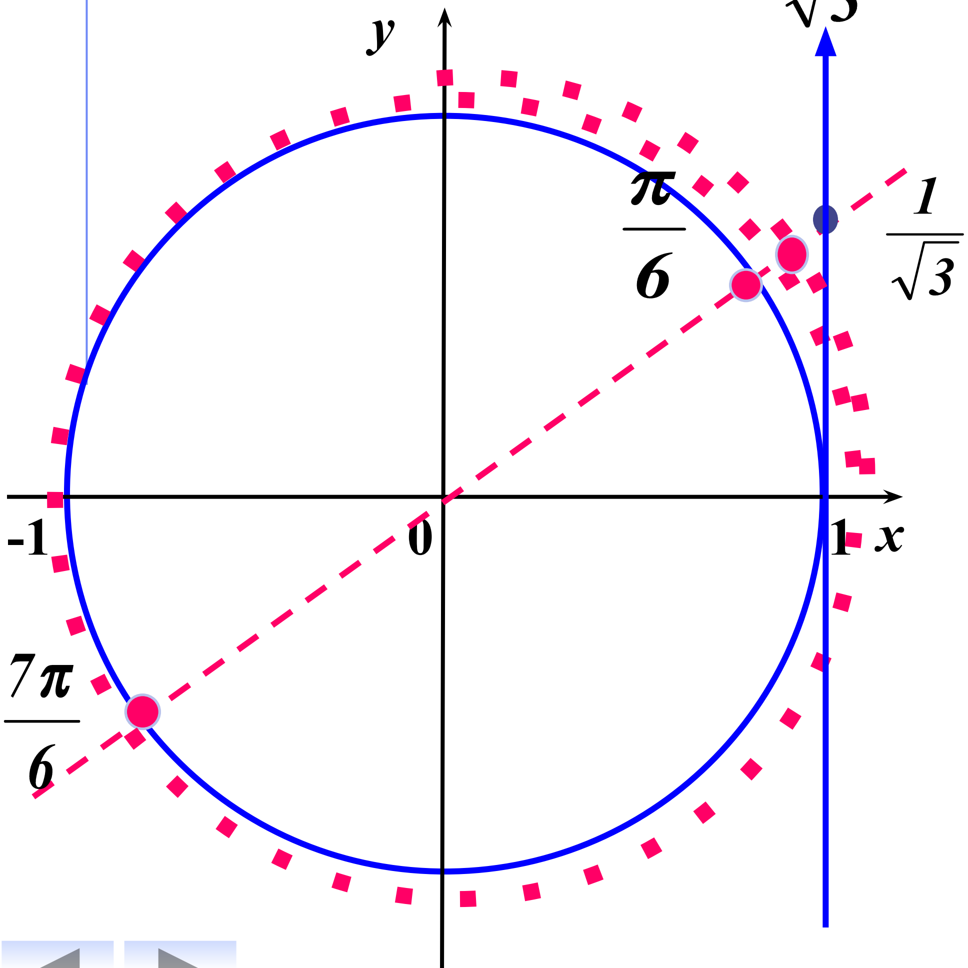
$$tgx = 1{,}5$$

$$[\pi; 2\pi]$$

$$x = arctg1{,}5 + \pi$$

Отбор корней уравнения на числовой окружности

Решить уравнение $tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$ на отрезке $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.



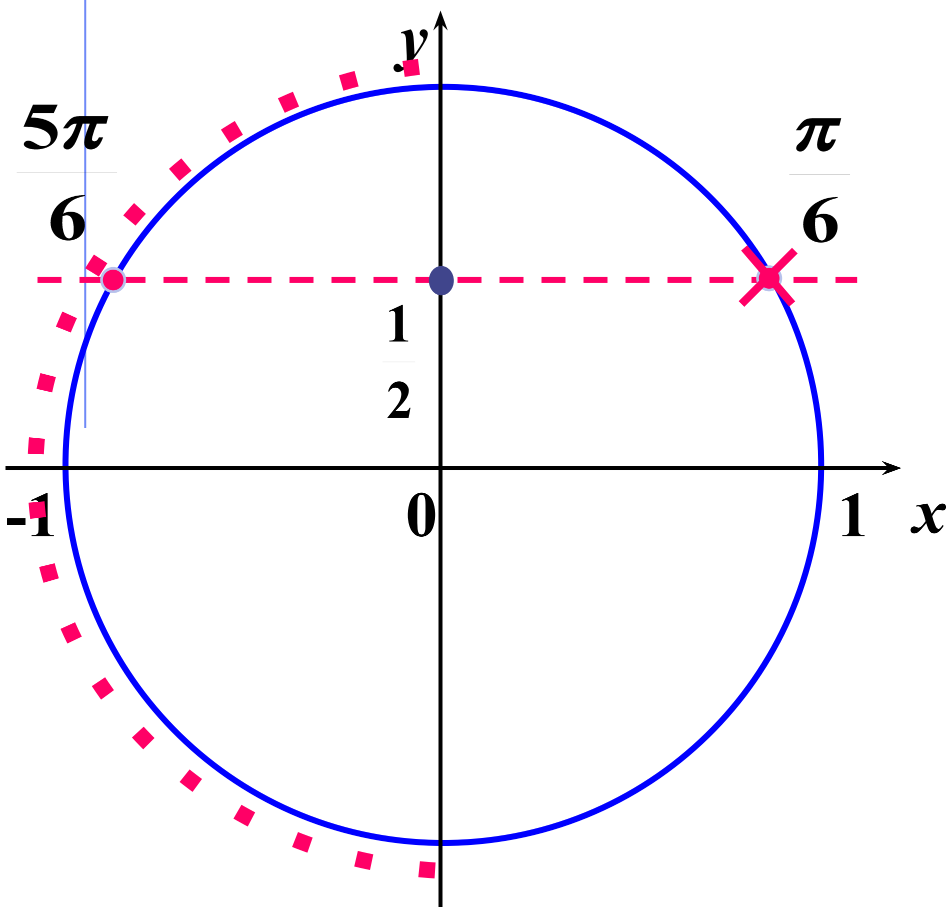
$$tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{13\pi}{6}$$

Отбор корней уравнения на числовой окружности



$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$x = \frac{5\pi}{6}$$