

ТЕМА:
**«ПРАВДОЛЮБЦЫ
И ЛЖЕЦЫ»**

Решение олимпиадных математических задач

«Правдолюбцы и лжецы»

Задачи о рыцарях и лжецах – разновидность олимпиадных математических задач, в которых фигурируют персонажи:

Лжец – персонаж, всегда говорящий _____

Правдолюбец (рыцарь) – персонаж, всегда говорящий _____

Хитрец – персонаж, который может как лгать, так и говорить правду.

Решение подобных задач обычно сводится к *перебору вариантов* с исключением тех, которые приводят к *противоречию*.

Действие почти во всех задачах происходит на некотором острове, жителями которого являются правдолюбцы и лжецы.



Решение задач

1). Человек говорит: «Я лжец». Может ли он быть жителем острова рыцарей и лжецов?

Решение. (Ответ: **Не может.**)

Если бы он был рыцарем, то он бы сказал неправду, что он лжец, чего быть не может. Если же он был бы лжецом, то он сказал бы правду, что также невозможно.

2). Каждый из собравшихся на площади жителей острова заявил остальным: "Вы все лжецы". Сколько рыцарей среди них?

Решение. (Ответ: Один рыцарь.) Среди присутствующих на площади не может быть двух (или более) рыцарей, так как они называли бы друг друга лжецами.

Один рыцарь быть может. Он всем остальным говорит, что они лжецы (это правда). А каждый из лжецов, говорит всем остальным, среди которых есть рыцарь, что они лжецы (это неправда).

0 рыцарей быть не может, так тогда все лжецы говорили бы правду.

Решение задач

3). На улице встретились два жителя острова. Один из них сказал: "По крайней мере, один из нас рыцарь". Второй ему ответил: "Ты лжец". Кто из них кто?

Решение. (Ответ: Первый — рыцарь, второй — лжец.) Предположим, что первый — рыцарь. Тогда его утверждение верно (действительно хотя бы один рыцарь есть). Второй говорит, что первый лжец. При нашем предположении это неправда, значит, второй — лжец. Всё подходит, противоречий нет. Разберём другой случай, когда первый — лжец. Тогда его утверждение неверно, значит, и первый, и второй лжецы. Но тогда второй говорит правду, что первый лжец. Такого быть не может, получается противоречие. Значит, возможен только первый случай.

Решение задач

4) Каждый из а) 7; б) 9 сидящих за круглым столом жителей острова сказал: «Мои соседи лжец и рыцарь». Сколько рыцарей и сколько лжецов сидит за столом?

Решение: а) Во-первых, возможен случай, когда все лжецы.

Предположим, что есть хотя бы один рыцарь. Тогда его соседи лжец и рыцарь: Л—Р—Р. Далее справа должен сидеть лжец, чтобы второй рыцарь говорил правду: Л—Р—Р—Л. Чтобы лжец говорил неправду, справа должен сидеть рыцарь: Л—Р—Р—Л—Р. Продолжая цепочку, получим: —Л—Р—Р—Л—Р—Р—Л—. Цепочка замыкается (то есть самый левый сидит рядом с самым правым). Получается, что крайние на схеме лжецы говорят правду, такого быть не может.

б) Возможен случай, когда все лжецы.

Если есть хотя бы один рыцарь, то проведём рассуждения, пункту а). Получим такое расположение: —Л—Р—Р—Л—Р—Р—Л—Р—Р—. Всё подходит.

Решение задач

5) Какой вопрос нужно задать жителю острова, чтобы узнать, живёт ли у него дома ручной крокодил?

Решение:

«Что ты ответишь, если у тебя спросят, живёт ли у тебя дома ручной крокодил?»

6) Некоторые жители острова заявили, что на острове чётное число рыцарей, а остальные заявили, что на острове нечётное число лжецов. Может ли число жителей острова быть нечётным?

Решение: не может быть. Метод перебора

Решение задач

7). Знайка задумал несколько целых чисел и сообщил их Незнайке. В интервью газете "Жёлтый листок" Незнайка сказал: "Знайка дал мне три числа. Их сумма равна 201, а произведение равно 30030". Докажите, что Незнайка соврал.

Решение: Чтобы сумма трёх чисел была равна нечётному числу 201, либо они все должны быть нечётными, либо одно из них должно быть нечётным, а два чётными. Но в первом случае их произведение должно быть тоже нечётным (а 30030 — чётное). А во втором, произведение должно делиться на 4, так как присутствуют два чётных множителя, но 30030 на 4 не делится.

Решение задач

8) Однажды Баба-Яга решила зайти в гости к Нафане и Кузе, однако во время их предыдущей встречи она крайне плохо запомнила их лица, поэтому не могла сказать, кто Нафаня, а кто – Кузя. Друзья встретили Бабу-Ягу, затем один из них сказал: «Меня зовут Нафаня», а второй сказал: «Меня зовут Кузя». Баба-Яга уверена, что друзья хотят разыграть ее, поэтому она знает, что хотя бы один из друзей сказал неправду.

Помогите Бабе-Яге понять, кто из друзей на самом деле Нафаня, а кто – Кузя. В ответ запишите число 1, если первый друг – Нафаня, либо число 2 в противном случае.

Ответ: 2

9) Однажды Витя и Женя решили разыграть своих друзей. Они надели одинаковые плащи с капюшонами, таким образом их лиц не было видно. Затем они пошли в гости к друзьям. Когда их встретили, один из людей в капюшоне сказал низким голосом: «Я Витя», а второй человек произнес точно таким же низким голосом: «А я – Женя». Друзья были очень удивлены, однако поняли, что их пытаются разыграть, поэтому они были уверены, что хотя бы один человек сказал неправду. Помогите им определить, кто из людей в капюшоне на самом деле Женя, а кто – Витя. В ответ запишите число 1, если первый человек в капюшоне – Женя, либо число 2 в противном случае.

Ответ. 1

Решение задач

10). Предположим, что Вы находитесь на острове рыцарей и лжецов и набрали на двух его обитателей, лениво греющихся на солнце. Вы спрашиваете одного из них, рыцарь ли его приятель, и получаете ответ (да или нет). Затем Вы задаете такой же вопрос второму островитянину и получаете ответ (да или нет).

Должны ли оба ответа быть одинаковыми?

Решение задач

11). Трудно найти черную кошку в тёмной комнате. Однако трём жителям острова правдолюбцев, лжецов и хитрецов удалось точно проверить наличие кошки в одной и той же комнате.

После этого каждый из них сделал по три следующих высказывания.

I: Я лжец. Комната темная. Кошка в комнате.

II: Я хитрец. Комната светлая. Кошка в комнате.

III: Я правдолюбец. Комната темная. Кошки в комнате нет.

Так была ли кошка в комнате во время эксперимента? Обоснуйте.

За время эксперимента освещение в комнате не менялось, кошка в комнату не забежала и не выбегала из неё.

Решение задач

12). Трое жителей острова: (А, В и С) разговаривали между собой в саду. Проходивший мимо незнакомец спросил у А: "Вы рыцарь или лжец?" Тот ответил, но так неразборчиво, что незнакомец не смог ничего понять. Тогда незнакомец спросил у В: "Что сказал А?" "А сказал, что он лжец", - ответил В. "Не верьте В! Он лжет!" - вмешался в разговор островитянин С. Кто из островитян В и С рыцарь и кто лжец?

Решение: (Ответ: В - лжец, а С - рыцарь. (Установить, кем был А, не представляется возможным.)) Ни рыцарь, ни лжец не могут сказать: "Я лжец" (высказав подобное утверждение, рыцарь солгал бы, а лжец изрёк бы истину). Следовательно, А, кем бы он ни был, не мог сказать о себе, что он лжец. Поэтому В, утверждая, будто А назвал себя лжецом, заведомо лгал. Значит, В - лжец. А так как С сказал, что В лгал, когда тот действительно лгал, то С изрек истину. Следовательно, С - рыцарь.

Решение задач

13). На острове живут 100 рыцарей и 100 лжецов, у каждого из них есть хотя бы один друг. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды утром каждый житель произнес фразу «Все мои друзья - рыцари», либо «Все мои друзья - лжецы», причем каждую из фраз произнесло ровно 100 человек. Найдите наименьшее возможное число пар друзей, один из которых рыцарь, а другой - лжец.

Решение: (50 пар) Заметим, что в паре рыцарь-лжец каждый должен сказать, что другой лжец: рыцарь скажет правду, а лжец соврёт, в паре рыцарь-рыцарь оба скажут правду, а в паре лжец-лжец оба скажут неправду. Значит фраза «Все мои друзья - лжецы» употребляется только в парах рыцарь-лжец. Минимальное кол-во пар рыцарь-лжец, когда фразу сказали 100 человек, это 50. Если пар будет меньше, то и фраз тоже будет меньше.