

ЭЛЕМЕНТЫ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА

Выполнила студентка группы
С-1841
Направления 43.04.01
Кабанова Анастасия



Термин корреляция употребляется в науке с конца XVIII века. Его ввел французский палеонтолог Жорж Кювье.

Это систематическая и обусловленная связь между двумя рядами данных. Или связь переменных, при которой одному значению признака соответствует несколько значений другого признака.

Корреляционный анализ – это статистический метод, изучающий связь между явлениями, если одно из них входит в число причин, определяющих другое или, если имеются общие причины, воздействующие на эти явления.

Основная задача – выявление связи между случайными величинами.



Функциональная зависимость –

это зависимость вида

$$y = f(x)$$

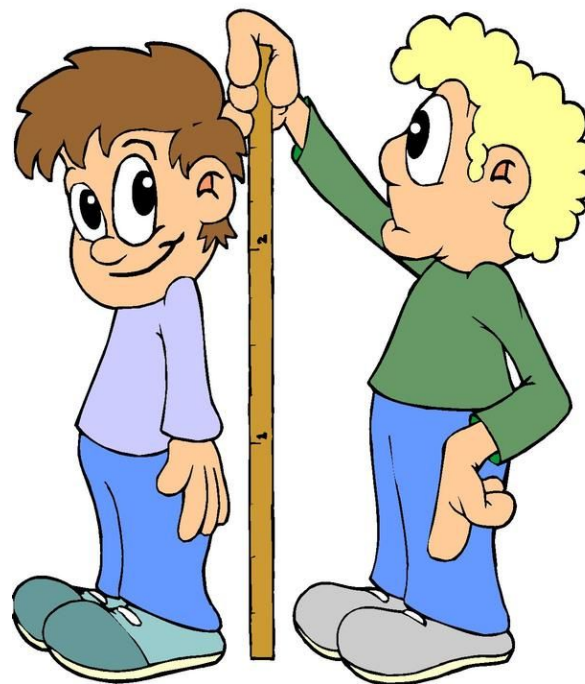
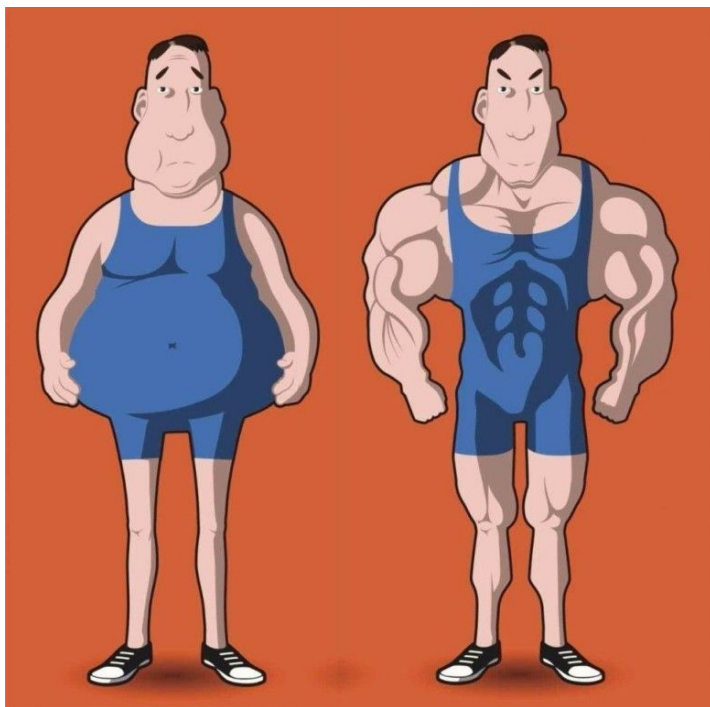
когда каждому возможному значению случайной величины X соответствует одно возможное значение случайной величины Y .

Корреляционная зависимость – это статистическая зависимость, проявляющаяся в том, что при изменении одной из величин изменяется среднее значение другой:

$$\bar{y} = f(x)$$

Например, рост и масса.

При одном и том же росте масса различных индивидуумов может быть различна, но между средними значениями этих показателей имеется определенная зависимость.



Зависимость между случайными величинами X и Y в теории вероятностей и математической статистике описывается, в первую очередь, такими характеристиками, как корреляционный момент K_{xy} и коэффициента корреляции r_{xy} .

Статистическую взаимосвязь составляющих системы случайных величин характеризует корреляционный момент (момент связи).

$$K_{xy} = \text{cov}(X, Y) = M[(X - m_X) \cdot (Y - m_Y)]$$

Для компактной записи результаты расчётов представляют в виде корреляционной матрицы:

$$(K_{xy}) = \begin{pmatrix} D_x & K_{xy} \\ K_{yx} & D_y \end{pmatrix}$$

где D_x и D_y – дисперсии случайных величин X и Y .

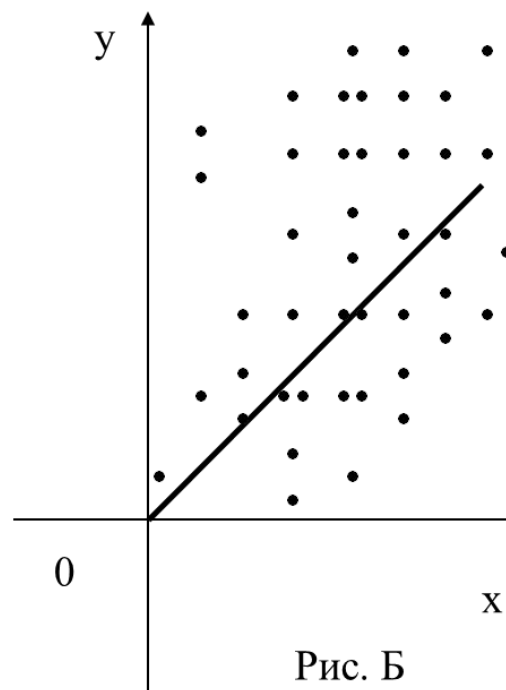
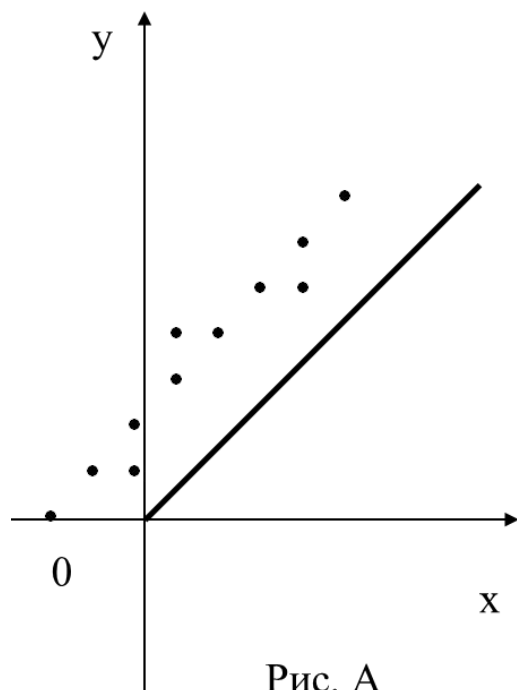
Для изучения корреляционной связи, данные о статистической зависимости удобно задавать в виде корреляционной таблицы:

X	x_1	x_2	$\dots$	x_n
Y	y_1	y_2	$\dots$	y_n

Для наглядности полученного материала каждую пару можно представить в виде точки на координатной плоскости.

По оси абсцисс откладывают значения одного вариационного ряда x_i , а по оси ординат другого y_i .

ПОЛЕ КОРРЕЛЯЦИИ





$$\begin{pmatrix} D_x & K_{xy} \\ K_{yx} & D_y \end{pmatrix}$$

где σ_x и σ_y – средние квадратические отклонения случайных величин X и Y

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}$$

$$\sigma_y = \sqrt{D_y}$$

Выборочный коэффициент линейной корреляции r характеризует тесноту линейной связи между количественными признаками в выборке:

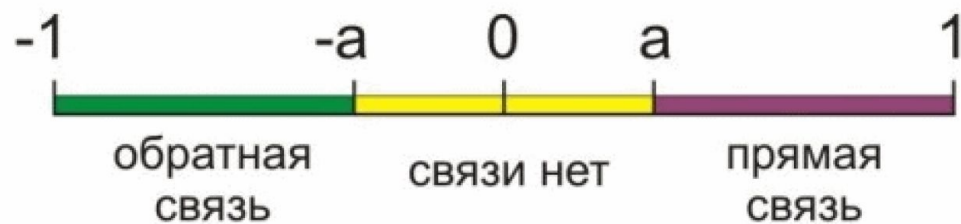
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$(K_{xy}) = \begin{pmatrix} D_x & K_{xy} \\ K_{yx} & D_y \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} K_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_x & K_{xy} \\ K_{yx} & D_y \end{pmatrix}$$

Интерпретация
коэффициента корреляции



СВОЙСТВА КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ:

1. Коэффициент корреляции принимает значения на отрезке $[-1;1]$.

В зависимости от того, насколько модуль r приближается к 1, различают связи:

- $r < 0,3$ – слабая связь;
- $r = 0,3-0,5$ – умеренная связь;
- $r = 0,5-0,7$ – значительная;
- $r = 0,7-0,8$ – достаточно тесная;
- $r = 0,8 - 0,9$ – тесная (сильная);
- $r > 0,9$ – очень тесная.

2. Если случайные величины между собой связаны линейно, то $|r_{XY}| = 1$
4. Если случайные величины независимые, то $r_{XY} = 0$
5. Если все значения переменных увеличить (уменьшить) на одно и то же число или в одно и то же число раз, то величина коэффициента корреляции не изменится

ПРИМЕР 1

Имеются данные о результате экспериментальных замеров прочности шва для ниток различной линейной плотности

X_i	Y_i
23	14,8
38	27,5
43	28,4
48	30,4

где X_i – линейная плотность нитей
 Y_i - прочность шва



$$(K_{xy}) = \begin{pmatrix} D_x & K_{xy} \\ K_{yx} & D_y \end{pmatrix} \quad r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

i	Xi	Yi	Xi - Xcp	(Xi - Xcp)^2	Yi - Ycp	(Yi - Ycp)^2	(Xi - Xcp)(Yi - Ycp)
1	23	14,8	-15	225	-10,475	109,725625	157,125
2	38	27,5	0	0	2,225	4,950625	0
3	43	28,4	5	25	3,125	9,765625	15,625
4	48	30,4	10	100	5,125	26,265625	51,25
Сумма	152	101,1	0	350	0	150,7075	224

X cp	38
Y cp	25,275

Итак, получаем

r	0,975319
---	----------

ПРИМЕР 2

Имеются данные о рейтинге авиакомпании по 5 бальной шкале (X_i) и оценке ее безопасности по 10 бальной шкале (Y_i)

X_i	Y_i
1	3
2	5
3	7
4	8

Заполним таблицу по формулам

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} ; \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad \text{и} \quad r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

i	Xi	Yi	Xi - Xcp	(Xi - Xcp)^2	Yi - Ycp	(Yi - Ycp)^2	(Xi - Xcp)(Yi - Ycp)
1	1	3					
2	2	5					
3	3	7					
4	4	8					
Сумма							

X cp	
Y cp	