Теорема

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

Доказать: прямая а перпендикулярна плоскости α

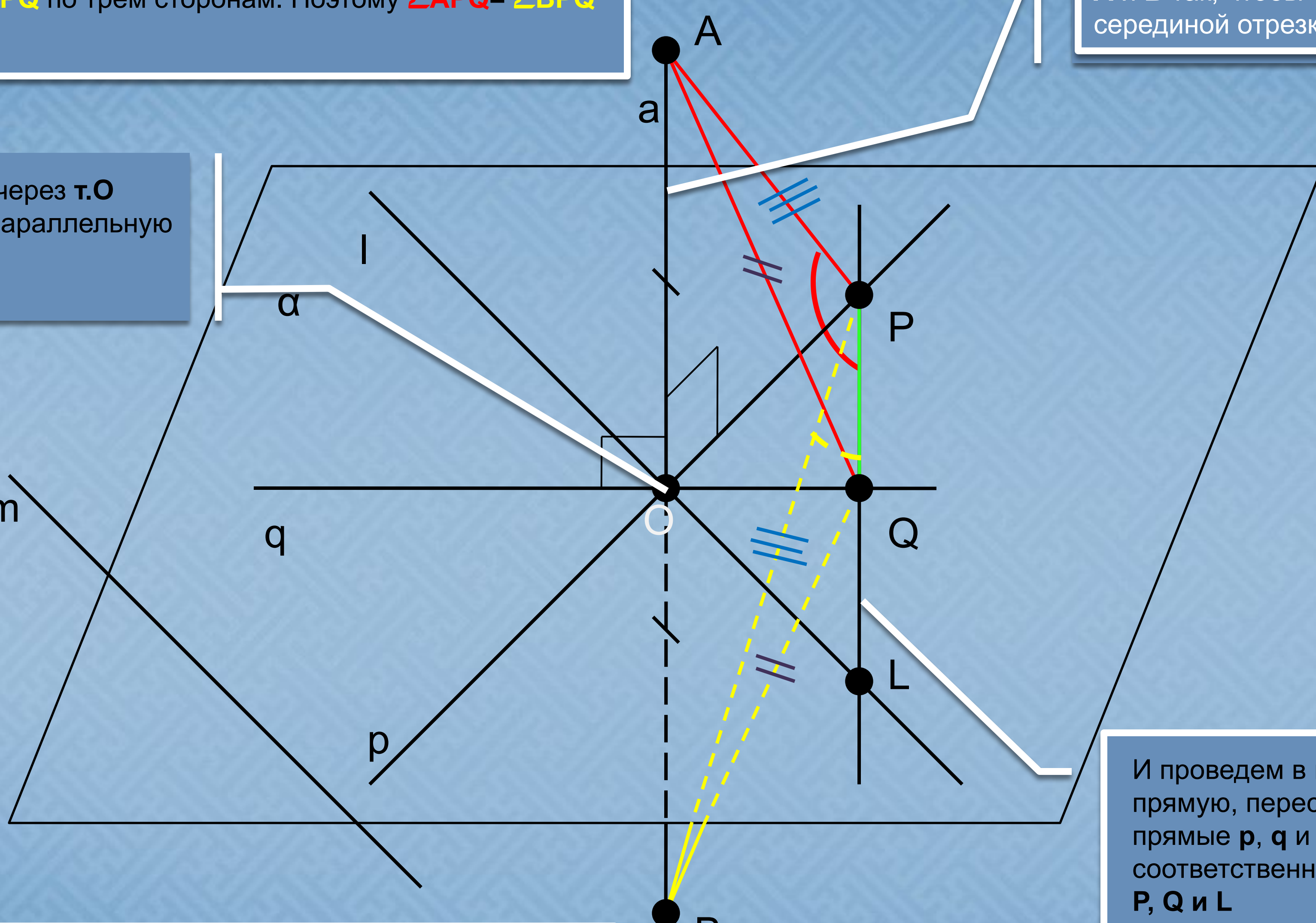
Рассмотрим прямую **a**, которая перпендикулярна к прямым **p** и **q**, лежащим в плоскости **α** и пересекающимся в **т.О**

Отметим на прямой **a** точки **A** и **B** так, чтобы **т.О** была серединой отрезка **AB**

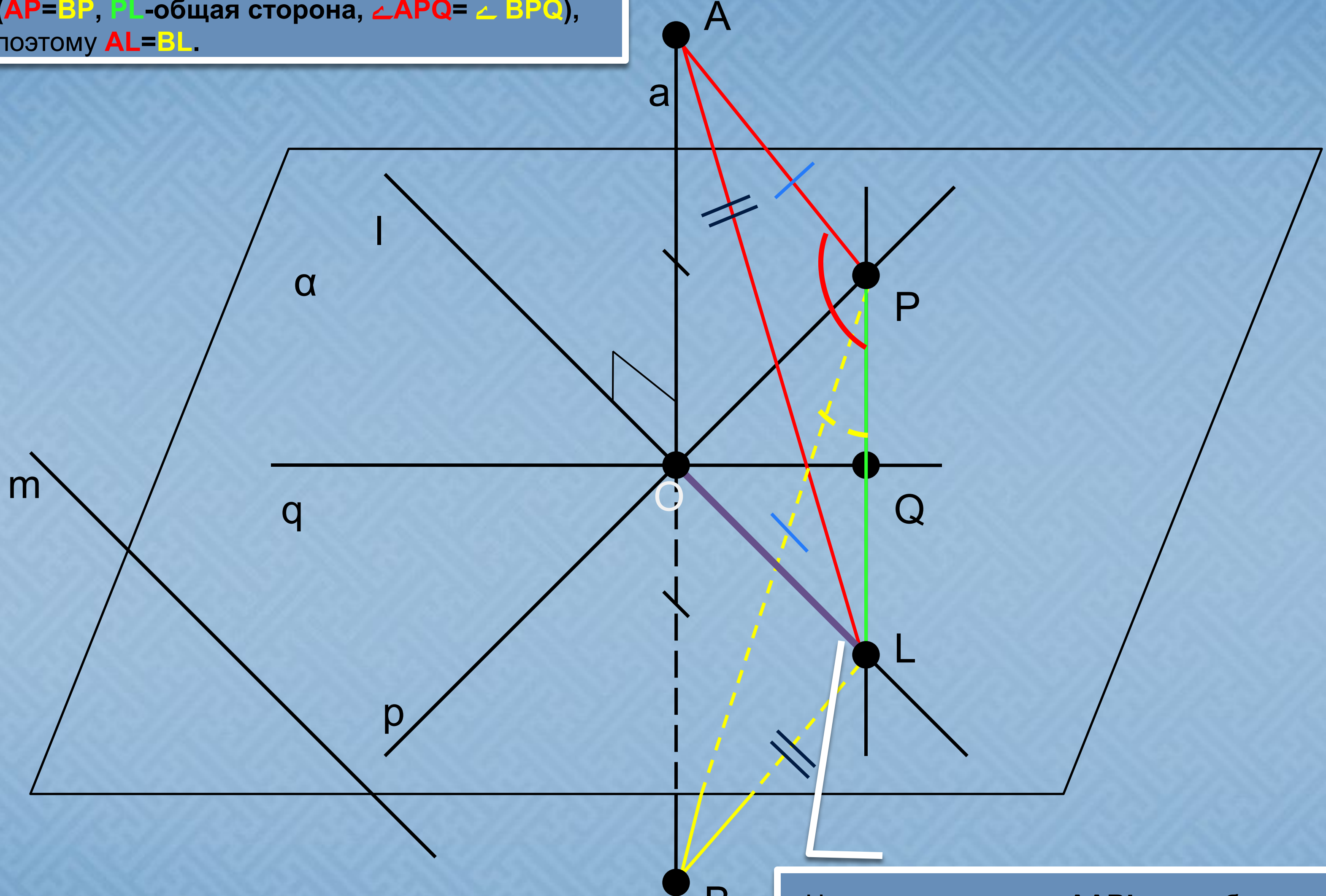
И проведем в **плос-и α** прямую, пересекающую прямые **p**, **q** и **l** соответственно в точках **P, Q и L**

Проведем через **т.О** прямую **l**, параллельную прямой **m**

Так как прямые **p и q** – серединные перпендикуляры к отрезку **AB**, то **AP**=**BP** и **AQ**=**BQ**. Следовательно, **ΔAPQ**= **ΔBPQ** по трем сторонам. Поэтому **∠APQ**= **∠BPQ**



Сравним теперь треугольники **APL** и **BPL** Они равны по двум сторонам и углу между ними (**AP**=**BP**, **PL**-**общая сторона**, **∠APQ**= **∠ BPQ**), поэтому **AL**=**BL**.

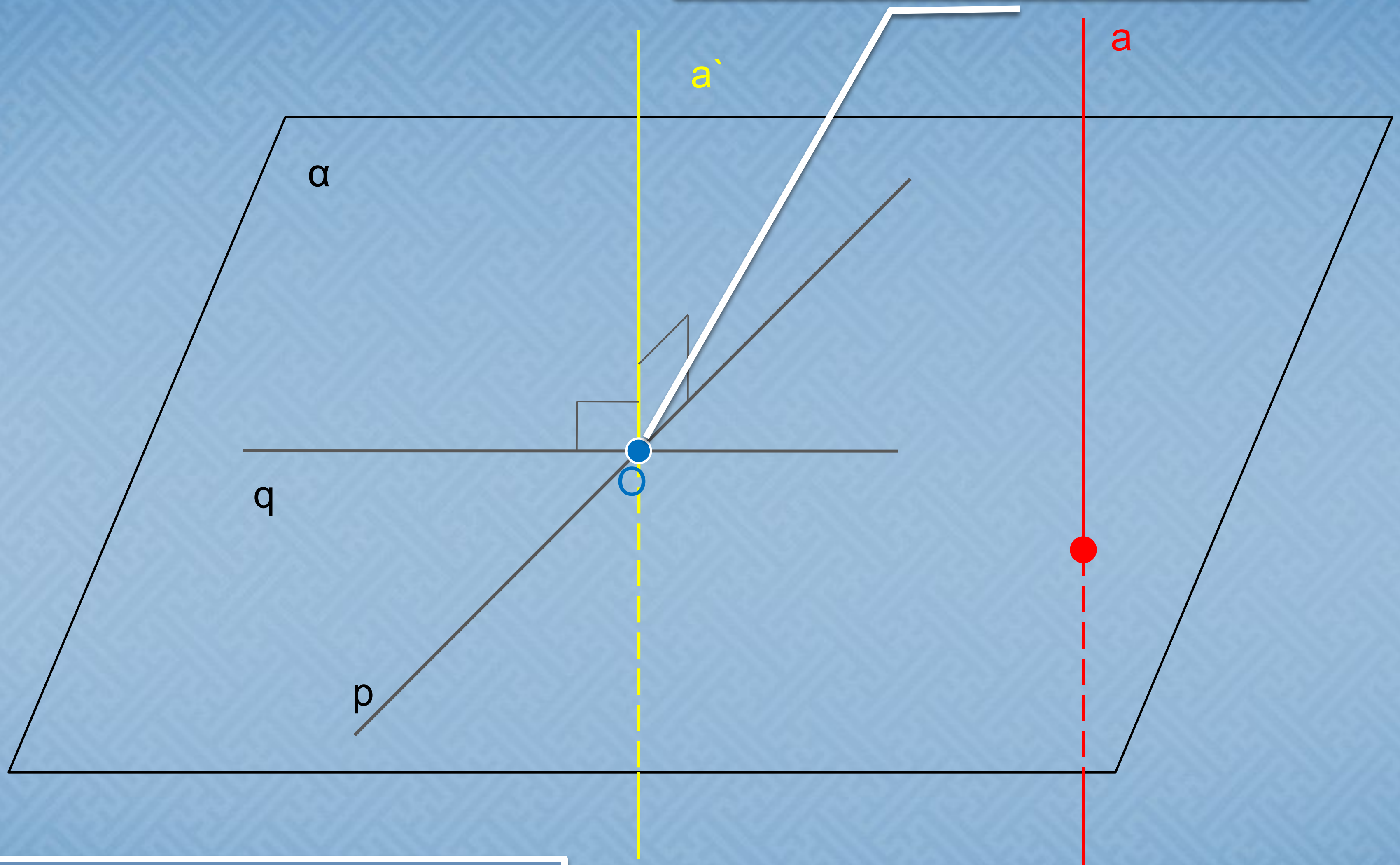


Так как **l**$\parallel$**m** и **l**$\perp$**a,** то **m**$\perp$**a** *(по лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей)Таким* образом **,** прямая **a** перпендикулярна к любой прямой **m** плоскости **α**, т.е. **a**$\perp$**α**

Но это означает, что **ΔABL** равнобедренный и его медиана **LO** является высотой, т.е. **l**$\perp$**a**

Рассмотрим теперь случай, когда прямая **а** не проходит через **т.О**.

Проведем через **т.О** прямую а`, параллельную прямой а



По упомянутой лемме а`⊥**p** и а`⊥**q,** поэтому по доказанному в первом случае а`⊥ **α**

Отсюда следует, что а⊥**α.**

ТЕОРЕМА ДОКАЗАНА !!!

Презентэйшен Топоркова Кирилла