

Геометрическая оптика

- **Понятие о световом луче**
- **Оптическая длина пути. Принцип Ферма**
- **Законы отражения и преломления**
- **Кардинальные точки и плоскости
центрированной оптической системы**
- **Формула Ньютона**
- **Формула тонкой линзы. Оптическая сила
линзы**

Понятие о световом луче

- Длины волн оптического диапазона порядка 10^{-7} м, поэтому для решения многих задач можно отвлечься от его волновой природы и в первом приближении полагать, что свет распространяется вдоль **лучей** – некоторых линий, вдоль которых переносится световая энергия. В предельном случае, полагая, что длина волны стремится к нулю, можно сформулировать законы оптики на языке геометрии. Соответственно этот раздел будет называться геометрической оптикой.
- Основу геометрической оптики составляют 4 закона.
- 1. Закон прямолинейного распространения света: «**в оптически однородной среде свет распространяется прямолинейно**». Этот закон приближённый, так как, например, при прохождении через малые отверстия наблюдается отклонение от прямолинейности.
- 2. Закон независимости световых лучей: «**лучи при пересечении не возмущают друг друга**». Он справедлив при не слишком больших интенсивностях.
- 3. Закон отражения света.
- 4. Закон преломления света (Закон Снеллиуса).

Оптическая длина пути. Принцип Ферма

- В основу геометрической оптики может быть положен принцип Ферма: «Свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время». (Это формулировка самого Ферма)

- Для прохождения участка пути ds свету требуется время $dt=ds/v$, где v – скорость света в данной точке среды. Следовательно, время, необходимое свету для прохождения пути от точки 1 до точки 2, равно

$$\tau = \int_1^2 \frac{ds}{v} = \int_1^2 \frac{n}{c} ds = \frac{1}{c} \int_1^2 n ds$$
$$L = \int_1^2 n ds$$

- Величина, имеющая размерность длины называется **оптической длиной пути**. В оптически однородной среде

$$L = ns$$

- Так как $t=L/c$, то можно принцип Ферма сформулировать следующим образом: «Свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого экстремальна (т.е. минимальна, максимальна, или стационарна- одинакова для всех путей)».

Закон отражения света

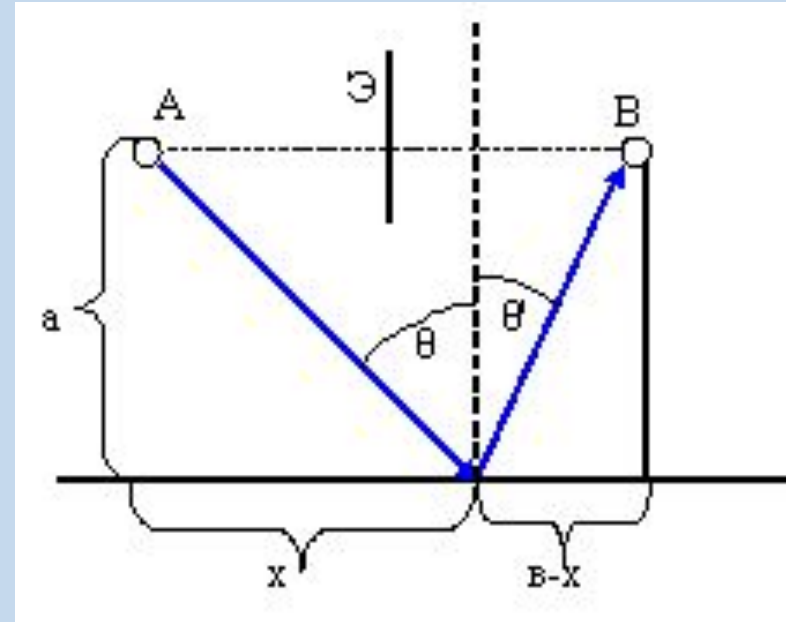
- Пусть свет попадает из точки А в точку В отразившись от поверхности, так как прямой путь невозможен из-за наличия экрана. Среда оптически однородна. Геометрическая длина пути равна оптической длине

$$L = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(b-x)^2 + a^2}$$

- Согласно принципу Ферма она должна иметь экстремум:

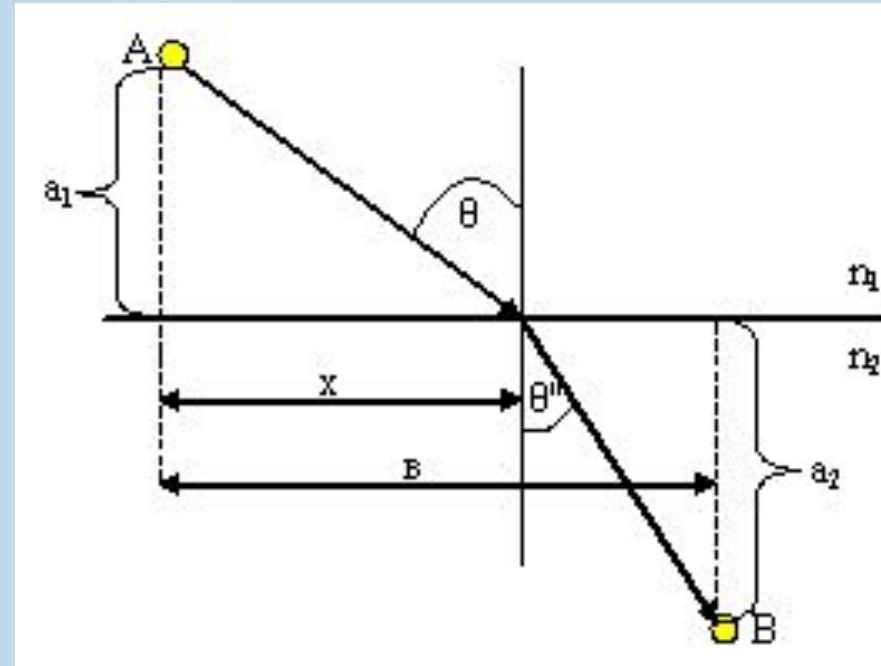
$$\frac{dL}{dx} = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{(b-x)}{\sqrt{a^2 + (b-x)^2}} = \sin \theta - \sin \theta' = 0$$

- Отсюда следует, что $\theta = \theta'$



Закон преломления света

- Найдём точку, в которой должен преломиться луч, распространяясь от А к В, чтобы оптическая длина была экстремальна.
- Для произвольного луча оптическая длина пути равна



$$L = n_1 s_1 + n_2 s_2 = n_1 \sqrt{a_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{(b - x)^2 + a_2^2}$$

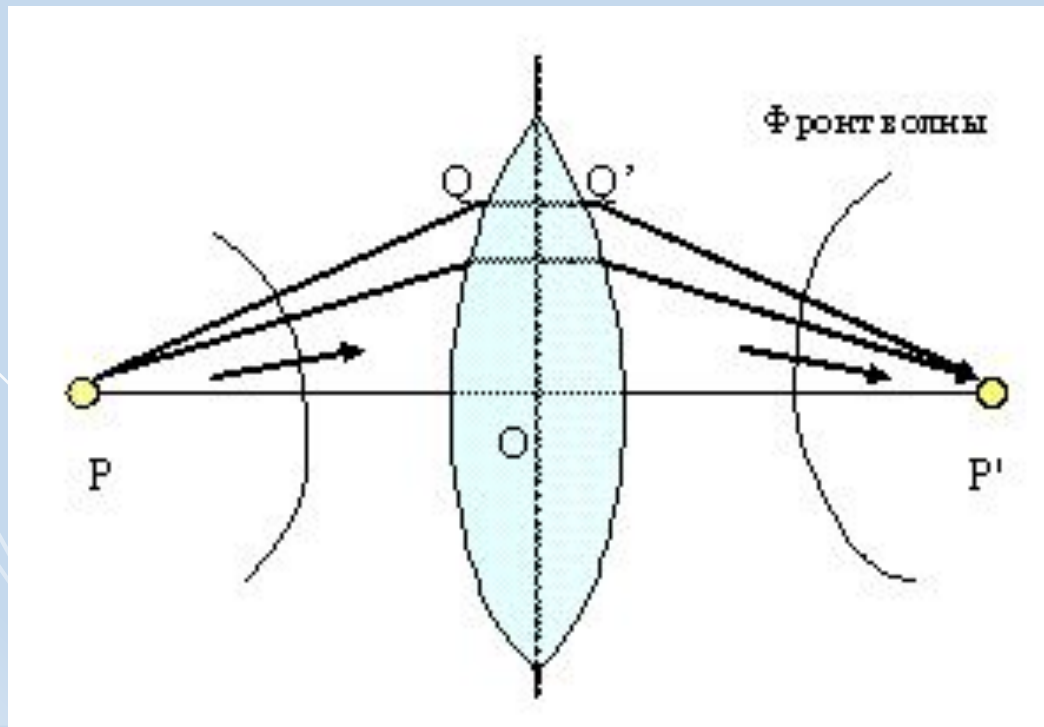
$$\frac{dL}{dx} = \frac{n_1 x}{\sqrt{a_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (b - x)}{\sqrt{a_2^2 + (b - x)^2}} = n_1 \sin \theta - n_2 \sin \theta'' = 0$$

- Таким образом

$$n_1 \sin \theta = n_2 \sin \theta''$$

Таутохронность

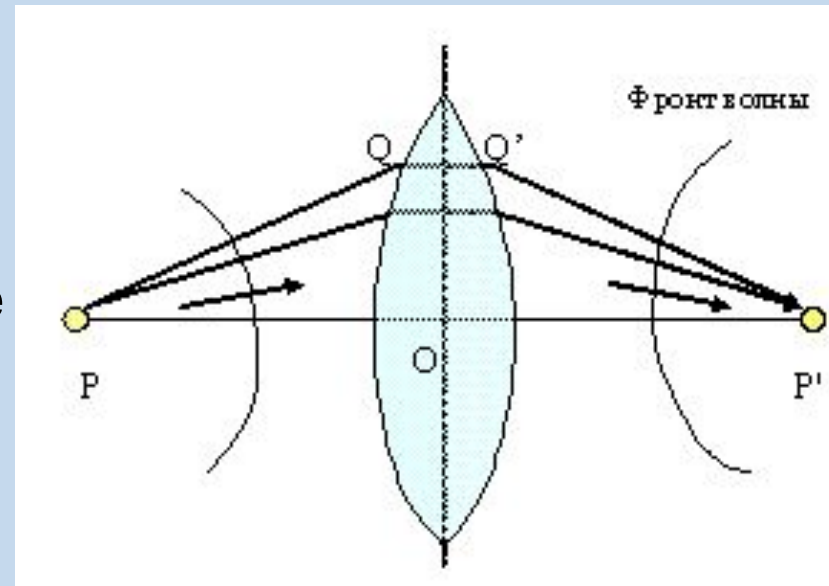
- Стационарность оптических лучей имеет место при прохождении через линзу. Луч POP' имеет самый короткий путь в воздухе и самый длинный путь в стекле. Луч $PQQ'R'$ имеет более длинный путь в воздухе, но более короткий путь в стекле. В итоге оптические длины лучей оказываются стационарными, а лучи **таутохронными**. Лучи сходятся в одной точке. Именно поэтому все колебания приходят в фазе, усиливая друг друга, и возникает изображение.



Центрированная оптическая система

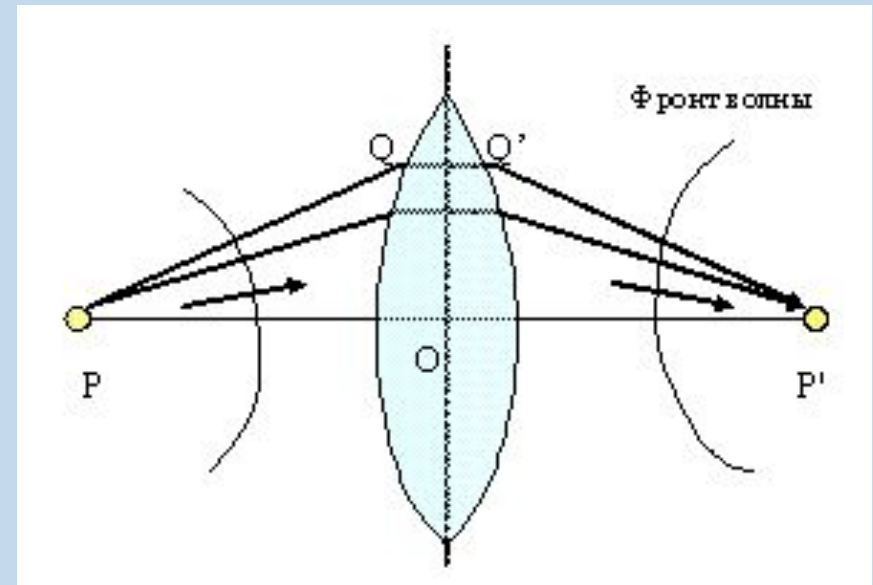
- Совокупность лучей образует **пучок**. Если лучи при своем продолжении пересекаются в одной точке, пучок называется **гомоцентрическим**. Ему соответствует сферическая волновая поверхность. Гомоцентрическому пучку параллельных лучей соответствует плоская световая волна. Если оптическая система не нарушает гомоцентричности пучков, то лучи вышедшие из точки P , пересекутся в другой точке, являющейся *оптическим изображением* точки P .
- Если любая точка предмета изображается в виде одной точки, то изображение называется точечным или **стигматическим**.

Изображение называется **действительным**, если световые лучи в точке P' действительно пересекаются. Изображение называется **мнимым**, если в точке P пересекаются продолжения световых лучей, проведенные в направлении обратном распространению света.



Центрированная оптическая система (продолжение)

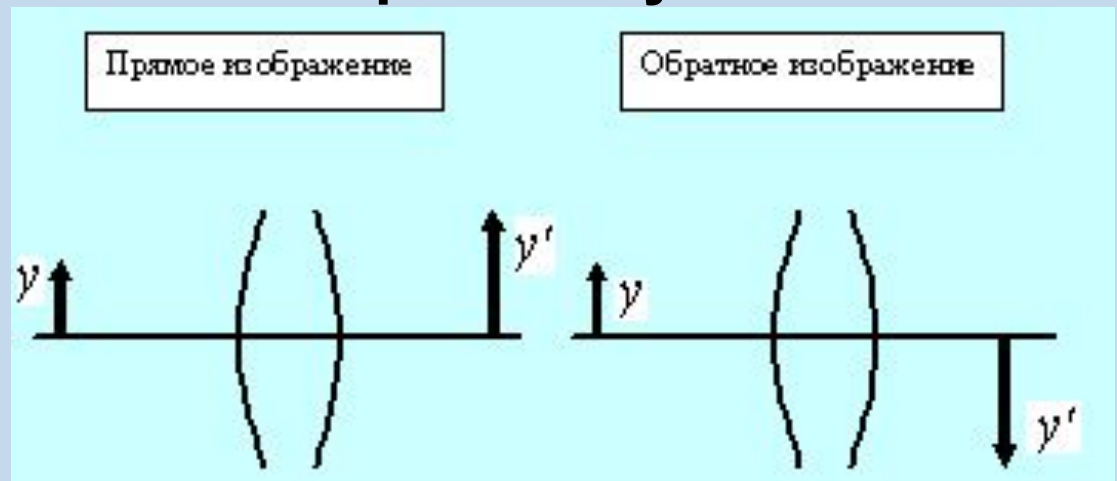
- Вследствие, обратимости световых лучей источник и изображение могут поменяться ролями. По этой причине точки P и P' называются **сопряжёнными**.
- Оптическая система, которая даёт стигматическое изображение, геометрически подобное предмету, называется идеальной. Точки, прямые и плоскости в **пространстве предметов** однозначно соответствуют точкам, прямым и плоскостям в **пространстве изображений**. Это называется **коллинеарным соответствием**.
- Оптическая система образованная сферическими поверхностями называется **центрированной**, если центры всех поверхностей лежат на одной прямой. Эту прямую называют **оптической осью**.



Кардинальные точки и плоскости

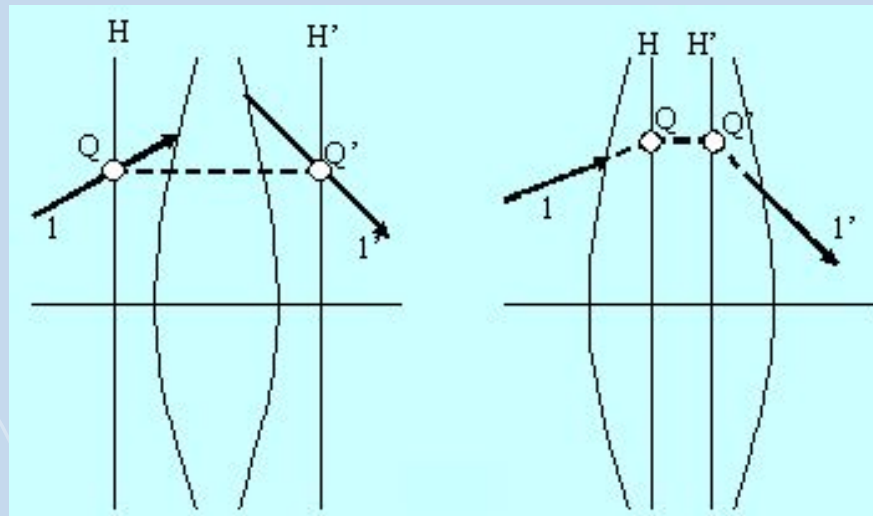
- Точки и плоскости, обладающие особыми свойствами, называют **кардинальными**. К их числу относятся фокальные, главные и узловые точки.
- **Задней фокальной плоскостью** системы называется плоскость, сопряжённая с находящейся на бесконечности в пространстве предметов плоскостью S_{∞} , перпендикулярной к оптической оси системы. И наоборот.
- Точка пересечения задней фокальной плоскости с оптической осью называется **задним фокусом** системы. И наоборот.
- Отношение линейных размеров изображения и предмета называется **линейным** или **поперечным увеличением**:

$$\beta = \frac{y'}{y}$$



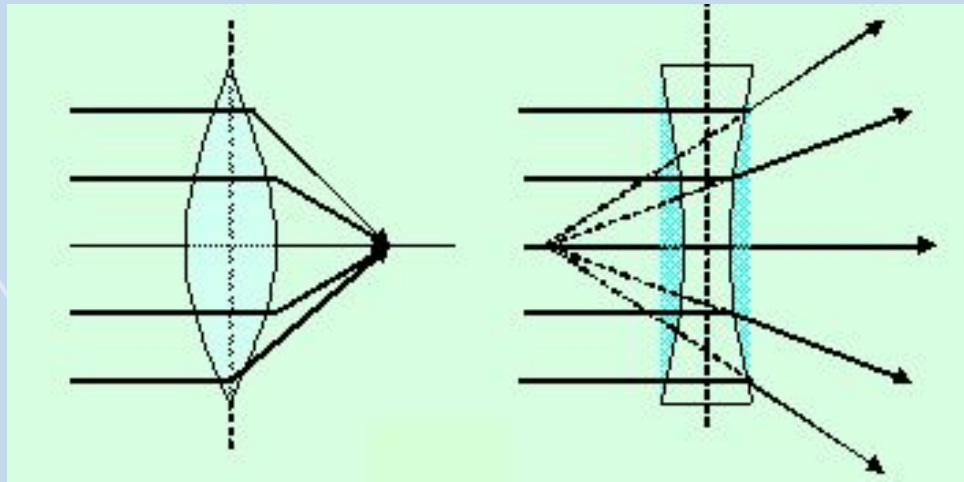
Главные точки и плоскости

Существуют две сопряжённые плоскости, которые отображают друг друга с линейным увеличением $+1$. Эти плоскости называются **главными**. Плоскость, принадлежащая пространству предметов, называется передней главной плоскостью H . Плоскость, принадлежащая пространству изображений, называется задней главной плоскостью H' . Точки пересечения главных плоскостей с оптической осью называются **главными точками** системы. В зависимости от устройства системы главные плоскости и точки могут находиться как снаружи, так и внутри системы. Возможно, наконец, что обе плоскости будут лежать вне системы по одну и ту же сторону от неё. Из определения главных плоскостей вытекает, что луч 1 , пересекающий переднюю главную плоскость H в точке Q , имеет в качестве сопряжённого луч $1'$, который пересекает главную плоскость в точке Q' .



Фокусное расстояние. Оптическая сила

- Расстояние от передней главной точки H до переднего фокуса F называется **передним фокусным расстоянием** f . Расстояние $H'F'$ называется **задним фокусным расстоянием** f' . Фокусные расстояния алгебраические величины. Они положительны, если данный фокус системы лежит справа от соответствующей главной точки, и отрицательны в противном случае.
- Можно доказать, что между фокусными расстояниями **центрированной** оптической системы, имеется соотношение $\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$
- Отсюда следует, что если показатели преломления равны, то фокусные расстояния отличаются только знаком: $f = -f'$
- Величина $\Phi = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$ называется **оптической силой**. Оптическая сила измеряется в диоптриях [дптр=1/м]. Если $\Phi > 0$ система **собирающая** – параллельный пучок превращается в сходящийся. Если $\Phi < 0$, то **рассеивающая**.



Формула Ньютона

Кардинальные плоскости и точки полностью определяют свойства оптической системы – позволяют строить оптические изображения. Возьмём отрезок OP , перпендикулярный к оптической оси. Для прямоугольных треугольников с общей вершиной F можно записать соотношение: $\frac{OP}{HB} = \frac{y}{-y'} = \frac{-x}{-f}$ Аналогично для треугольников с

$$\frac{OP}{HB} = \frac{y}{-y'} = \frac{-x}{-f}$$

$$\frac{H'A'}{OP'} = \frac{y}{-y'} = \frac{f'}{x'}$$

общей вершиной F' имеем:

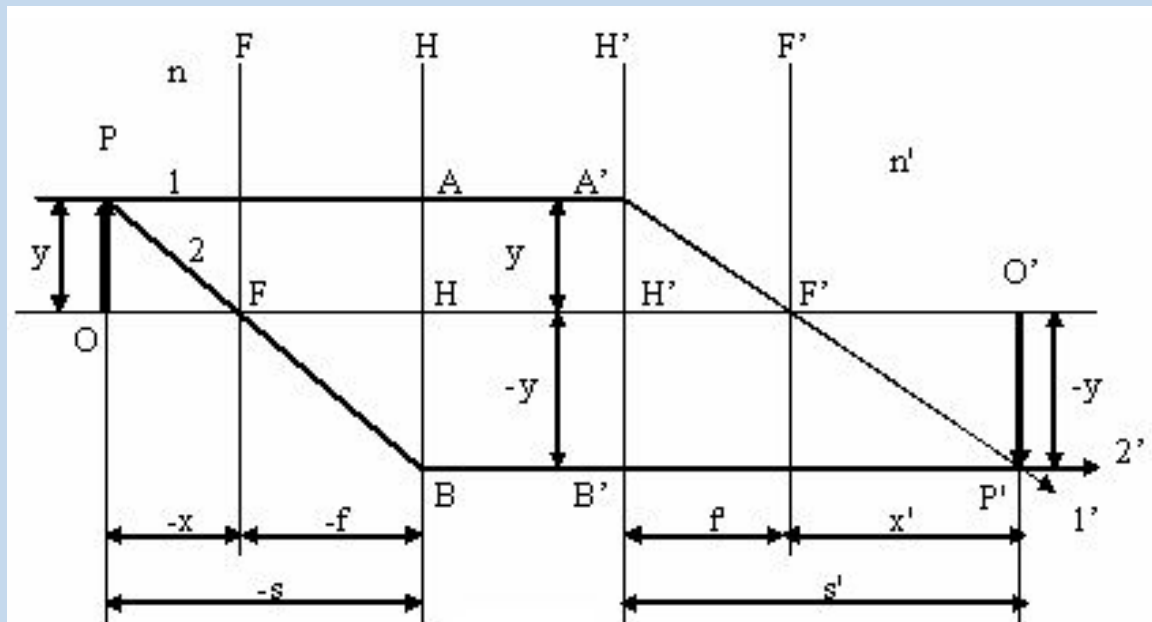
Объединив эти соотношения, получим:

$$xx' = ff'$$

Это равенство называется **формулой Ньютона**.

Если $n=n'$, то формула принимает следующий вид:

$$xx' = -f^2$$



Формула тонкой линзы

- Из рисунка видно, что $(-x) = (-s) - (-f)$ и $x' = s' - f'$. Подставив эти выражения для x в формулу $xx' = ff'$ получим:

- $(s - f)(s' - f') = ff'$ раскроем скобки: $ss' - fs' - f's = 0$

- Разделим на ss' и получим $\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1$. Или при $f = -f'$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

- Если толщиной линзы можно пренебречь по сравнению с меньшим из радиусов кривизны линзы, то линза называется тонкой. В этом случае главные плоскости можно считать совпадающими и проходящими через центр линзы.
- Для фокусных расстояний тонкой линзы получается выражение:

$$f' = -f = \frac{n_0}{n - n_0} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

где n - показатель преломления линзы, n_0 - показатель преломления среды, окружающей линзу, R_1 и R_2 радиусы кривизны поверхностей линзы. Радиус кривизны считается положительным для выпуклой поверхности, если центр кривизны лежит справа от вершины линзы. И наоборот. Для вогнутой поверхности радиус нужно считать отрицательным, если центр кривизны лежит слева.

