

Равносильные уравнения

За

П

О

М

Н

И

оп
ре
де
ле
ни
е

пр
и
ме
р
ы

◎ **Уравнения, имеющие одно и то же множество корней, называются равносильными**

◎ $9x-5=5x+3$ и $4x=8$

◎ $(x-3)(x+7)=0$ и $x^2+4x-21=0$

◎ $(x-2)(x+2)=0$ и $x^2=4$

уравнения, не имеющие корней, также считают равносильными.

Объяснение нового материала

◎ Задача

Решите уравнение

$$\sqrt{x} = x - 2$$

$$x = (x - 2)^2$$

$$x = x^2 - 2x + 4$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = 1$$

Ответ: 4; 2.

За

П

О

М

Н

И

- ⊙ Если при переходе от одного уравнения к другому потери корня не происходит, то второе уравнения является следствием первого.

- ⊙ Если все корни первого уравнения являются корнями второго уравнения, то второе уравнение называется следствием первого.

За

П

О

М

Н

И

◎ При решении уравнений может произойти потеря корня

◎ При решении уравнений могут появиться посторонние корни. Их можно установить проверкой

За

П

О

М

Н

И

⊙ При умножении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестное, могут появиться посторонние корни

⊙ При делении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестное, может произойти потеря корня

Преобразования, приводящие к равносильному уравнению

Примеры равносильных уравнений

1. Перенос членов уравнения из одной части в другую с противоположными знаками

$$4x - 3 = 2x + 5 \text{ и} \\ 4x - 2x = 5 + 3$$

2. Умножение или деление обеих частей уравнения на одно и то же число, отличное от нуля, или на выражение, имеющее постоянный знак при всех значениях неизвестного

$$\frac{x^2}{4} = 1 \text{ и } x^2 = 4 \\ (x^2 - 4)(x^2 - 4) = 0 \\ x^2 - 4 = 0$$

3. Замена части уравнения тождественно равным ему выражением

$$x^2 + 3x = 0 \\ x(x+3) = 0$$

