Презентация по геометрии

ответы на вопросы по теме «Векторы»

Выполнила:

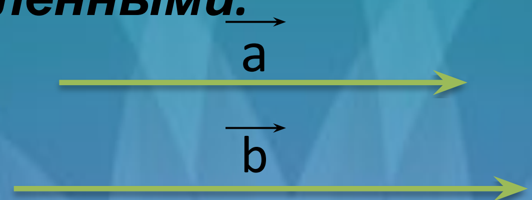
Ученица 9 «В» класса

Слямхан Нурай.

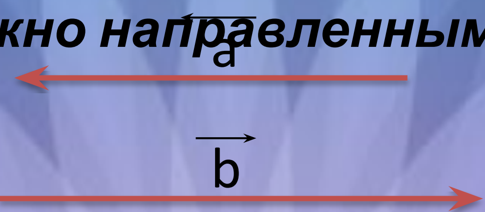
Векторы на плоскости
Понятие вектора. Равенство векторов

1) *Векторные величины в отличие от скалярных имеют не только числовое значение, но и направление в пространстве.*
2) ***Вектор** – это направленный отрезок. Обозначается вектор так:* **$\overrightarrow{AB}$.**
3) *Если два вектора лежат на одной прямой или на параллельных прямых, то такие векторы называются* ***коллинеарными****.*

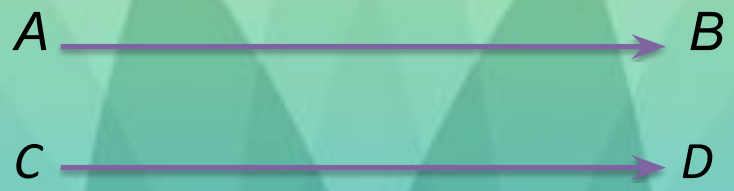
Если коллинеарные векторы имеют одинаковые направления, то их называют ***сонаправленными.***



Если коллинеарные векторы имеют разные направления, то их называют ***противоположно направленными****.*



4) Векторы называют ***равными***, *если они сонаправленны и их модули равны.*



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

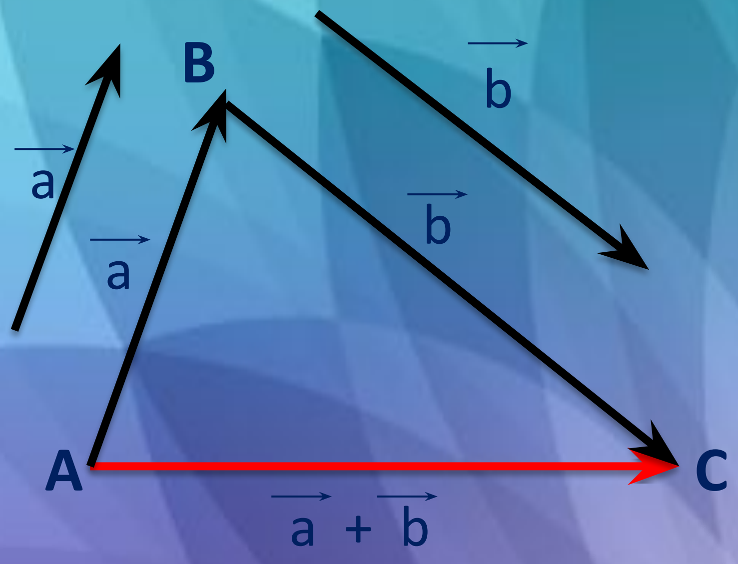
5) *Равные векторы можно совместить параллельным переносом, и, обратно, если векторы совмещаются параллельным переносом, то эти векторы равны.*

6) *Модуль- это расстояние на координатной прямой от начала отсчета (от точки О) , до точки на координатной прямой.*

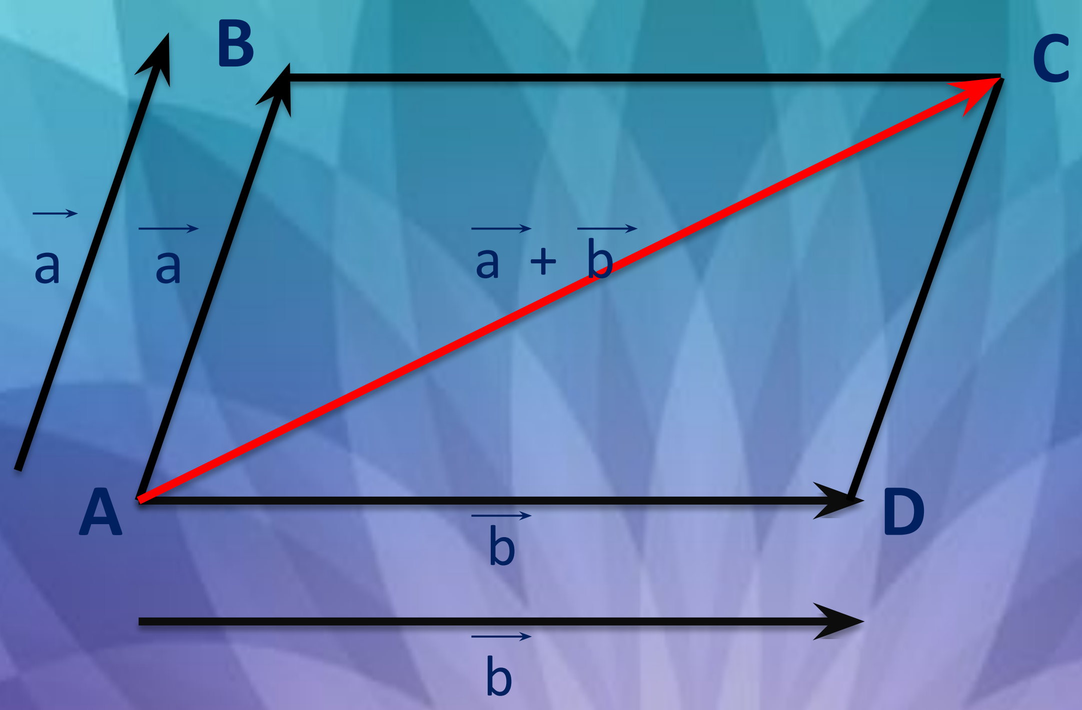
7) *Если начало и конец вектора совпадают, то такой вектор называют* ***нулевым*** *вектором. Он обозначается так:* $\vec{\mathbf{0}}$.

Сложение и вычитание векторов

1) **Сложение векторов по правилу треугольника.**
Пусть даны векторы $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$. Отметим на плоскости точку **А** и отложим от этой точки вектор $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$, равный вектору $\vec{\mathbf{a}}$, а от точки **В** отложим вектор $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$, равный вектору $\vec{\mathbf{b}}$. Полученный вектор $\overrightarrow{\mathbf{AC}}$ называют **суммой** векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$ и пишут: $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.



Правило параллелограмма . *Пусть даны векторы* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *. Отметим на плоскости точку* ***A*** *и отложим от этой точки вектор* $\overrightarrow{AB}$ *, равный вектору* $\vec{a}$ *, и вектор* $\overrightarrow{AD}$*, равный вектору* $\vec{b}$ *. Строим параллелограмм* ***ABCD*** *. Тогда вектор* $\overrightarrow{AC}$ *(диагональ параллелограмма ABCD) будет являться суммой векторов* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *.*



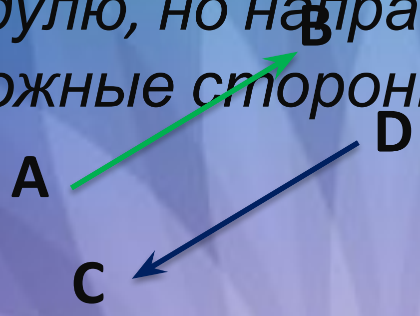
2) **Свойства сложения векторов:**

1. Для любых двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ верно равенство :
$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (переместительный закон)

2. Для любых трёх векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ верно равенство: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (сочетательный закон).

3) Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор, который в сумме с вектором $\vec{b}$ равен вектору $\vec{a}$. Разность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначается так: $\vec{a} - \vec{b}$.

4) **Противоположные векторы** – векторы , которые равны по модулю, но направлены в противоположные стороны.



5) *Пусть прямые **a** и **b** пересекаются в точке **O**. отложим данный вектор **c** от точки **O**: вектор **OC**= вектору **c**. Тогда с помощью прямых **a** и **b** построим параллелограмм **OACB** так, чтобы отрезок **OC** был его диагональю. По правилу параллелограмма сложения векторов имеем : вектор **OC**= =**OA** + **OB**. Следовательно, векторы **OA** и **OB** являются составляющими вектора **c** = вектору **OC**, расположенных на прямых **a** и **b** соответственно. В этом случае вектор **OC** не лежит на прямой **a** или **b**.*

Умножение вектора на число

1) **Произведением** вектора $\vec{a} \neq \vec{0}$ на число R называется вектор , модуль которого равен числу $|R| \cdot |\vec{a}|$ и сонаправлен с вектором $\vec{a}$ при $R > 0$, противоположно направлен с вектором $\vec{a}$ при $R < 0$. Произведение числа R на вектор $\vec{a}$ записывают так: $R \cdot \vec{a}$.

   Если $R = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$.

2) Чтобы умножить вектор $\vec{a}$ (неравный нулю) на число R (неравное нулю) , нужно умножить модуль вектора $\vec{a}$ на модуль числа R .

3) Свойства умножения числа на вектор:

Для любых чисел **α** и **β** и любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ верно равенство:

1. $(\alpha\cdot\beta)\,\bar{a}=\alpha(\beta\cdot\bar{a})$ (сочетательный закон) ;

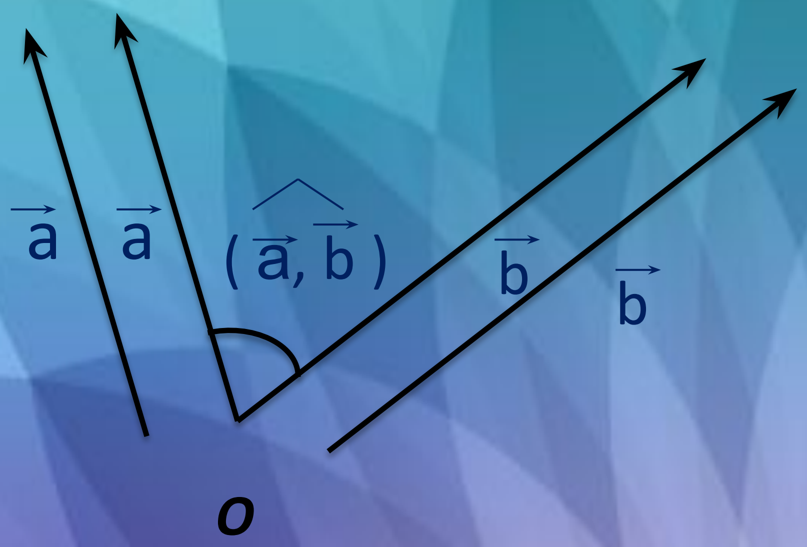
2. $(\alpha+\beta)\bar{a}=\bar{a}\alpha+\beta\bar{a}$ (1 распределительный закон) ;

3. $\alpha(a+b)=\alpha a+\alpha b$ (2 распределительный закон) .

Угол между векторами. Скалярное произведение векторов

1) *Углом между векторами* $\overrightarrow{AB}$ *и* $\overrightarrow{AC}$ *называется* **угол BAC** *. Углом между ненулевыми векторами* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *называется угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.*

Угол между векторами $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *обозначают через* **(a,^ b)**



2) **Скалярным произведением** *двух векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними , т. е. скалярное произведение векторов равно числу* $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$.

3) **Свойства скалярного произведения :**

1. *Для любых векторов* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *верно равенство:*

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} .$$

2. *Для любых векторов* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *и любого действительного числа* α *верно равенство:*

$$(\alpha \vec{a}) \cdot \vec{b} = \alpha (\vec{a} \cdot \vec{b}) .$$

3. *Для любых векторов* $\vec{a}$, $\vec{b}$ *и* $\vec{c}$ *верно равенство:*

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} .$$

4) *Векторы являются перпендикулярными , если их скалярное произведение равно нулю.*

Координаты вектора

1) ***Теорема о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам:***

Если ненулевые векторы **a** *и* **b** *не коллинеарны , то для любого вектора* ***c*** *найдутся числа* ***x*** *и* ***y*** *такие, что выполняется равенство:*

c = x a + y b ,

причём коэффициенты разложения ***x*** *и* ***y*** *определяются единственным образом.*

Доказательство. *На плоскости отложим от точки* ***O*** *векторы* ***a*** *,* ***b*** *и* ***c*** *. Концы полученных векторов соответственно обозначим через* ***A, B*** *и* ***C****. Тогда, по теореме о разложении вектора на составляющие по двум пересекающимся прямым, вдоль прямых* ***OA*** *и* ***OB*** *найдутся единственные векторы* ***OA′*** *и* ***OB′*** *такие, что* ***OC=OA′+OB′.***

Так как вектор ***OA││OA′*** *и* ***OB││OB′*** *, то по теореме о коллинеарных векторах существуют единственные действительные числа* ***x*** *и* ***y****, что* ***OA′=x · OA= xa*** *и вектор* ***OB′ =y ·OB=y ·b****. Поэтому из равенства* ***OC=OA′+OB′*** *следует единственное представление вида* ***c=OC=xa+yb****. Теорема доказана.*

2) **Базисные векторы** - выбранные на плоскости два неколлинеарных вектора, по которым производится разложение заданного вектора.

3) Любые два неколлинеарных вектора можно принять в качестве базисных векторов и любой вектор этой плоскости однозначно разлагается по этим базисным векторам. В доказанной теореме $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – базисные векторы. А действительные числа **x** и **y** называются **координатами вектора** $\vec{c}$ в базисе $\vec{a}$, $\vec{b}$.

4) **Свойства координат вектора :**

1. У равных векторов соответствующие координаты равны : если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и $\vec{a} = \vec{b}$, то $x = u$, $y = v$.

Обратно, векторы , у которых соответствующие координаты между собой : если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и $x = u$, $y = v$, то $\vec{a} = \vec{b}$.

2. При сложении векторов складываются их соответствующие координаты: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$, то $\vec{a} + \vec{b} = (x + u ; y + v)$.

3. При умножении вектора на число его координаты умножаются на это же число. если $\vec{a} = (x; y)$ и λ – число , то $\lambda \cdot \vec{a}$

Различные способы задания прямой в прямоугольной системе координат

1) **Направляющий вектор прямой** - *это любой ненулевой вектор, лежащий на данной прямой или на параллельной ей прямой.*

2) *Уравнение прямой, проходящий через две заданные точки:*

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

3) **Вектор нормали** - *это вектор, который перпендикулярен данной плоскости .*

Уравнение прямой по точке и вектору нормали :

$$a (x - x_0) + b (y - y_0) = 0$$

4) *Формула, определяющая угол между прямыми:*

5) *Формула, определяющая расстояние от точки до прямой :*

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Спасибо за внимание!