

Домашнее задание 10

тема: «Закон больших чисел»



Погнал

**Выполнила 2
микрогруппа:**
Борисова Евгения
Малкова Ольга
Лосева Регина
Андаев Денис
Купров Максим

Сложность: 3

Условие задачи

«Страхование»

- Опыт работы страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый пятый договор.
- Оцените с помощью *неравенства Чебышёва* необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,2 не более чем на 0,01 (по абсолютной величине).
- Уточните ответ с помощью следствия из интегральной теоремы Муавра-Лапласа.



Математическая модель

Испытание: *выбрать наугад*

Элементарные исходы: *страховой\не страховой случай*

Случайная величина: *X – количество договоров*

СПРАВКА

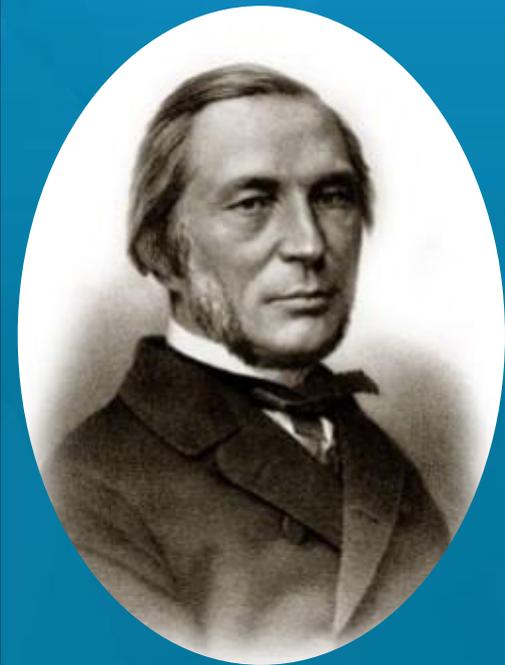
Неравенство Чебышёва

$$P(|X - M(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

X – случайная величина

D(X) – дисперсия

ε - произвольное положительное число



СПРАВКА

Неравенство Чебышёва

$$P(|X - M(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

$p = 0,2$ – отклонение

$P = 0,9$ – исходная вероятность

$\varepsilon = 0,01$

X имеет биномиальное распределение с параметрами

$p = 0,2$ и n

Подставляем исходные значения в неравенство Чебышева:

$$P(|X - np| < \varepsilon_1) \geq 1 - \frac{np(1-p)}{\varepsilon_1^2} \quad | : n$$

$$P\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| < \frac{\varepsilon_1}{n}\right) \geq 1 - \frac{np(1-p)}{\varepsilon_1^2}$$

$$\frac{\varepsilon_1}{n} = \varepsilon \rightarrow \varepsilon_1 = n\varepsilon$$

Используем замену:

$$P\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{np(1-p)}{(n\varepsilon)^2}$$



Таким

образом

$$1 - \frac{np(1-p)}{(n\varepsilon)^2} = P_0 = 0,9$$

$$\frac{np(1-p)}{(n\varepsilon)^2} = 1 - 0,9 = 0,1$$

$$\frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2} = 0,1$$

СПРАВКА

Неравенство Чебышёва

$$P(|X - M(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

Находим

$$n: \quad n = \frac{p(1-p)}{0,1 \cdot \varepsilon^2} = \frac{0,2 \cdot 0,8}{0,1 \cdot 0,01^2} = 16000$$

- необходимое количество договоров, которые следует заключить



Продолжаем

По следствию из интегральной теоремы Муавра-Лапласа:

$$2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}}\right) \geq P_0$$

$$\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}}\right) \geq \frac{P_0}{2}$$

$$\varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}} \geq \Phi^{-1}\left(\frac{P_0}{2}\right)$$

$$\frac{n}{p(1-p)} \geq \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \left(\Phi^{-1}\left(\frac{P_0}{2}\right)\right)^2$$

$$n \geq \frac{p(1-p)}{\varepsilon^2} \cdot \left(\Phi^{-1}\left(\frac{P_0}{2}\right)\right)^2 =$$

$$= \frac{0,2 \cdot 0,8}{0,01^2} \cdot \left(\Phi^{-1}\left(\frac{0,9}{2}\right)\right)^2 =$$

$$= 1600 \cdot \left(\Phi^{-1}(0,45)\right)^2 \approx$$

$$\approx \underline{\underline{1600 \cdot 1,65^2 = 4330}}$$

Ответ

- **16000** - необходимое количество договоров, которые след
утве
не б
- **4330**
тео

о было
от 0,2

ой

Спасибо за
внимание!

