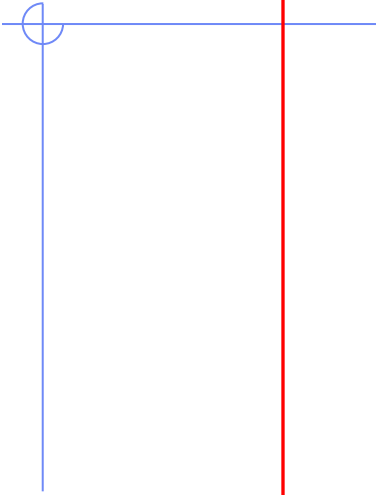
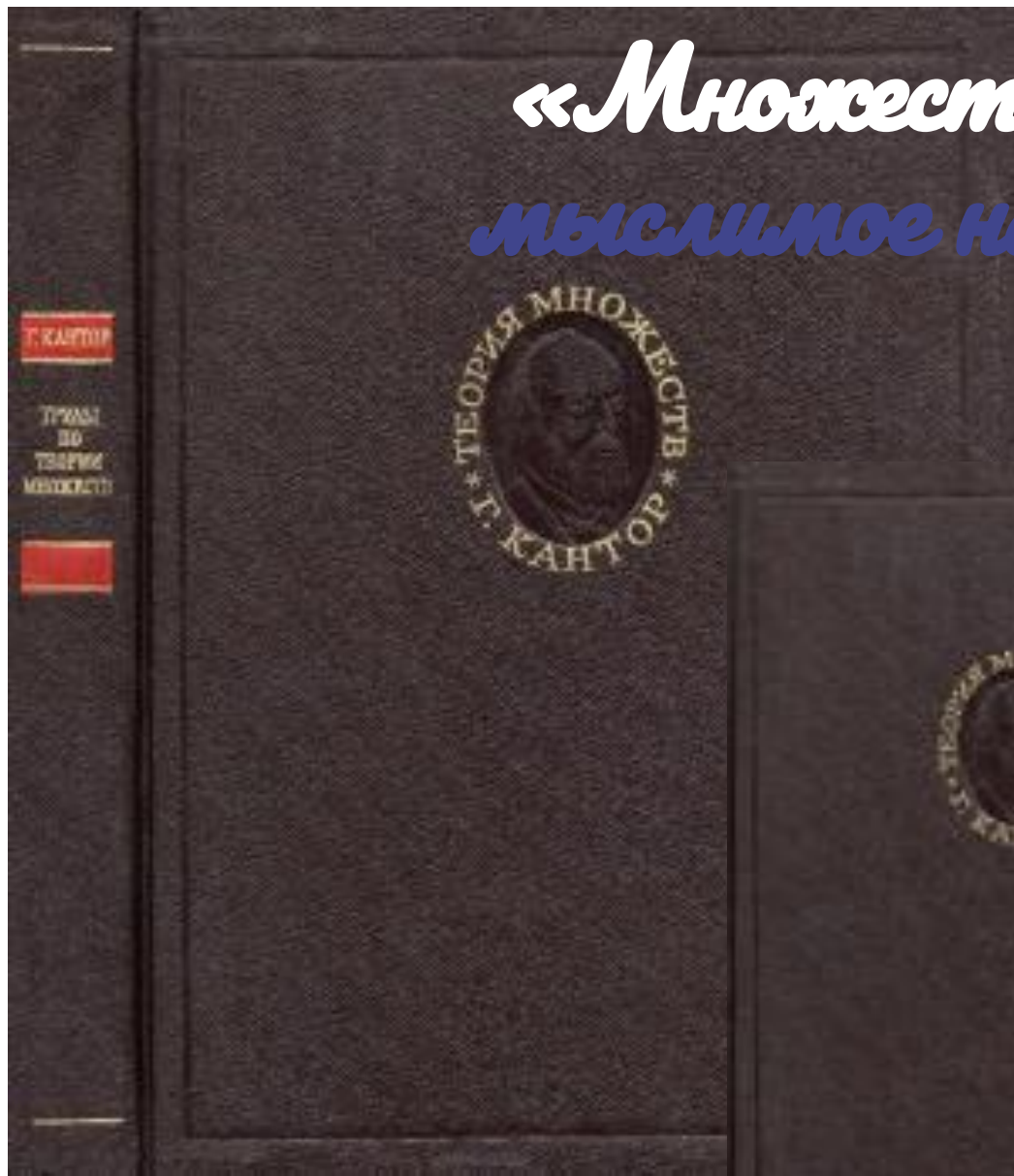


*Множества.
Операции над множествами.*



*«Множества
мыслимое нами как единое»
(Георг Кантор)*





Georg Cantor

КАНТОР (Cantor) Георг (1845—1918) -

*немецкий математик,
логик, теолог, создатель
теории трансфинитных
(бесконечных) множеств,
оказавшей определяющее
влияние на развитие
математических наук на
рубеже 19—20 вв.*



Georg Cantor

Теория множеств появилась на свет *7 декабря 1873 года*.

Кантора заинтересовал вопрос, *каких чисел больше – натуральных или действительных?*

В одном из писем адресованных к своему приятелю Рихарду Дедекинду, Кантор писал, что ему удалось доказать посредством множеств, что действительных чисел больше, чем натуральных. День, которым было датировано это письмо, математики считают днем рождения теории множеств.

Множество -
одно из
основных
понятий
современной
математики,
используемое
почти во всех её
разделах.

К сожалению,
основному
понятию теории
– понятию
множества –
нельзя дать
строгого
определения.

Множества
принято
обозначать
прописными
буквами
латинского
алфавита: А, В,
С... Z.

Понятие
множества
поясняется при
помощи при-
меров: множество
книг на полке,
множество точек
на прямой (то-
чечное множество)
и т. д.

Можно сказать, что
множество – это
«совокупность»,
«собрание»,
«ансамбль»,
«коллекция»,
«семейство»,
«система»,
«класс» и т. д.

Обозначения некоторых числовых

множеств:

\mathbb{N} – множество натуральных чисел;

\mathbb{Z} – множество целых чисел;

\mathbb{Q} – множество рациональных чисел;

\mathbb{I} – множество иррациональных чисел;

\mathbb{R} – множество действительных чисел.

Объекты, из которых образовано множество, называются элементами.

Если элемент x принадлежит множеству M , то записывают $x \in M$, если не принадлежит – $x \notin M$.

Элементы множества принято обозначать строчными буквами латинского алфавита: a, b, c, \dots, z .

Если множество не содержит ни одного элемента, оно называется пустым и обозначается \emptyset или 0 .

Множество
можно
задать...

Перечислив все его
элементы

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $B = \{\text{Маша, Даша, Саша}\}$

Указав
характеристическое
СВОЙСТВО его элементов

Множество
ЧЁТНЫХ чисел:
свойство, которым
обладает каждый
элемент данного
множества, -
«ДЕЛИТСЯ НА 2».

Понятие множества

Словесное описание множества	Поэлементное описание множества	Задание множества перечислением его элементов
Цифры десятичной с-мы	0;1;2;3;4;5;6;7;8;9.	$\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$
Корни уравнения $x^2 + 10x = 39$	3;-13	$\{-13;3\}$
Президенты России	Ельцин Путин и Медведев	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ельцин; Путин;} \\ \text{Медведев.} \end{array} \right\}$

Виды множеств

Равные множества

$\{А, Е, Ё, И, О, У, Ы, Э, Ю, Я\} = \{Э, Е, А, Ё, Я, О, Ы, И, У, Ю\}$

Конечные множества

$A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13\};$
 $\{x \mid 5 < x < 12\}$

Бесконечные множества

$\{1; 4; 9; 16; 25; \dots\}; \{10; 20; 30; 40; 50; \dots\};$

Пустое множество обозначается символом \emptyset

Множества

Задание 1

- 1) Задайте множество цифр, с помощью которых записывается число:
а) 3254; б) 8797; в) 11000; г) 555555.
- 2) Задайте множество A описанием:
а) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$; б) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$;
в) $A = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$;
г) $A = \{0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; \dots\}$;
д) $A = \{1/2, 2/3, 3/4, 4/5, \dots\}$.
- 3) Задание с выбором ответа. Даны множества: $M = \{5,4,6\}$,
 $P = \{4,5,6\}$, $T = \{5,6,7\}$, $S = \{4, 6\}$.
Какое из утверждений неверно?
а) $M = P$. б) $P \neq S$. в) $M \neq T$. г) $P = T$.

Стандартные обозначения

$x \in A$

\in - знак принадлежности.

«элемент x принадлежит множеству A »;

« x – элемент множества A ».

$5 \in \mathbb{N}$

«5 – число натуральное».

Наряду со знаком принадлежит используют и его

«отрицание» - знак \notin .

$x \notin A$

«элемент x не принадлежит множеству A ».

$0 \notin \mathbb{N}$

«нуль не натуральное число»

Стандартные обозначения

Задание 2

1. Запишите на символическом языке следующее утверждение:

а) число 10 – натуральное;

б) число – 7 не является натуральным;

в) число – 100 является целым;

г) число 2,5 – не целое.

2. Верно ли, что:

а) $-5 \in \mathbb{N}$; б) $-5 \in \mathbb{Z}$; в) $2,(45) \in \mathbb{Q}$?

3. Верно ли, что:

а) $0,7 \in \{x \mid x^2 - 1 < 0\}$; б) $-7 \in \{x \mid x^2 + 16x \leq -64\}$?

Понятие множества таит в себе
опасность появления
противоречий или, как ещё
говорят, парадоксов.

Появление парадоксов связано
с тем, что далеко не всякие
конструкции и не всякие
множества можно
рассматривать.

- Одному солдату было приказано брить тех и только тех солдат его взвода, которые сами себя не бреют.

- *Неисполнение приказа в армии, как известно, тяжчайшее преступление.*

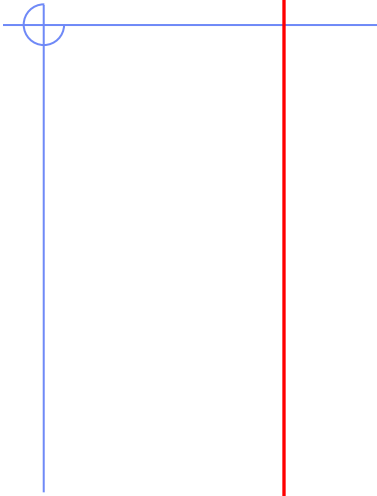
- *Однако возник вопрос, брить ли этому солдату самого себя.*

Если он побреется, то его следует отнести к множеству солдат, которые сами себя бреют, а таких брить он не имеет права. Если же он себя брить не будет, то попадёт во множество солдат, которые сами себя не бреют, а таких солдат согласно приказу он обязан брить.

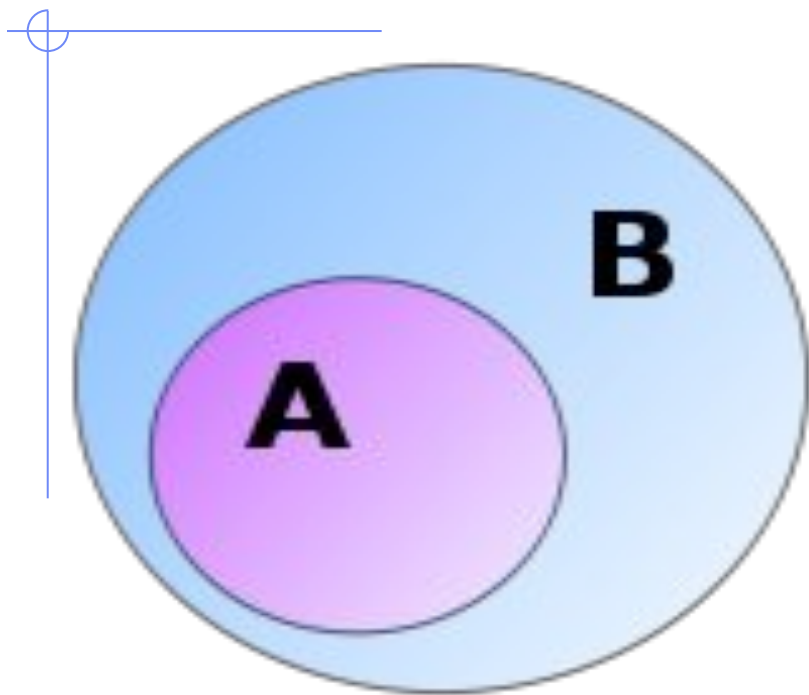


*«Парадокс
брадобрея»*

Подмножества.



Подмножество



Если каждый элемент множества A , является элементом множества B , то множество A называют подмножеством множества B .

$$A \subset B$$

№ 1

Какое множество задано путем перечисления его элементов?

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

№ 2

Задайте множество лошадей, пасущихся,
на Луне.

№3

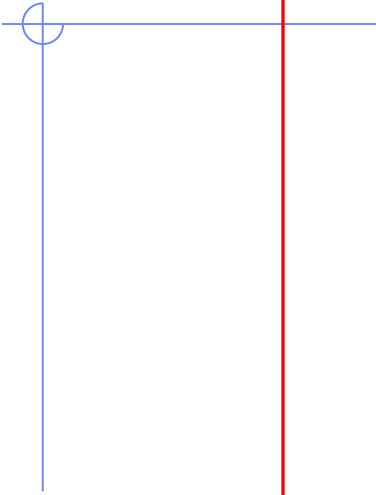
Составьте не менее семи слов, буквы которых образуют подмножества множества

$A = \{к, а, р, у, с, е, л, ь\}$.

1. Ус
2. Ель
3. Рука
4. Русь
5. Руль
6. Лак
7. Лес

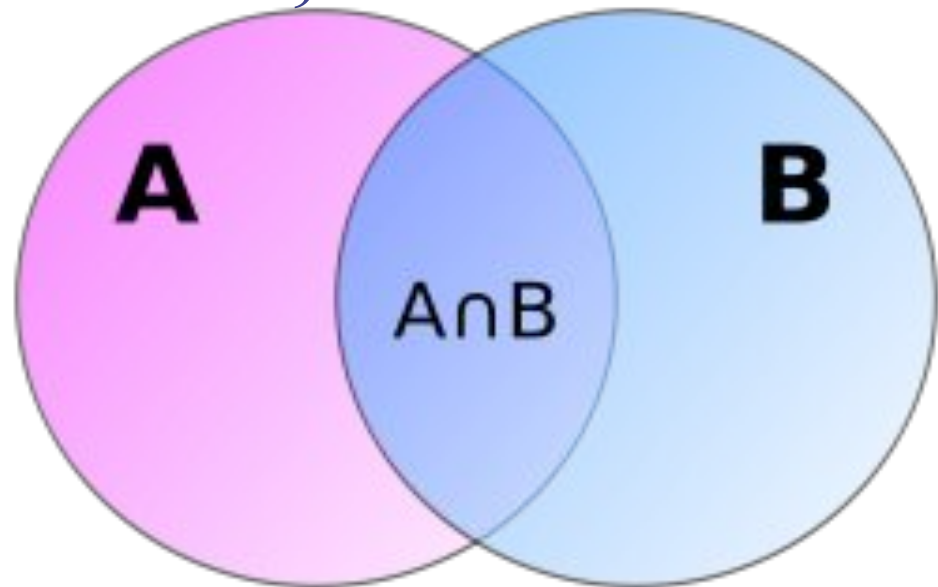


*Множества.
Операции над множествами.*



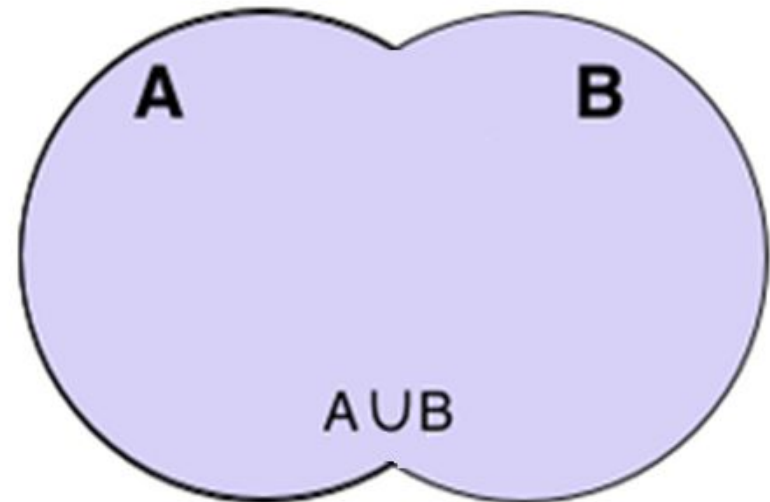
1. Пересечением двух множеств A и B называется множество $A \cap B$, которое состоит из всех элементов, лежащих одновременно в множестве A и в множестве B .

2. $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$



Объединением двух множеств A и B называется множество $A \cup B$, которое состоит из всех элементов, принадлежащих A или B .

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}.$$



№ 1

Даны множества

$$A = \{3; 5; 0; 11; 12; 19\},$$

$$B = \{2; 4; 8; 12; 18; 0\}.$$

Найдите множества $A \cup B$, $A \cap B$

№ 2

В классе 30 человек, каждый из которых поёт или танцует. Известно, что поют 17 человек, а танцевать умеют 19 человек. Сколько человек поёт и танцует одновременно?

Решение

Сначала заметим, что из 30 человек не умеют петь $30 - 17 = 13$ человек. Все они умеют танцевать, т.к. по условию каждый ученик класса поёт или танцует. Всего умеют танцевать 19 человек, из них 13 не умеют петь, значит, танцевать и петь одновременно умеют $19 - 13 = 6$ человек.

№ 7.

Изобразите с помощью кругов Эйлера
пересечение множеств

К и М, если:

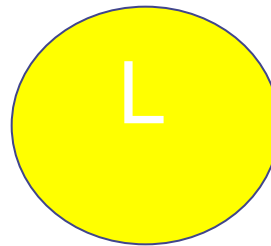
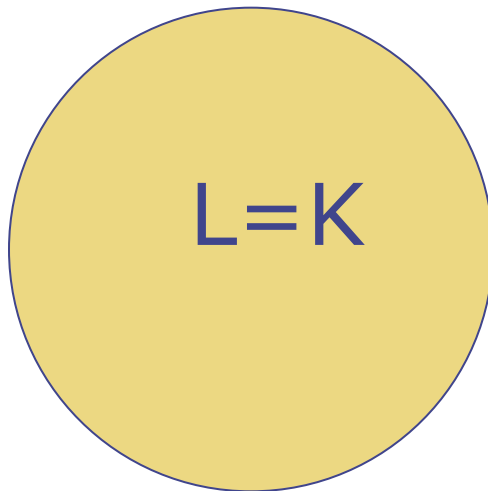
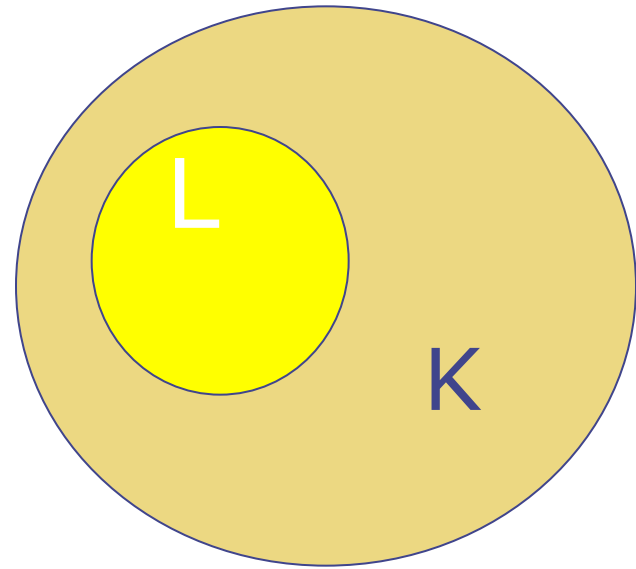
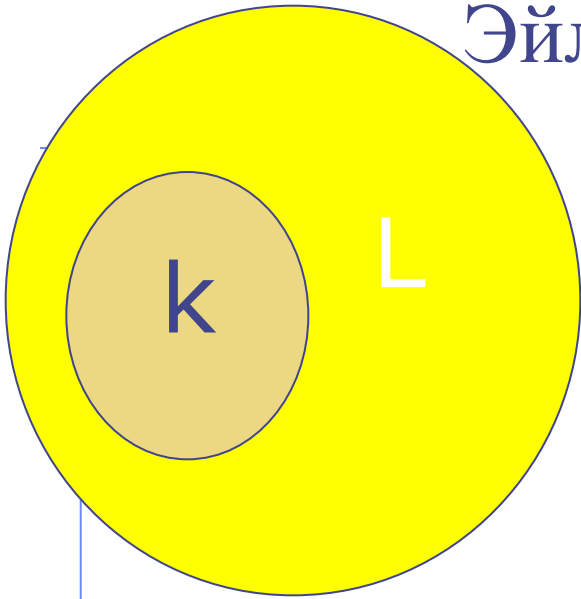
а) $K \subset L$

б) $L \subset K$

в) $K = L$

г) $K \cap L = \emptyset$

Решение задачи с помощью кругов Эйлера.



№6

На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 - немецкий язык, а 23 - оба языка. Сколько человек в фирме не знают ни английского, ни немецкого языков?

Решение.

$n(A) = 47$ – знают английский язык

$n(B) = 35$ – знают немецкий язык

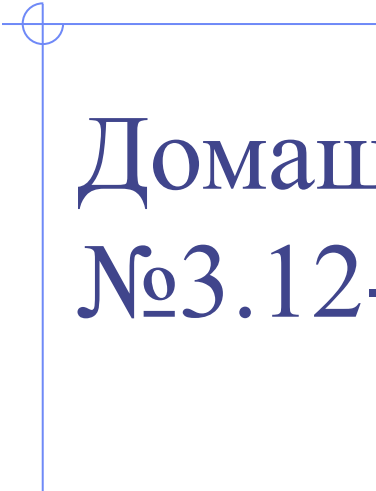
$n(C) = x$ – не знают ни английский, ни немецкий язык

$n(A \cap B) = 23$ – знают английский и немецкий языки

$n(A \cap B \cap C) = 67$ – работники фирмы

$$67 = 47 + 35 - 23 + x \quad x = 8$$

Ответ: 8 человек не знают ни английский, ни немецкий язык.



Домашнее задание: п 3
№3.12-14 (а;б) 3.21.