

МАТЕМАТИКА.

ЛЕКЦИЯ №5

Дроби 2

Доказательство основного свойства дроби

- Формулировка этого свойства гласит, что *если обе части дроби умножить или разделить на одно и тоже число, то величина дроби не изменится*. Рассмотрим доказательство:

$$\frac{a}{b} = \frac{\alpha k}{\beta k} = \frac{\alpha k}{\beta} : k = \left(\frac{\alpha}{\beta} \times k \right) \times \frac{1}{k} = \frac{\alpha}{\beta} \times \left(k \times \frac{1}{k} \right) = \frac{\alpha}{\beta} \quad \blacksquare$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\alpha : k}{\beta : k} = (\alpha : k) : (\beta : k) = \frac{\alpha}{k} : \frac{\beta}{k} = \frac{\alpha}{k} \times \frac{k}{\beta} = \frac{\alpha \times k}{\beta \times k} = \frac{\alpha k}{\beta k} = \frac{\alpha}{\beta} \quad \blacksquare$$

- Заметим, что задача о делении числителя и знаменателя на число сводится к умножению делителя и знаменателя на число

Сложение дробей с разными знаменателями

- А ведь основное свойство дроби приводит практически к неограниченным возможностям (ну разве что умножать на 0 не стоит)! В частности, теперь разные знаменатели можно привести к одному, так называемому общему знаменателю или ОЗ. А числитель и знаменатель умножить на число, которое получается при делении ОЗ на знаменатель.
- Ясно, что ОЗ должен делиться и на знаменатели всех дробей (иначе придётся помучиться с дробью в дроби). Тогда НОЗ (наименьший общий знаменатель) будет равен НОКу знаменателей. Другой вариант – $ОЗ = \text{знаменатель №1} * \text{знаменатель №2}$. Этот ОЗ легче найти, но иногда он может быть... мягко сказать, огромный.
- А вот и формулы:

Внимание! Никакой бесконечной лестницы не получится, так как a, b, c, d – это числа, а НОК ($b; d$) тоже можно посчитать.

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{c}{d} &= \frac{a \times \frac{\alpha}{b}}{\alpha} + \frac{c \times \frac{\alpha}{d}}{\alpha}, \text{ где } \alpha = \text{НОК}(b|d). \quad \frac{a \times \frac{\alpha}{b}}{\alpha} + \frac{c \times \frac{\alpha}{d}}{\alpha} = \\ &= \frac{a \times \frac{\alpha}{b} + c \times \frac{\alpha}{d}}{\alpha}. \text{ Пусть } a \times \frac{\alpha}{b} = a, c \times \frac{\alpha}{d} = \\ &= б. \text{ Тогда } \frac{a \times \frac{\alpha}{b} + c \times \frac{\alpha}{d}}{\alpha} = \frac{a + б}{\alpha} \end{aligned}$$

Как решать длинные цепочки???

- Для начала нужно определить, с чем работаешь. В подавляющем количестве случаев нужно сначала привести к одной ГРАНД-ДРОБИ, которая будет произведением и суммой всех дробей.
- Главный совет: если не работаешь с выражением в числителе (то есть сейчас нужно умножить дроби, а сам числитель только мешает), то можно его заменить какой-нибудь буквой. Пример:

$$\begin{aligned} \frac{a+3b}{2ac+6bc} \times \frac{c}{2} &= \frac{n}{m} \times \frac{c}{2} = \frac{nc}{2m} = \frac{(a+3b)c}{2(2ac+6bc)} = \frac{(a+3b)c}{2 \times 2 \times c(a+3b)} \\ &= \frac{dc}{4cd} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

- Но главное – практика.