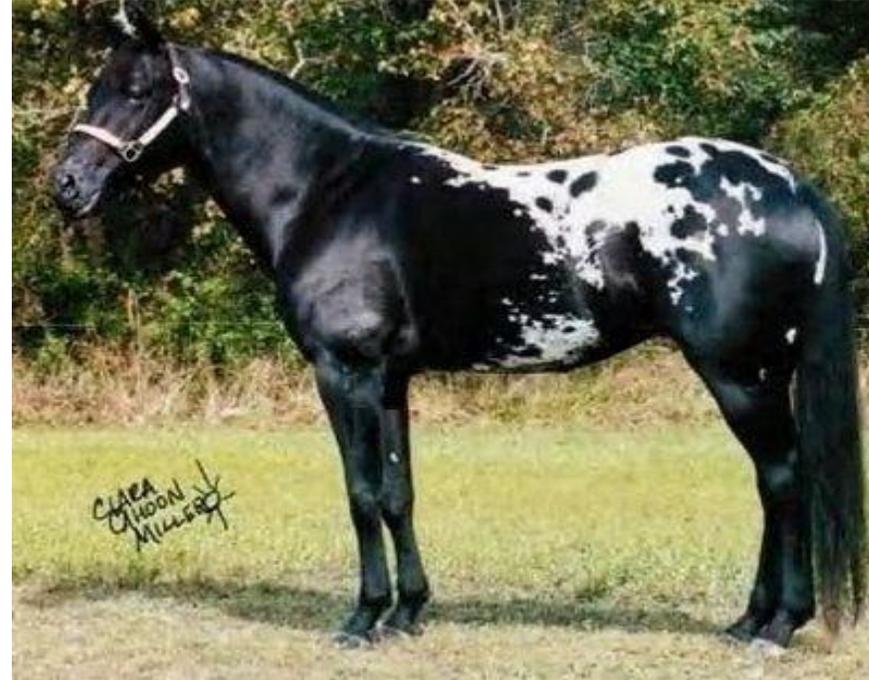


# Нечеткая логика

## "Fuzzy Logic"



$C = \{0,04/\text{молоко}; 0,15/\text{творог}; 0,25/\text{сливки}; 0,35/\text{сыр}; 0,40/\text{сметана};$   
 $0,78/\text{масло}; 0,98/\text{топленое масло}\}$

$\mu_c(x).$

- ▶ Нечетким множеством  $C$  в  $X$  называется совокупность пар вида  $(x, \mu_C(x))$ , где  $x \in C$ , а  $\mu_C(x)$  - функция принадлежности, определенная на интервале  $[0, 1]$ .

# Примеры записи нечеткого множества

Пусть  $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ ,  $M = [0, 1]$ ;  $A$  - нечеткое множество, для которого  $\mu_A(x_1)=0,3$ ;  $\mu_A(x_2)=0$ ;  $\mu_A(x_3)=1$ ;  $\mu_A(x_4)=0,5$ ;  $\mu_A(x_5)=0,9$ .

Тогда  $A$  можно представить в виде:  $A = \{0,3/x_1; 0/x_2; 1/x_3; 0,5/x_4; 0,9/x_5\}$   
или

▶  $A = 0,3/x_1 + 0/x_2 + 1/x_3 + 0,5/x_4 + 0,9/x_5,$

▶  $A =$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0,3	0	1	0,5	0,9

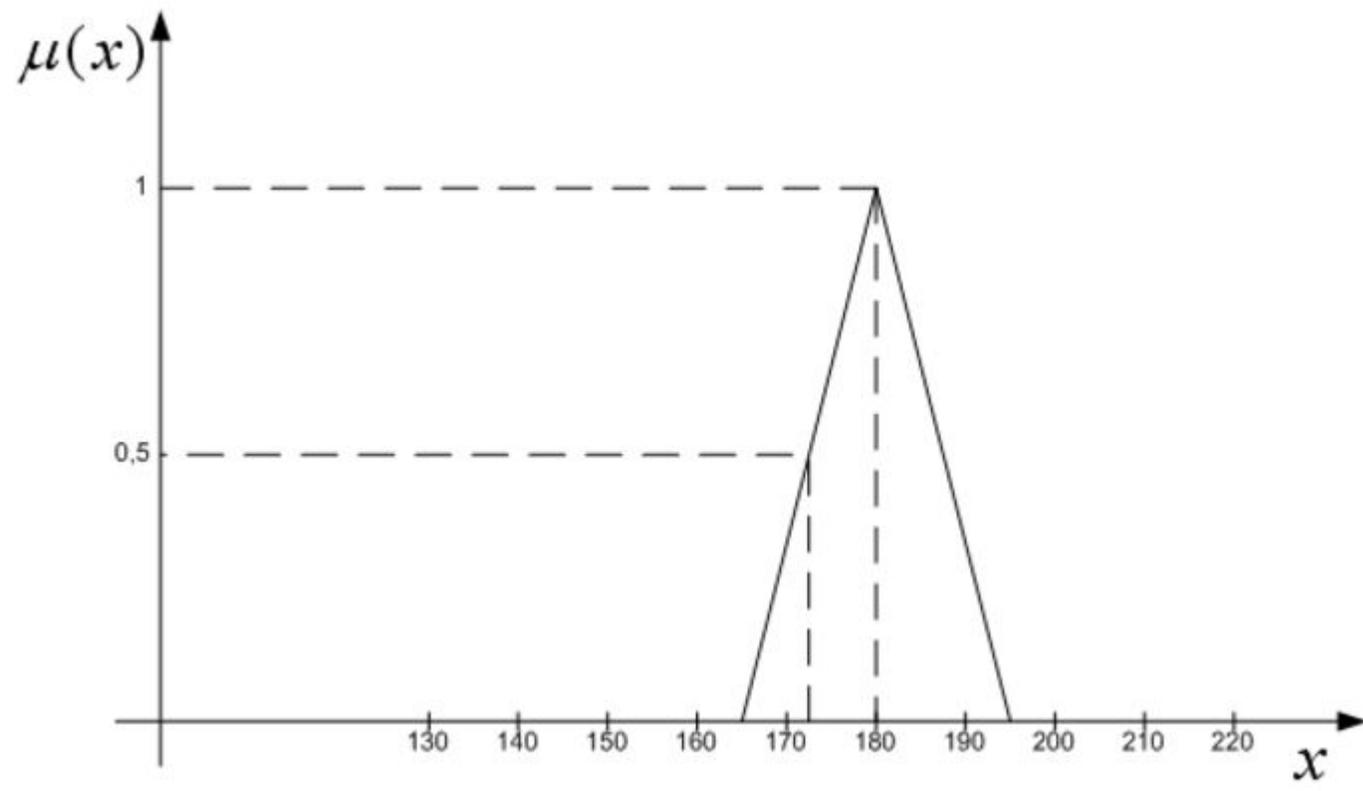
		0	1
$x_1$	высота лба	низкий	широкий
$x_2$	профиль носа	курносый	горбатый
$x_3$	длина носа	короткий	длинный
$x_4$	разрез глаз	узкие	широкие
$x_5$	цвет глаз	светлые	темные
$x_6$	форма подбородка	остроконечный	квадратный
$x_7$	толщина губ	тонкие	толстые
$x_8$	цвет лица	темный	светлый
$x_9$	очертание лица	овальное	квадратное

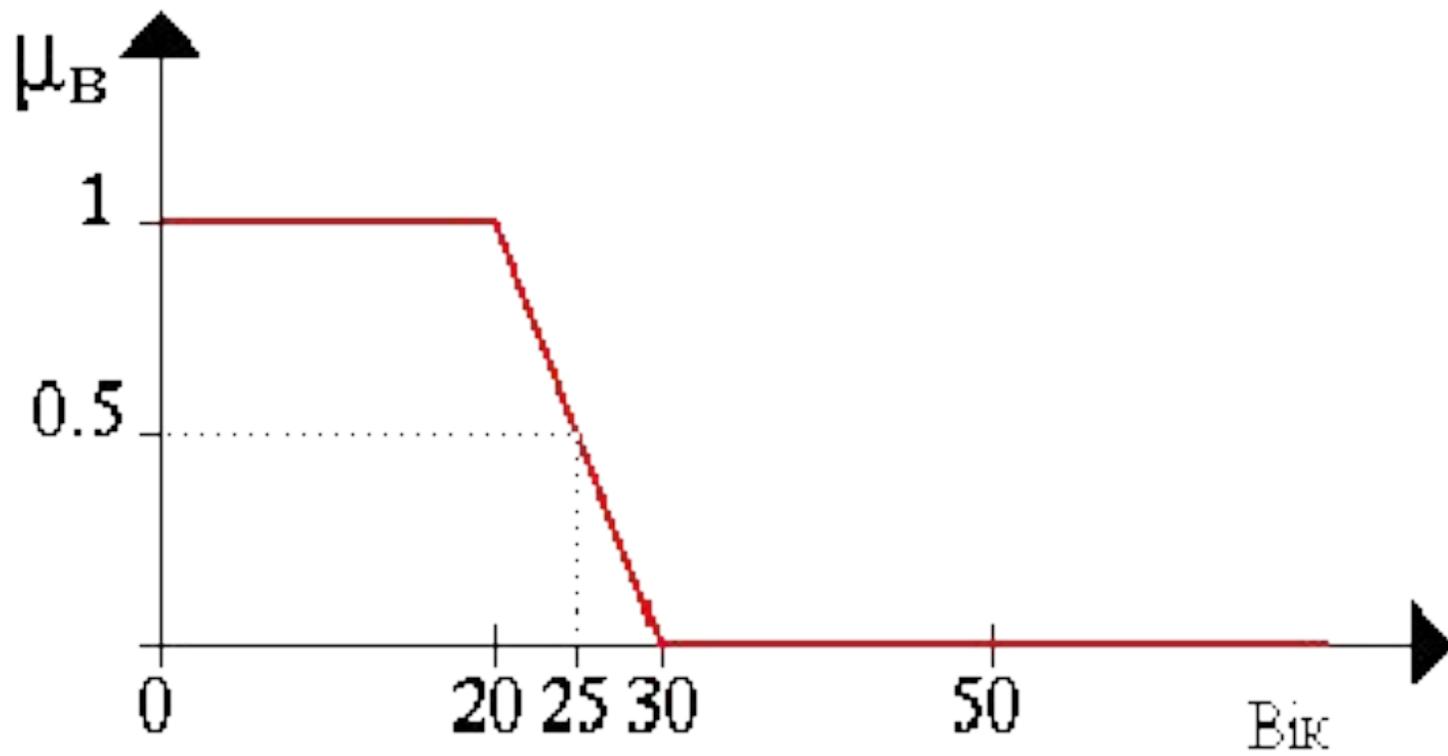
Рассмотрим нечеткое множество  $A$ , соответствующее понятию «расход теплоносителя небольшой».

Объект  $x$  - расход теплоносителя,  $x_0; x_{\max}$  - множество физически возможных значений скорости изменения температуры.

Эксперту предъявляются различные значения расхода теплоносителя  $x$  и задается вопрос: с какой степенью уверенности  $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$  эксперт считает, что данный расход теплоносителя  $x$  небольшой.

При  $\mu_A(x) = 0$  - эксперт абсолютно уверен, что расход теплоносителя  $x$  небольшой. При  $\mu_A(x) = 1$  - эксперт абсолютно уверен, что расход теплоносителя  $x$  нельзя классифицировать как небольшой.





# Примеры нечетких множеств

1. Пусть  $E = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$ ,  $M = [0, 1]$ . Нечеткое множество "несколько" можно определить таким образом:

$$\text{"несколько"} = 0,5/3 + 0,8/4 + 1/5 + 1/6 + 0,8/7 + 0,5/8;$$

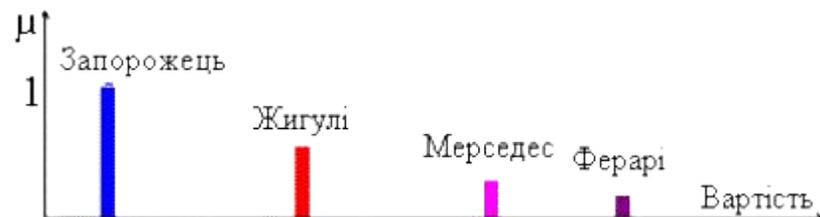
ее характеристики: высота = 1, носитель =  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , точки перехода -  $\{3, 8\}$ .

2. Пусть  $E = \{\text{Запорожец, Жигули, Мерседес, \dots}\}$  - множество марок автомобилей, а  $E' = [0, \mu]$  - универсальное множество "стоимость", тогда на  $E'$  мы можем определить нечеткие множества типа: "для небогатых", "для среднего класса", "престижные", с функциями принадлежности типа:



Имея эти функции и зная цены автомобилей из  $E$  в данный момент времени, определим на  $E'$  нечеткие множества с этими же названиями.

Так, например, нечеткое множество "для небогатых", заданное на универсальном множестве  $E = \{\text{Запорожец, Жигули, Мерседес, \dots}\}$  выглядит таким образом:



*Нечеткая переменная* характеризуется тройкой  $\langle \alpha, X, A \rangle$ , где

$\alpha$  - наименование переменной,

$X$  - универсальное множество (область определения  $\alpha$ ),

$A$  - нечеткое множество на  $X$ , описывающее ограничения (т.е.  $\mu_A(x)$ ) на значения нечеткой переменной  $\alpha$ .

*Лингвистической переменной* называется набор  $\langle V, T, G, M \rangle$ , где

$V$  - наименование лингвистической переменной;

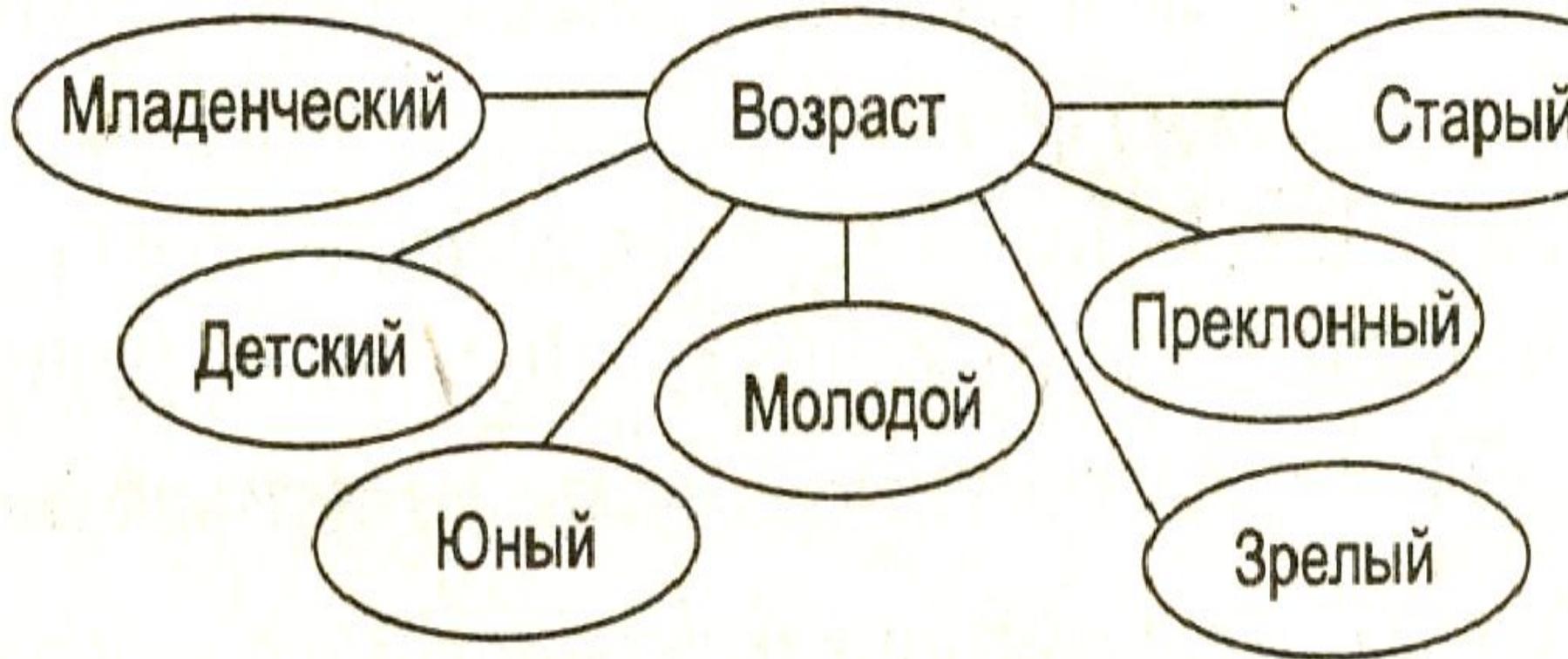
$T$  - множество ее значений (терм-множество), представляющих собой наименования нечетких переменных, областью определения каждой из которых является множество  $X$ .

Множество  $T$  называется базовым терм-множеством лингвистической переменной;

$G$  - синтаксическая процедура, позволяющая оперировать элементами терм-множества  $T$ , в частности, генерировать новые термы (значения). Множество  $T \cup G(T)$ , где  $G(T)$  - множество сгенерированных термов, называется расширенным терм-множеством лингвистической переменной;

$M$  - семантическая процедура, позволяющая превратить каждое новое значение лингвистической переменной, образуемое процедурой  $G$ , в нечеткую переменную, т.е. сформировать соответствующее нечеткое множество.

Лингвистическая переменная «возраст» и нечеткие множества,  
определяющие ее значения



# Формирование нечетких множеств

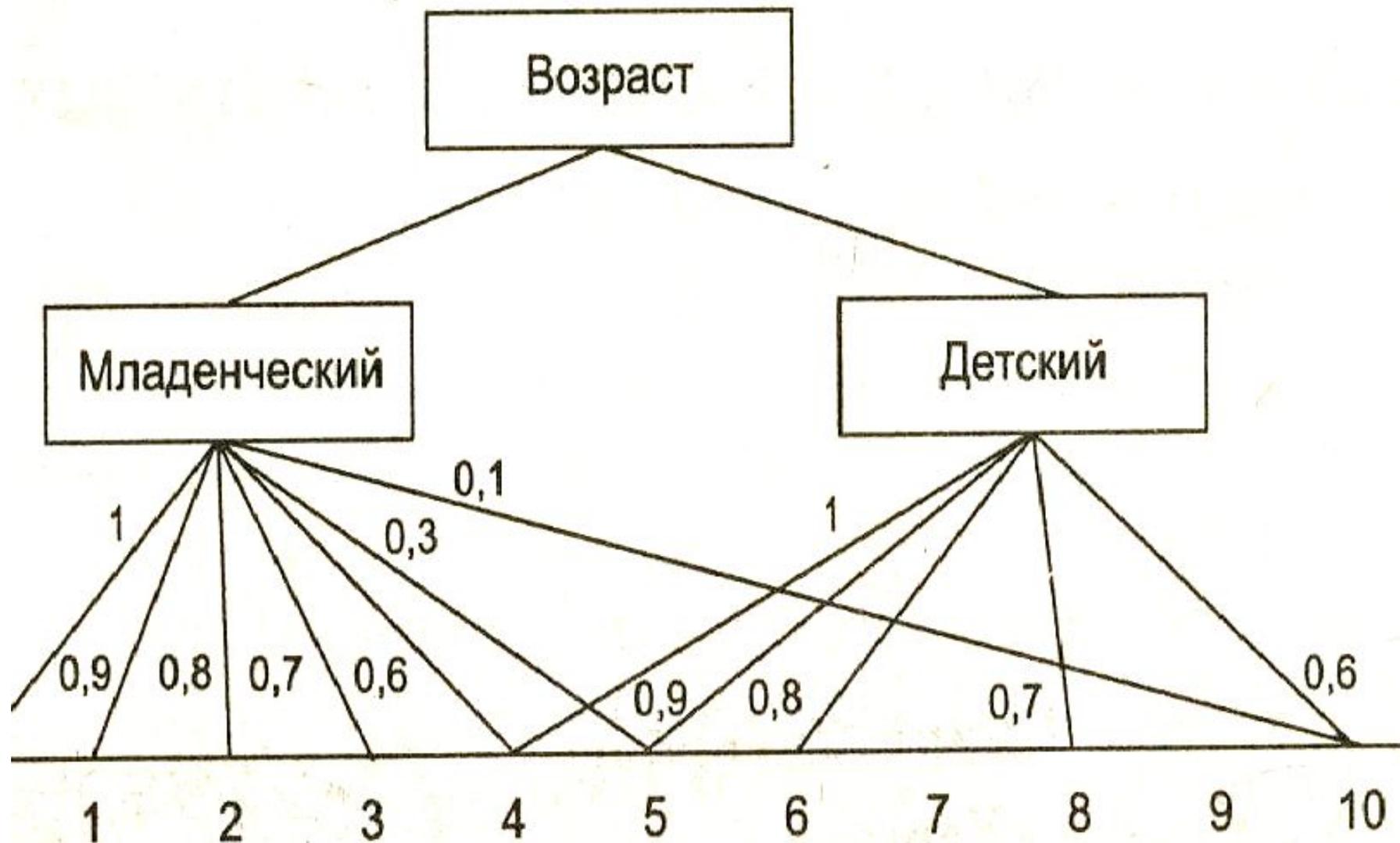
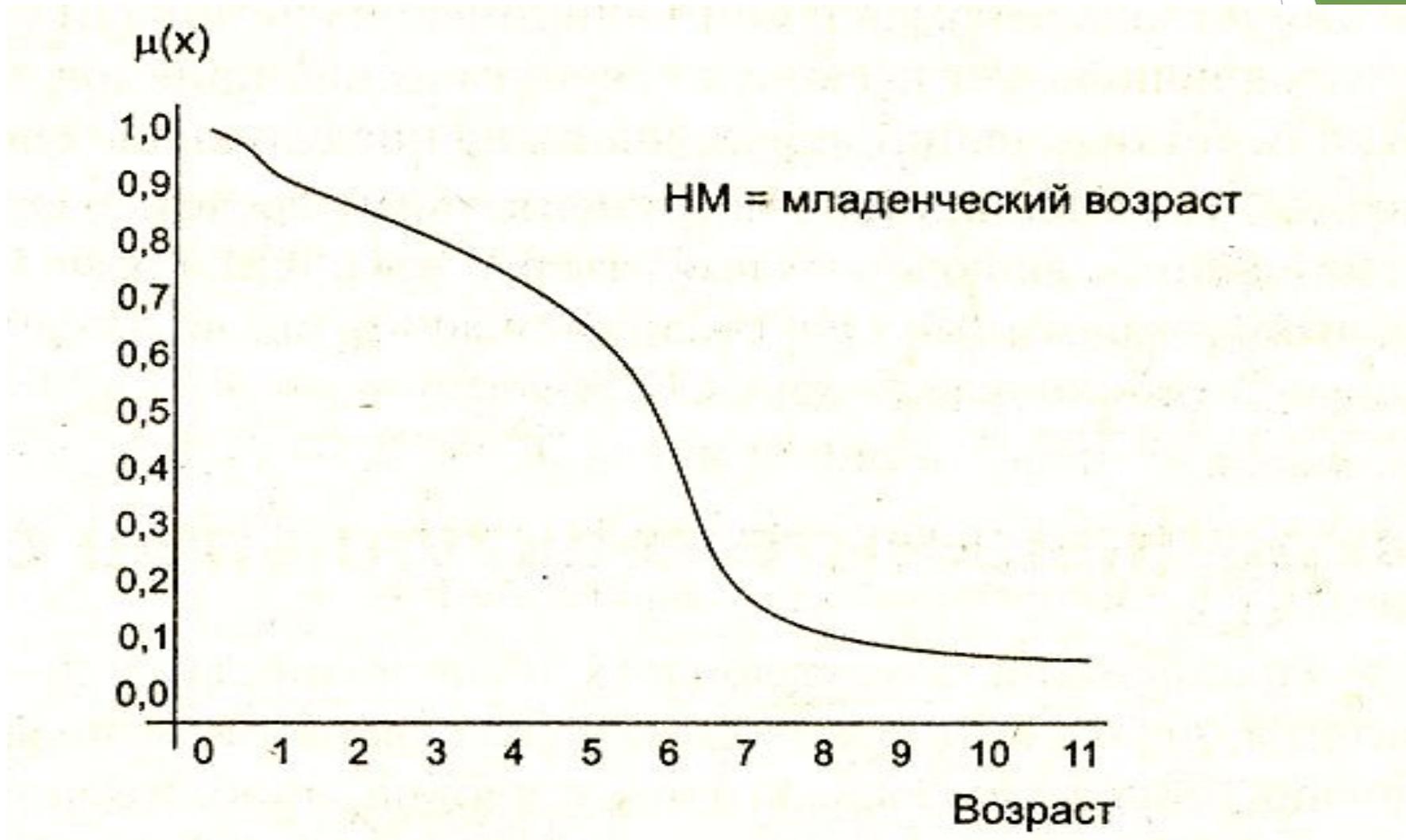


График функции принадлежности нечеткому множеству «младенческий возраст»



Пример: Пусть эксперт определяет толщину выпускаемого изделия с помощью понятий "малая толщина", "средняя толщина" и "большая толщина", при этом минимальная толщина равна 10 мм, а максимальная - 80 мм.

Формализация такого описания может быть проведена с помощью следующей лингвистической переменной  $\langle V, T, X, G, M \rangle$ , где

$V$  - толщина изделия;

$T$  - {"малая толщина", "средняя толщина", "большая толщина"};

$X$  - [10, 80];

$G$  - процедура образования новых термов с помощью связок "и", "или" и модификаторов типа "очень", "не", "слегка" и др. Например: "малая или средняя толщина", "очень малая толщина" и др.;

$M$  - процедура задания на  $X = [10, 80]$  нечетких подмножеств  $A_1$ ="малая толщина",  $A_2$  = "средняя толщина",  $A_3$ ="большая толщина", а также нечетких множеств для термов из  $G(T)$  в соответствии с правилами трансляции нечетких связок и модификаторов "и", "или", "не", "очень", "слегка" и др. операции над нечеткими множествами вида:  $A \subset B$ ,  $A \cap B$ ,  $\text{CON } A = A^2$ ,  $\text{DIL } A = A^{0,5}$  и др.

## Дистанция

		<b>Очень близко</b>	<b>Близко</b>	<b>Средне</b>	<b>Далеко</b>
Направ ление	Правый	Резко влево	Резко влево	влево	прямо
	Прямой	Резко влево	влево	влево	прямо
	Левый	Резко вправо	влево	вправо	прямо

# Преимущества нечетких систем

- ▶ возможность оперировать нечеткими входными данными: например, непрерывно изменяющиеся во времени значения (динамические задачи), значения, которые невозможно задать однозначно (результаты статистических опросов, рекламные компании и т.д.);
- ▶ возможность нечеткой формализации критериев оценки и сравнения: оперирование критериями "большинство", "возможно", "преимущественно" и т.д.;
- ▶ возможность проведения качественных оценок как входных данных, так и выходных результатов: вы оперируете не только значениями данных, но и их степенью достоверности (не путать с вероятностью!) и ее распределением;
- ▶ возможность проведения быстрого моделирования сложных динамических систем и их сравнительный анализ с заданной степенью точности: оперируя принципами поведения системы, описанными fuzzy-методами, вы во-первых, не тратите много времени на выяснение точных значений переменных и составление описывающих уравнений, во-вторых, можете оценить разные варианты выходных значений.

# Применение нечетких систем

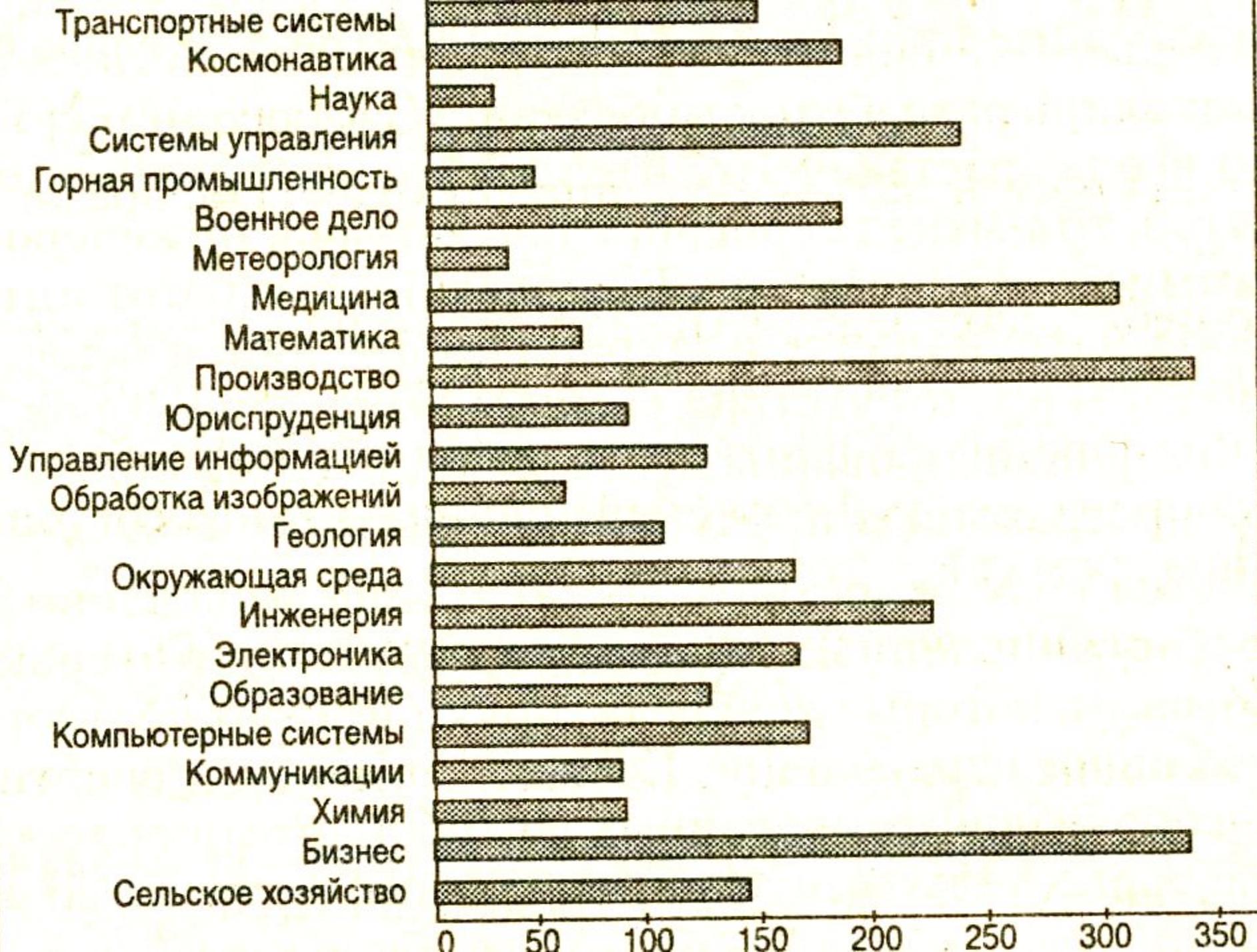
- ▶ CubiCalc 2.0 RTC - одна из мощных коммерческих экспертных систем на основе нечеткой логики, позволяющая создавать собственные прикладные экспертные системы ;
- ▶ CubiQuick - дешевая "университетская" версия пакета CubiCalc ;
- ▶ RuleMaker - программа автоматического извлечения нечетких правил из входных данных ;
- ▶ FuziCalc - электронная таблица с нечеткими полями, позволяющая делать быстрые оценки при неточных данных без накопления погрешности;
- ▶ OWL - пакет, содержащий исходные тексты всех известных видов нейронных сетей, нечеткой ассоциативной памяти и т.д.

## Использование нечеткого управления рекомендуется...

- ▶ для очень сложных процессов, когда не существует простой математической модели
- ▶ для нелинейных процессов высоких порядков
- ▶ если должна производиться обработка (лингвистически сформулированных) экспертных знаний

## Использование нечеткого управления не рекомендуется, если...

- ▶ приемлемый результат может быть получен с помощью общей теории управления
- ▶ уже существует формализованная и адекватная математическая модель
- ▶ проблема не разрешима



- ▶ Фотоаппараты и видеокамеры используют нечеткую логику, чтобы реализовать опыт фотографа в управлении этими устройствами. Например, компании Fisher и Sanyo производят нечеткие логические видеокамеры, в которых применяется нечеткая фокусировка и стабилизация изображения.
- ▶ Компания Matsushita выпускает стиральную машину, в которой используются датчики и микропроцессоры с нечеткими алгоритмами управления. Датчики определяют цвет и вид одежды, степень загрязнения, а нечеткий микропроцессор выбирает наиболее подходящую программу стирки из 600 доступных комбинаций температуры воды, количества стирального порошка и времени стирки.
- ▶ Компания Mitsubishi выпустила первый в мире автомобиль, где управление каждой системой основано на нечеткой логике. Эта же компания производит «нечеткий» кондиционер, который управляет изменением температуры и влажности в помещении согласно человеческому восприятию степени комфорта.
- ▶ Компания Nissan разработала «нечеткую» автоматическую трансмиссию и «нечеткую» противоскользкую тормозную систему и реализовала их в одном из своих автомобилей повышенной комфортности.

- ▶ Японский город Сендай имеет метрополитен с 16 станциями, который управляется нечетким компьютером. При этом нечеткий компьютер регулирует процессы ускорения и торможения поездов метро, делая на 70 % меньше ошибок, чем соответствующий человек-оператор.
- ▶ На фондовом рынке Токио используется несколько трейдерных систем, основанных на нечеткой логике, которые превосходят по скоростным и динамическим характеристикам традиционные информационные системы.
- ▶ В Японии имеются также «нечеткие» системы управления уличным движением, «нечеткие» тостеры, «нечеткие» рисовые печи, «нечеткие» пылесосы и многие другие бытовые технические устройства.

- ▶ Автоматическое управление воротами плотины на гидроэлектростанциях  
(*Tokio Electric Pow.*)
- ▶ Упрощенное управление роботами  
(*Hirota, Fuji Electric, Toshiba, Omron*)
- ▶ Наведение телекамер при трансляции спортивных событий  
(*Omron*)
- ▶ Замена экспертов при анализе работы биржи  
(*Yamaichi, Hitachi*)
- ▶ Предотвращение нежелательных температурных флуктуаций в системах кондиционирования воздуха  
(*Mitsubishi, Sharp*)
- ▶ Эффективное и стабильное управление автомобильными двигателями  
(*Nissan*)
- ▶ Управление экономичной скоростью автомобилей  
(*Nissan, Subaru*)

- ▶ Улучшение эффективности и оптимизация **промышленных систем управления**  
(*Apronix, Omron, Meiden, Sha, Micom, Mitsubishi, Nisshin-Denki, Oku-Electronics*)
- ▶ Позиционирование приводов в **производстве полупроводников wafer-steppers**  
(*Canon*)
- ▶ Оптимизированное планирование **автобусных расписаний**  
(*Toshiba, Nippon-System, Keihan-Express*)
- ▶ Системы архивации **документов**  
(*Mitsubishi Elec.*)
- ▶ Системы прогнозирования **землетрясений**  
(*Inst. of Seismology Bureau of Metrology, Japan*)
- ▶ **Медицина: диагностика рака**  
(*Kawasaki Medical School*)
- ▶ Сочетание методов нечеткой логики и **нейронных сетей**  
(*Matsushita*)
- ▶ Распознавание рукописных символов в **карманных компьютерах (записных книжках)**  
(*Sony*)

- ▶ Распознавание движения изображения в видеокамерах  
(*Canon, Minolta*)
- ▶ Автоматическое управление двигателем пылесосов с автоматическим определением типа поверхности и степени засоренности  
(*Matsushita*)
- ▶ Управление освещенностью в камкодерах  
(*Sanyo*)
- ▶ Компенсация вибраций в камкодерах  
(*Matsushita*)
- ▶ Однокнопочное управление стиральными машинами  
(*Matsushita, Hitachi*)
- ▶ Распознавание рукописных текстов, объектов, голоса  
(*CSK, Hitachi, Hosai Univ., Ricoh*)
- ▶ Вспомогательные средства полета вертолетов  
(*Sugeno*)
- ▶ Моделирование судебных процессов  
(*Meihi Gakuin Univ, Nagoy Univ.*)

- ▶ **САПР** производственных процессов  
(*Apronix, Harima, Ishikawajima-OC Engeneering*)
- ▶ Управление скоростью линий и температурой при **производстве стали**  
(*Kawasaki Steel, New-Nippon Steel, NKK*)
- ▶ Управление **метрополитенами** для повышения удобства вождения, точности остановки и экономии энергии  
(*Hitachi*)
- ▶ Оптимизация потребления бензина в **автомобилях**  
(*NOK, Nippon Denki Tools*)
- ▶ Повышение чувствительности и эффективности **управления лифтами**  
(*Fujitec, Hitachi, Toshiba*)
- ▶ Повышение безопасности **ядерных реакторов**  
(*Hitachi, Bernard, Nuclear Fuel div.*)

# Основные характеристики нечетких множеств

Пусть  $M = [0, 1]$  и  $A$  - нечеткое множество с элементами из универсального множества  $E$  и множеством принадлежностей  $M$ .

Величина  $\mu_A(x)$  называется *высотой* нечеткого множества  $A$ . Нечеткое множество  $A$  *нормально*, если его высота равна 1, т.е. верхняя граница его функции принадлежности равна 1 ( $\mu_A(x)=1$ ). При  $\mu_A(x) < 1$  нечеткое множество называется *субнормальным*.

Нечеткое множество *пусто*, если  $\mu_A(x)=0$ .

Нечеткое множество *унимодално*, если  $\mu_A(x)=1$  только на одном  $x$  из  $E$ .

Элементы  $x \in E$ , для которых  $\mu_A(x)=0,5$  называются *точками перехода* множества  $A$ .

1. Объединением нечетких множеств  $A$  и  $B$  называется нечеткое множество  $C$  с функцией принадлежности вида

$$\mu_C(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X$$

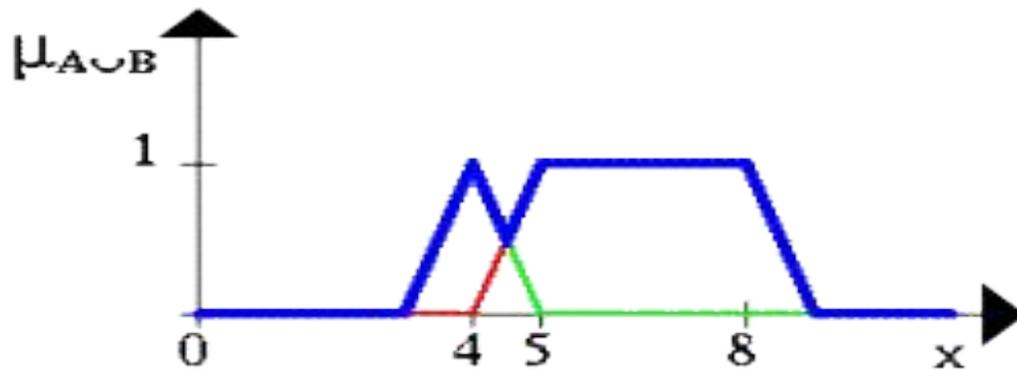
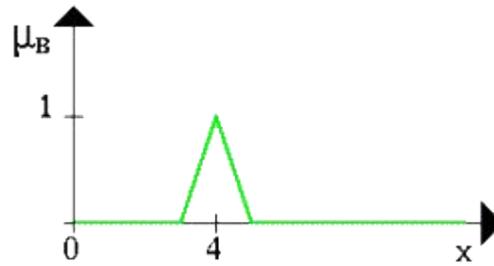
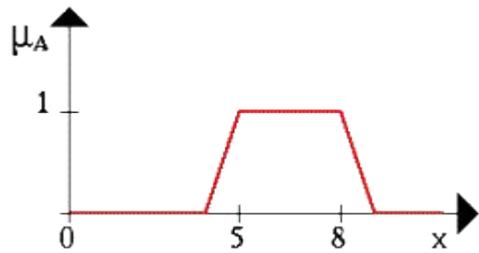
Объединение соответствует логической связке «ИЛИ»

Обозначается символом  $\cup$

$$\tilde{A} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0, 8), (x_4 | 1), (x_5 | 0, 6) \right\},$$

$$\tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0, 3), (x_2 | 0), (x_3 | 1), (x_4 | 0, 9), (x_5 | 0, 3) \right\}$$

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0, 3), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 1), (x_4 | 1), (x_5 | 0, 6) \right\},$$



Нечеткое множество  
*«**между 5 и 8 ИЛИ (OR) около 4**»*  
показано здесь

## 4. Пересечение

Пересечением нечетких множеств  $A$  и  $B$  в  $X$  называется нечеткое множество  $C$  с функцией принадлежности вида

$$\mu_C(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X$$

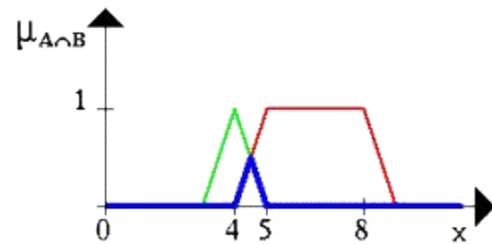
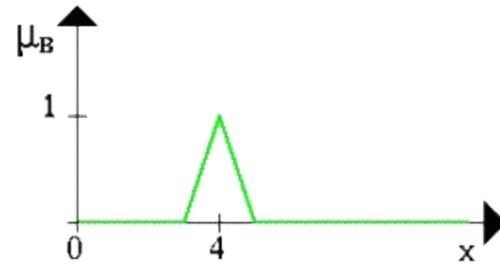
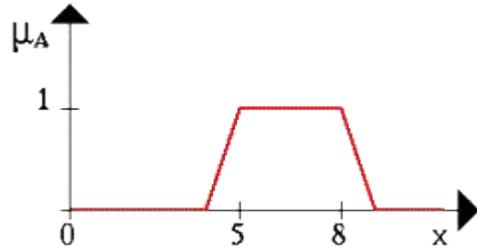
Пересечение соответствует логической связке «И»

Обозначается символом  $\cap$

$$\tilde{A} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0, 8), (x_4 | 1), (x_5 | 0, 6) \right\},$$

$$\tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0, 3), (x_2 | 0), (x_3 | 1), (x_4 | 0, 9), (x_5 | 0, 3) \right\}$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0), (x_3 | 0, 8), (x_4 | 0, 9), (x_5 | 0, 3) \right\},$$



Проиллюстрируем нечеткое множество «**между 5 и 8 И (AND) около 4**» (синяя линия).

### 3. Дополнение

Нечеткое множество  $B$  является дополнением нечеткого множества  $A$ , если для любого  $x \in X$  выполняется условие

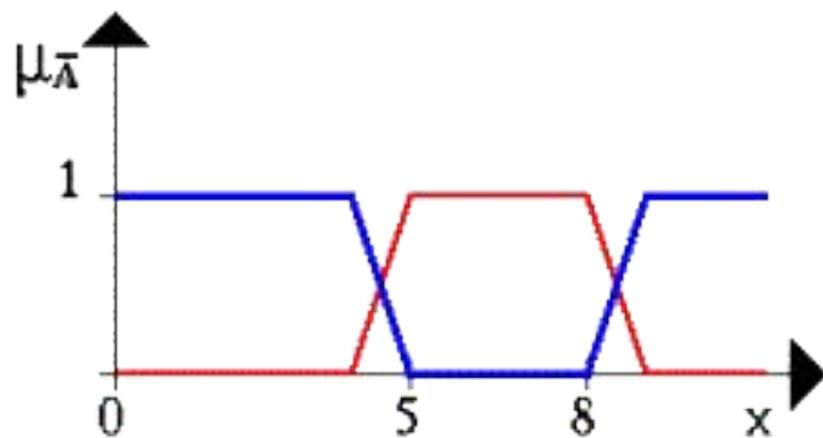
$$\mu_{\bar{B}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Обозначается  $\bar{\bar{A}} = A$  или  $\bar{A} = \bar{\bar{A}}$

$$\tilde{A} = \{(x_1 | 0), (x_2 | 0,2), (x_3 | 0,8), (x_4 | 1), (x_5 | 0,6)\},$$

Дополнение  $A = \{(x_1 | 1), (x_2 | 0,8), (x_3 | 0,2), (x_4 | 0), (x_5 | 0,4)\}$

# ДОПОЛНЕНИЕ нечеткого множества $A$ .



## 4. Разность.

Разностью нечетких множеств является нечеткое множество с функцией принадлежности

$$\mu_{A \setminus B}(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x))$$

Обозначается  $A \setminus B$

$$\tilde{A} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0, 8), (x_4 | 1), (x_5 | 0, 6) \right\},$$

$$\tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0, 3), (x_2 | 0), (x_3 | 1), (x_4 | 0, 9), (x_5 | 0, 3) \right\}$$

$$\tilde{A} \setminus \tilde{B} = \left\{ (x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0), (x_4 | 0, 1), (x_5 | 0, 6) \right\}.$$

## 5. Дизъюнктивная сумма

- ▶ Дизъюнктивная сумма  $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$  нечетких множеств  $A$  и  $B$  определяется следующим образом:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (\tilde{A} \setminus \tilde{B}) \cup (\tilde{B} \setminus \tilde{A})$$

$$\tilde{A} \setminus \tilde{B} = \{(x_1 | 0), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0), (x_4 | 0, 1), (x_5 | 0, 6)\}.$$

$$\tilde{B} \setminus \tilde{A} = \{(x_1 | 0, 3), (x_2 | 0), (x_3 | 0, 2), (x_4 | 0), (x_5 | 0, 3)\},$$

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \{(x_1 | 0, 3), (x_2 | 0, 2), (x_3 | 0, 2), (x_4 | 0, 1), (x_5 | 0, 6)\}.$$